Weltraumfahrt mit Sekundarschule-Mathematik

Autor(en): **Hegner, F.**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Schweizer Schule**

Band (Jahr): **56 (1969)**

Heft 13

PDF erstellt am: **28.07.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-533242

Weltraumfahrt mit Sekundarschul-Mathematik

F. Hegner

1. Vorbemerkung

Diese Arbeit möchte Lehrer und Schüler anregen, die Eroberung des Weltalls mit den Mitteln, welche die Sekundarschulmathematik zur Verfügung stellt, physikalisch mitzuerleben. An Kenntnissen werden vorausgesetzt: Grundrechnungsarten, Potenzieren und Quadratwurzelziehen, Rechnen mit 10er-Potenzen, Proportionen, Umformen und Auflösen einfacher Gleichungen, Satz von Pythagoras. Für die numerischen Berechnungen ist die Verwendung von Rechenscheibe oder Rechenstab vorteilhaft. Von den Kapiteln der Physik werden berührt: Gleichförmige und beschleunigte Bewegung, freier Fall und waagrechter Wurf, Begriff und Einheit der Kraft, Gravitationsgesetz, potentielle und kinetische Energie. Da die vorliegende Arbeit die theoretischen Grundlagen bereitstellen möchte, fehlt ein experimenteller Teil. Dies bedeutet nicht, daß nicht der Zusammenhang zwischen Kraft, Masse und Beschleunigung, der freie Fall und die wichtigsten Konstanten durch Versuche lebendig gemacht werden sollen. Auch die nachstehend zusammengestellten astronomischen Daten könnten zum Teil mit behelfsmäßigen Mitteln in grober Annäherung selbst erworben werden. Da der Zweck der Arbeit die Verwendung der Infinitesimalrechnung verbot, mußten oft Näherungslösungen anstelle exakter Methoden verwendet werden. Die Berechnungen sind meist stark gerundet. Trotzdem ist anstelle des Ungefährzeichens $\approx$ stets das Gleichheitszeichen $=$ gesetzt.

2. Größenverhältnis im Weltall

Tabelle 1 Radien, Volumen, Maße, mittl. Dichte

		Mond	Erde	Sonne
Radien	km	1740	6370	696000
	cm	$1{,}74.10^{8}$	$6{,}37.10^{8}$	$6{,}96.10^{10}$
Verhältnis		0,27	1	110
Volumen	km^3	22000 000000	1 080000 000000	$1{,}4.10^{18}$
Masse	g	$7{,}35.10^{25}$	$5{,}98.10^{27}$	$1{,}99.10^{33}$
Dichte	g/cm^3	3,3	5,5	1,4

Tabelle 2 Entfernungen

Von	bis	km	cm	Verhältnis
Erde	Mond	384000	$3{,}84.10^{10}$	1
Erde	Sonne	150 000000	$1{,}5.10^{13}$	390
Sonne	Pluto (äußerster Planet)	5900 000000	$5{,}9.10^{14}$	15000
Sonne	α-Centauri (nächster Fixstern)	40 000000 000000	4.10^{18}	100 000000

Der Durchmesser des Mondes ist also nicht ganz viermal kleiner als jener der Erde. Stellt man sich die Sonne als Ball von 10 cm Durchmesser vor, so wäre die Erde ein Stecknadelköpfchen von nicht ganz 1 mm Durchmesser und die Mondbahn würde mit 5,5 cm Durchmesser gut im Sonnenball Platz haben. Die Reise der drei Amerikaner Bormann, Lovell und Anders an Weihnachten 1968 zum Mond dauerte ungefähr drei Tage. Die Fahrt zur Sonne ergäbe bei gleicher Durchschnittsgeschwindigkeit eine Reise von über drei Jahren. Verkleinert man die Erde zu einem Globus von 30 cm Durchmeser, so würde der Mond in einem Abstand von 9 m seine Kreise ziehen. Die Vorgänger der drei Mondfahrer umkreisten die Erde in Bahnen, die nur 2 bis 3 mm Abstand von diesem 30 cm-Globus hatten.

