Die Entstehungsgeschichte der naturwissenschaftlichen Denkweise der Neuzeit und ihr Zusammenhang mit den mathematischen Entdeckungen

Autor(en): **Schmid, A.**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Schweizer Schule**

Band (Jahr): **49 (1962)**

Heft 3

PDF erstellt am: **25.06.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-527756

Die Entstehungsgeschichte der naturwissenschaftlichen Denkweise der Neuzeit und ihr Zusammenhang mit den mathematischen Entdeckungen

Prof. A. Schmid, Luzern

Einleitung

In der Sondernummer der ,Schweizer Schule' vom 15. Februar 1962 ,Die Lehrerbildung im Umbruch der Zeit' stellt Seminardirektor Dr. Th. Bucher in seiner Arbeit über die Lehrerbildung die Devise auf: *Durch Fachbildung zu echter Allgemeinbildung*. Diese Devise darf ohne Abstrich auch für das Gymnasium übernommen werden.

Damit die Fachbildung aber zur Allgemeinbildung führt, müssen die *Fächer* dem Schüler gleichsam *existentiell dargeboten* werden. Das ist dann der Fall, wenn das Wissen, das dem Schüler vermittelt wird, nicht losgelöst von seinem Ursprung dargeboten wird, und wenn, wo immer möglich, die Verbindung mit den übrigen Fachgebieten und dem Leben gesucht wird. Auf die Mathematik angewandt heißt das, die Schüler müssen einerseits das *geistesgeschichtliche Werden der mathematischen Verfahren* kennenlernen und anderseits an Beispielen aus dem Bereiche der Naturwissenschaften, der Technik, aber auch der Soziologie immer wieder *Anwendungsmöglichkeiten* und damit die Leistungsfähigkeit der *Mathematik* ,erleben'. Dann werden wesentlich mehr Schüler als bis anhin von der Mathematik ,ergriffen', und so erhält sie dann auch für jene, die nicht ein mathematisches oder naturwissenschaftliches oder technisches Studium ergreifen, ihren bildenden, das heißt innerlich gestaltenden Wert. Das letztere ist besonders auch wichtig im Hinblick auf eine dringend notwendige engere Fühlungnahme zwischen Geistes- und Naturwissenschaften.

Im folgenden sollen die *geistesgeschichtlichen Hintergründe* der *Entstehung der analytischen Geometrie und der Infinitesimalrechnung* aufgezeigt werden. Diese geistesgeschichtliche Epoche erweist sich als besonders geeignet für eine auch für den Mittelschüler, der nicht besondere mathematische Fähigkeiten aufweist, verständliche Darstellung, da die Wissensgebiete damals noch organisch verbunden waren, wodurch sie einem intelligenten Menschen ohne Spezialbegabung leichter zugänglich sind als neuere wissenschaftliche Erkenntnisse, die sich uns isolierter und abstrakter darbieten.

Wir stehen heute ohne Zweifel in einer großen Zeitenwende. Sie ist so tiefgreifend, daß wir in der Geschichte bis zum Beginn der Neuzeit (ca. 1500) zurückgehen müssen, um auf einen geistigen Umbruch zu stoßen, der in seinem Ausmaß mit dem heutigen vergleichbar ist. Die Kulturwende vom Mittelalter zur Neuzeit hat auch auf dem Gebiete der Naturwissenschaften zu einer Neuorientierung geführt; sie wird nach ihrem bedeutendsten Wegbereiter auch Galileische Wende genannt. Aus Gründen, die wir noch kennenlernen werden, erfolgte sie erst im 17. Jahrhundert.