3. Die drei Newton'schen Bewegungsgesetze

Nach dem 1. Newton'schen Bewegungsgesetz verharrt ein Körper im Zustand der Ruhe oder der gleichförmigen Bewegung, bis eine Kraft ihn zwingt, diesen Zustand zu ändern. Bei gleichförmiger Bewegung legt ein Körper in gleichen Zeitabständen gleiche Strecken auf gerader Bahn zurück. Es gelten folgende Gleichungen, in denen s den zurückgelegten Weg in cm, t die Zeit in sec und v die Geschwindigkeit in $\frac{cm}{sec}$ bedeuten.

$$\text{I} \quad v = \frac{s}{t} \qquad \text{II} \quad s = v.t \qquad \text{III} \quad t = \frac{s}{v}$$

Wirkt auf einen Körper eine konstante Kraft, so beschreibt er eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung, d. h. seine Geschwindigkeit nimmt pro Zeiteinheit stets um den gleichen Betrag zu oder ab. Wird die Geschwindigkeit in $\frac{cm}{sec}$ gemessen und die Zeit in sec, so bekommt die Beschleunigung (die Geschwindigkeitsänderung) die Dimension $\frac{cm}{sec} : sec = \frac{cm}{sec^2}$. Bei der beschleunigten Bewegung spielen neben dem Weg s und der Zeit t noch folgende Größen eine Rolle: Die eigentliche Beschleunigung a, die Anfangsgeschwindigkeit v_o, die Endgeschwindigkeit v_e und die mittlere oder Durchschnitts-Geschwindigkeit v_m. Bei einer Beschleunigung von der Größe a nimmt die Geschwindigkeit jede Sekunde um den Wert a zu. In t Sekunden ist die Geschwindigkeitszunahme a.t und die Endgeschwindigkeit $v_e = v_o + a.t$

Ist die Anfangsgeschwindigkeit $v_o = 0$, so ist

$$\text{IV} \qquad v_e = a.t$$

Die Durchschnittsgeschwindigkeit v_m ist gleich dem arithmetischen Mittel von Anfangsgeschwindigkeit v_o und Endgeschwindigkeit v_e. Für $v_o = 0$ gilt also

$$\text{V} \qquad v_m = \frac{v_o + v_e}{2} = \frac{0 + a.t}{2} = \frac{a}{2} . t$$

Für die in der Zeit t zurückgelegte Strecke s gilt nach Formel II

$$\text{VI} \qquad s = v_m . t = \frac{a}{2} . t . t = \frac{a}{2} . t^2$$

Für v_e benötigen wir noch eine Formel, welche t nicht enthält.

Aus IV $v_e = a.\,t$ folgt $t = \frac{v_e}{a}$ und $t^2 = \frac{v_e^2}{a^2}$

Nach Formel VI ist $s = \frac{a}{2} . t^2$, daraus folgt $t^2 = \frac{2.\,s}{a}$

Setzen wir die beiden so gefundenen Werte für t^2 einander gleich, ergibt sich aus

$$\frac{v_e^2}{a^2} = \frac{2.s}{a} \quad \text{für } v_e \text{ der Wert}$$

$$\text{VII} \qquad v_e = \sqrt{2.a.s}$$

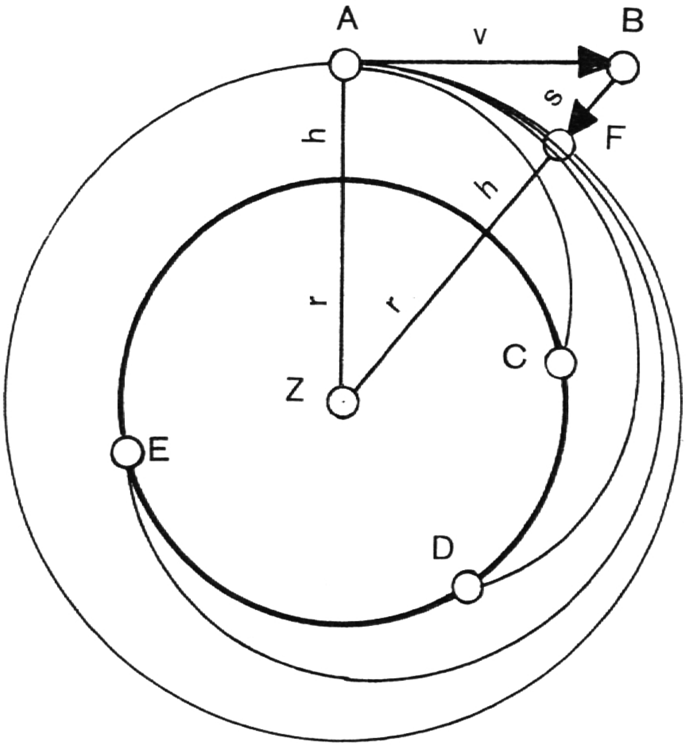
Damit haben wir für die beschleunigte Bewegung vier Formeln gefunden, von denen jede die Größe a und je zwei von den Größen s, t und v enthält. Hier sind sie noch einmal zusammengestellt:

$$\text{IV } v_e = a.t \qquad \text{V } v_m = \frac{a}{2} . t \qquad \text{VI } s = \frac{a}{2} . t^2$$
$$\text{VII } v_e = \sqrt{2.a.s}$$