Stellen wir uns vorerst die Frage, wie sich das *Mittelalter* mit den Naturwissenschaften auseinandergesetzt hat. In dieser Epoche hatte das Wissen um die Natur – Naturwissenschaften im heutigen Sinne gab es nicht – seinen fest umschriebenen Platz im System der damaligen Philosophie, der Scholastik. Die Naturbetrachtung der Scholastik übernahm weitgehend die Auffassungen von Aristoteles. Beim Betrachten der Dinge zeigt sich, daß sie einerseits bleibende Merkmale aufweisen, anderseits fortwährend Zustandsänderungen erfahren. Die Scholastiker stellten nun fest, daß jedem Ding ein Wesenskern eigen ist, der bei allen Veränderungen des Dinges bestehen bleibt. Dieses selbständige Sein wird als *Substanz* bezeichnet. Beim Menschen machen Leib und Seele die Substanz aus. Die Substanz dient nun als Grundlage für das nicht selbständige Sein, das sogenannte *Akzidens*. Akzidentielle Merkmale, die einer gewissen Substanz immer zukommen, werden Proprien genannt. (Beispiele: Die Sprachfähigkeit ist ein Proprium des Menschen; die Winkelsumme von 180° ist ein Proprium des Dreiecks.) Daneben gibt es noch nichtnotwendige Akzidentien (weiße Hautfarbe eines Menschen). Auf Grund der Substanz und der Akzidentien wurden dann die Dinge klassifiziert und in ein festes Begriffssystem eingeordnet.

Um die Zustandsänderungen zu erfassen, wurde das *Kausalprinzip im ontologischen Sinne* angewandt, das heißt, *man schloß vom vermeintlich erkannten Sein der Sache auf die Veränderung*. Wohl ging man bei der Beurteilung der veränderlichen Eigenschaften der Dinge auch von der *Beobachtung* aus und bildete auf induktivem Wege Schlußfolgerungen. Aber die Verallgemeinerung der konkreten Einzelfälle wurde nicht mit der nötigen Sorgfalt und Strenge durchgeführt, was dann häufig zu mangelhaften oder sogar fehlerhaften Schlußfolgerungen führte.

Um die Denkweise des Mittelalters zu verstehen, müssen wir wissen, daß sie in erster Linie das allgemeine Wesen, das Sosein der Dinge, zu erkennen suchte, da man glaubte, daß die Erkenntnis des tiefern Wesens eines Dinges auch die an ihm sich zeigenden Wirkungen und Veränderungen verständlich mache (agere sequitur esse). Dabei war man sich nicht bewußt, daß das Wesen der Dinge, wenn überhaupt, so nur sehr schwer erfaßbar ist, und daß zudem das Wesen, wie wir noch zeigen werden, in vielen Fällen nicht die eigentliche Ursache der Veränderung darstellt. Mit Hilfe der Deduktion wurden dann aus diesen mangelhaften, ja oft sogar falschen Erkenntnissen Schlüsse abgeleitet, was zur Folge hatte, daß die ausgesagten Ergebnisse, die Schlußfolgerungen, entsprechend mit Fehlern behaftet waren.

Ein Beispiel mag dies erläutern: Aristoteles und im Anschluß an ihn die aristotelische Scholastik lehrte, Gewicht gehöre zum Wesen eines Körpers, also streben die Körper nach unten, nach dem ‚natürlichen Ort' des Schweren, wie sich die Scholastik ausdrückte. Ist die Auffassung des Aristoteles, wonach die Größe des Gewichts die Art des Fallens bedingt, richtig, so müßte der schwere Körper (z.B. eine Kugel aus Eisen) rascher fallen als der leichte (z.B. die gleiche Kugel aus Holz, dessen spezifisches Gewicht ja rund zehnmal kleiner ist als das des Eisens).

Im Bereiche der Naturwissenschaften kann aber, wie wir noch sehen werden, die Veränderung in vielen Fällen nur mit Hilfe des Funktionsbegriffs erfaßt werden; zu diesem ist aber die Scholastik noch nicht vorgedrungen.

Zusammenfassend läßt sich sagen, daß das Mittelalter die Natur nur mit Hilfe einer mangelhaften und damit häufig fehlerhaften Induktion, die gefolgt war von einer Deduktion, die zwangsläufig neuerdings unzuverlässige Schlußfolgerungen lieferte, zu erfassen suchte. Tatsächliche Fortschritte in der Erforschung der Natur waren so nicht möglich.

Die *Renaissance* stellte nun den Menschen und seine möglichst vielseitige Entfaltung in den Vordergrund. Stand zuvor das Überirdische im Zentrum des Interesses, so wendet sich nun die Aufmerksamkeit vor allem dem einzelnen Menschen, dem Individuum zu. In der Folge ist die Renaissance dem Irdischen, der sichtbaren Welt unvergleichlich stärker zugewandt als das Mittelalter. Damit wächst auch das Interesse am Naturgeschehen.

Wiewohl das klassische Altertum der Renaissance weitgehend als Vorbild diente, wurde es dennoch im allgemeinen nicht bloß kopiert. Einzig auf dem Gebiete der Naturwissenschaften mußte man sich grundsätzlich mit dem Übernehmen und bloß reproduzierenden Verarbeiten der Resultate der Antike begnügen. Es standen dem Drang nach neuen Naturerkenntnissen keine geeigneten, seriösen Forschungsmethoden zur Verfügung, und darum verirrte er sich in die Laboratorien der Astrologen und Alchemisten, deren Arbeit weitgehend auf vagen Vermutungen und Aberglauben beruhte. Vereinzelte Forscher stellten nun nach und nach fest, daß das Wesen der Naturdinge sehr schwer erfaßbar ist. Es fiel ihnen auch auf, daß die Naturdinge in sehr vielen Fällen den Veränderungsgrund nicht in sich, nicht in ihrem Wesen, trugen, sondern daß sie von außen durch sogenannte äußere Kräfte (Galilei und Newton nannten sie vires impressae) geändert werden. So ist zum Beispiel eine von außen wirkende Kraft, die Anziehungskraft der Erde, der Grund für das Fallen eines Steines und nicht etwa die Größe seiner Maße, verhält sich doch ein großer und ein kleiner Stein beim freien Fall genau gleich. Galilei (1564–1642) und mit ihm andere Naturforscher beginnen daher die Frage nach dem Wesen vorläufig zurückzustellen und begnügen sich mit dem Auffinden der Gesetze für die Vorgänge, für die Veränderungen, die an den Dingen sich zeigen.

Wie lassen sich aber diese Gesetze finden? Einem Vorgang gelegentlich zuschauen und ihn auf Grund des Wesens der Dinge deuten, führt nicht zum Ziel. Man beschritt einen neuen Weg, und er erwies sich als gangbar. Die Natur selbst soll auf Fragen, die wir an sie stellen, antworten und uns ihre Gesetze offenbaren. Schon der spontane Ablauf der Naturvorgänge stellt eine Antwort der Natur dar. Leichter verständlich wird aber ihre Antwort im *Experiment*. Wir können dort störende Einflüsse ausschalten, einen komplexen, das heißt zusammengesetzten Vorgang in einzelne Geschehnisse auflösen und überdies die Versuche beliebig oft wiederholen, alles Faktoren, die eigentlich klare und überzeugende Antworten erst ermöglichen. Soll das Auffinden eines Gesetzes nicht dem Zufall überlassen bleiben, so muß das Experiment durch eine brauchbare Annahme gelenkt werden. Die Idee – wir sagen heute eine Arbeitshypothese – muß dem Befragen, dem Experimentieren ein Ziel setzen. Neu ist nun, daß man nicht mehr bloß bei der Idee stehen bleibt und dem Denken blind vertraut, sondern daß man die

Idee am Objekt überprüft. Es wurde schon viel früher auf die Bedeutung und Notwendigkeit der Experimente hingewiesen, so vom Dominikanermönch und Scholastiker Albert dem Großen (1193–1280), dem größten deutschen Gelehrten des Mittelalters, und von Roger Bacon (1214–1294). Dieser englische Franziskanermönch prägte den vielsagenden Satz: Natura parendo vincitur (wir beherrschen die Natur, indem wir ihre Gesetze genau befolgen). Diesen Stimmen wurde aber kein Gehör geschenkt; die Zeit war für die neue Denkweise nicht reif.

Das Ergebnis, das man so für den oftmals wiederholten, unter sich aber gleichen Vorgang fand, wurde dann als das *für alle analogen Vorgänge allgemein gültige Gesetz* angesehen. Dadurch erhält das Denkmittel der *Induktion* für die Naturwissenschaften zentrale Bedeutung. Das induktive Verfahren setzt allerdings voraus, daß das Naturgeschehen tatsächlich gesetzmäßig und nicht irgendwie willkürlich ist. Nur dann muß ein Vorgang, wenn er unter genau gleichen Voraussetzungen sich wiederholt, den genau gleichen Verlauf zeigen. Für den damaligen Durchschnittsmenschen, der nicht selten den Naturobjekten noch magische Eigenschaften zuschrieb, war die Annahme einer solchen Gesetzmäßigkeit nicht so selbstverständlich, wie sie uns heute erscheint.

Die experimentierenden Naturforscher stießen auf eine neue Schwierigkeit. Bei experimentellen Untersuchungen müssen die Experimente gegenseitig verglichen werden können. In sehr vielen Fällen, besonders in der Physik, ist dies nur möglich durch das Aufsuchen und nachherige Vergleichen *meßbarer Elemente*[1]. Um möglichst aufschlußreiche Ergebnisse zu erhalten, mußten die Wirkungen, die Zustandsänderungen, häufig nicht nur in qualitativer Hinsicht – welcher Art die Wirkung sei –, sondern auch in quantitativer Hinsicht – wie groß sie sei – untersucht werden. Ein bloßes Klassifizieren genügte nicht mehr, es mußte *gemessen* und in der Folge auch *gerechnet* werden.

Da man nach Möglichkeit zahlenmäßige Gesetze für die Zustandsänderungen suchte, mußten bei diesen Untersuchungen *mathematische Verfahren* zur Anwendung kommen, die die zwei wesentlichen Merkmale der Naturvorgänge erfassen konnten, nämlich die *gegenseitige Abhängigkeit* einerseits, und die *Veränderlichkeit*, das heißt das dynamische Element im Naturgeschehen, anderseits. Das ganze Problem wurde noch dadurch erschwert, daß bei diesen Untersuchungen, diesen Rechnungen, oft *sehr kleine Veränderungen*, sehr kleine Größen eine entscheidende Rolle spielen.

Die *bisherige Mathematik* konnte nun aber – von wenigen Einzelfällen abgesehen – nur Sachverhalte meistern, bei denen das Bleibende vorherrschend ist (Beispiel: Festlegen der Kongruenzbedingungen für ein Dreieck); sie war vorwiegend *statisch* und daher nicht in der Lage, die neue, dynamisch gelagerte Aufgabe zu lösen. Charakteristisch für die klassische Mathematik ist auch ihre enge Beziehung zur Geometrie. So mußten denn neue mathematische Hilfsmittel der Naturwissenschaften zur Verfügung gestellt werden. Und sie wurden gefunden. Schrittweise gelangte man zu den Begriffen der *Variablen* für die Veränderlichkeit und der *Funktion* für die gegenseitige Abhängigkeit.

Eine neue mathematische Methode, die sogenannte *analytische Geometrie*, deren Entwicklung wir neben Fermat (1601–1665) vor allem Descartes (1596 bis 1650) verdanken, führte diese Begriffe ein. Sie wendet mittels eines *Koordinatensystems* rechnerische Methoden auf geometrische Probleme an. Eine genaue Untersuchung auch kleinster Veränderungen wurde aber erst mit Hilfe der *Infinitesimalrechnung* möglich; sie wurde aus schon vorhandenen Ansätzen von Newton (1643–1727) und Leibniz (1646 bis 1716) geschaffen. Die Differential- und Integralrechnung, wie man diesen neuen Kalkül auch nennt, stützt sich auf den Begriff des *Grenzwertes* und kann so Probleme lösen, bei denen beliebig kleine Größen – oder wie man auch etwa sagt: unendlich kleine Größen – auftreten. Das Differenzieren und die Umkehrung davon, das Integrieren, sind Operationen, die sich aber nicht auf Zahlen, sondern auf Funktionen erstrecken.

Von zentraler Bedeutung für die analytische Geometrie und die Infinitesimalrechnung ist der *Funktionsbegriff*, das heißt die gegenseitige Zuordnung von Größen. Mit der mathematischen Funktion kann die gesetzmäßige Abhängigkeit von Größen qualitativ und quantitativ scharf gefaßt werden (beim freien Fall zum Beispiel stellt $s = f(t)$ die bloß qualitative und $s = \frac{g}{2} \cdot t^2$ die quantitative und damit auch gleichzeitig die qualitative Beziehung dar). Viele Zusammenhänge der Naturwissenschaften, vor allem der Physik, konnten erst

[1] «Alles messen, was meßbar ist, und alles meßbar machen, was es noch nicht ist» (Galilei).

mittels des Funktionsbegriffes klar dargestellt und näher untersucht werden.

Der Funktionsbegriff, wie ihn die Naturwissenschaft kennt, schuf auch die Voraussetzung für das sogenannte *funktionelle Denken*. Da diese Denkmethode, die sogenannte Relationslogik, wie sie auch etwa genannt wird, für die Naturwissenschaft und damit für die Technik, aber auch für unsere heutige Geisteshaltung ganz allgemein, so bedeutungsvoll ist, wollen wir sie am Beispiel des freien Falls näher kennenlernen.

Bei den Formeln für den freien Fall, $s = \frac{g}{2} \cdot t^2$ und $v = g \cdot t$, kommt die Masse nirgends vor. Bei diesem physikalischen Gesetz spielt also die Masse oder wie die Scholastiker sagen würden, die körperliche Substanz, keine Rolle. Die Funktionen $s = \frac{g}{2} \cdot t^2$ und $v = g \cdot t$, geben also eine Beziehung, eine Relation, zwischen den abstrakten Größen Strecke und Zeit, bzw. Geschwindigkeit und Zeit an, die unabhängig ist von der Substanz. Schon Galilei, der Entdecker der Fallgesetze, war sich der Bedeutung dieser Tatsache bewußt, sagt er doch in extremer Formulierung: «Selbst wenn kein Stein existieren würde, der fällt, so würden doch die Gesetze des Fallens bestehen bleiben.» Die Naturwissenschaft kennt nun sehr viele Gesetze, bei denen die Substanz keine unmittelbare Rolle spielt. Sie ist bloß passiver Träger des Vorganges, ohne ihn irgendwie zu beeinflussen. Solche Gesetze geben eine Abhängigkeit zwischen abstrakten Größen wieder (in unserem Beispiel Ausdehnung und Zeit), die sich gedanklich ohne weiteres loslösen läßt vom Subjekt, analog wie ja schon der Primarschüler die Zahl loslöst von den zu zählenden Äpfeln. Wir interessieren uns also bei einem solchen Gesetz bloß um die Zuordnung, um die gegenseitige Beziehung (Relation) von Größen und sehen vom Subjekt, vom Sein, da es für diese Zuordnung belanglos ist, ganz ab. Damit haben wir das funktionelle Denken, für das kennzeichnend ist, daß es sich nicht um das Subjekt kümmert, charakterisiert.

Dem funktionellen Denken entgegengesetzt ist das sogenannte *prädikative Denken*, das vor allem von der Scholastik gepflegt wurde. Hier werden, wie wir schon gesehen haben, über ein Subjekt, ein Sein, dessen Wesen man zu ergründen sucht, notwendige und zufällige Seins-Aussagen gemacht, das heißt es werden ihm Prädikate beigelegt.

Moderne Philosophen übertrugen das funktionelle Denken, das sich für die Naturwissenschaft und die Mathematik als äußerst fruchtbar erwiesen hatte, auch auf Gebiete, denen diese Denkmethode nicht oder nur sehr bedingt adaequat ist. Das funktionelle Denken ist zum Beispiel auf die Ideen des sittlich Guten, des Wahren und des Schönen nicht anwendbar. Ob eine ganz bestimmte Tat für den Handelnden sittlich gut oder schlecht ist, kann nicht losgelöst vom Subjekt entschieden werden. Wird der Versuch dennoch gemacht, so endet man bei Schlüssen wie dem folgenden: Gut ist, was dem Staate nützt, oder mathematisch ausgedrückt: das Gute ist eine Funktion des Staates.

Der Durchbruch der neuen naturwissenschaftlichen Denkweise, der die Erfindung der genannten neuen mathematischen Methoden zur Voraussetzung hatte, fiel in die Zeit des 17. Jahrhunderts, das heißt in die Zeit des aufblühenden *Barocks*. Es ist jene Kulturepoche, die das ontologisch-metaphysische Denken des Mittelalters mit der diesseitsgerichteten Gedankenwelt der Renaissance in einer schöpferischen Synthese zu verbinden suchte. Da sie bei den verschiedenen Wissenschaften nicht das Trennende, sondern das Gemeinsame betonte, pflegten auch die Philosophie einerseits und die Naturwissenschaften und Mathematik anderseits damals sehr enge Beziehungen und befruchteten sich gegenseitig. So ist es denn auch nicht zufällig, daß der führende Philosoph des Barocks, Leibniz, an der Entwicklung der damaligen Mathematik maßgebend beteiligt ist.