Wirkt die beschleunigende Kraft in der Bewegungsrichtung eines Körpers, so äußert sich die Beschleunigung als reine Geschwindigkeitsänderung. Wirkt sie senkrecht zur Bahn des Körpers, resultiert eine Richtungsänderung. Auf den Mond wirkt die Anziehungskraft der Erde dauernd senkrecht zu seiner Bahn und zwingt ihn zum Kreisen um die Erde. Aus den Daten dieser Kreisbahn können wir die Beschleunigung des Mondes infolge der Erdanziehung berechnen. Für einen Umlauf um die Erde benötigt der Mond die Zeit $t = 27^1/_3$ Tage $= 2\,360\,000$ sec. Der Kreisradius ist gleich der Entfernung Mond–Erde $r = 384\,000$ km und die Bahnlänge gleich dem Kreisumfang $s = 2.r.\pi = 2.384000.3{,}14 = 2\,400000$ km. Die Geschwindigkeit v des Mondes

beträgt nach Formel I $v = \frac{s}{t} = \frac{2\,400000 \text{ km}}{2\,360000 \text{ sec}} = 1 \frac{km}{sec}$

In der nachstehenden Skizze würde sich der Mond infolge der Trägheit in einer Sekunde von A nach B verschieben. Unter dem zusätzlichen Einfluß der Schwerkraft bewegt er sich aber tatsächlich auf einem Kreisbogen von A nach C. Er fällt also in dieser Sekunde von B nach C um die Strecke BC = s. Mit dem Satz des Pythagoras können wir aus dem Dreieck ABZ die Strecke s berechnen.



$s + r = \sqrt{r^2 + v^2}$ und $s = \sqrt{r^2 + v^2} - r =$
$\sqrt{384000^2 + 1^2} - 384000 = 0{,}0000013$ km
$= 0{,}13$ cm

Er fällt somit in der Zeit $t = 1$ sec um die Strecke $s = 0{,}13$ cm. Daraus kann nach Formel I die mittlere Geschwindigkeit v_m berechnet werden.

$$v_m = \frac{s}{t} = \frac{0{,}13 \text{ cm}}{1 \text{ sec}} = 0{,}13 \ \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$$

Formel V liefert die zur mittleren Geschwindigkeit $v_m = 0{,}13 \ \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$ und der Zeit $t = 1$ sec gehörende Beschleunigung.

Aus $v_m = \frac{a}{2} \, . \, t$ folgt $a = \frac{2 \, . \, v_m}{t} =$
$\frac{2 \, . \, 0{,}13}{1} = 0{,}26 \ \frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}$

Nach dem 2. Newton'schen Bewegungsgesetz ist die Kraft K proportional der Masse m eines Körpers und seiner Beschleunigung a.

VIII $\quad K = m \, . \, a$

Die Dimensionen von m und a sind g und $\frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}$

Also hat die Kraft K die Dimension $\frac{\text{gr cm}}{\text{sec}^2}$

Die in diesem Zusammenhang zweckmäßige Maßeinheit für die Kraft ist das Dyn. 1 Dyn ist jene Kraft, welche einem Körper von 1 g Masse die Beschleunigung $1 \ \frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}$ erteilt. Die Größe der Kraft, mit welcher die Erde den Mond anzieht, läßt sich aus der Mondmasse m und ihrer Beschleunigung a herleiten. Aus der Tabelle 1 entnehmen wir für die Mondmasse $m = 7{,}35 . 10^{25}$ g und oben haben wir für ihre Beschleunigung $a = 0{,}26 \ \frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}$ gefunden. Setzen wir diese Werte in Formel VIII ein, erhalten wir die Kraft $K = m \, . \, a = 7{,}35 . 10^{25} \, . \, 0{,}26 = 1{,}9 . 10^{25}$ Dyn.

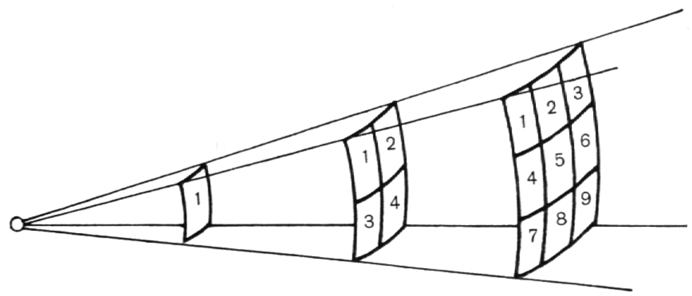
Das 3. Netwon'sche Bewegungsgesetz sagt, daß zu jeder Kraft eine gleich große Kraft gehört, die in entgegengesetzter Richtung wirkt. Damit können wir auch die Beschleunigung a_e ausrechnen, welche die Erde mit der Masse m_e vom Mond erfährt, denn die Kraft, mit welcher der Mond die Erde anzieht, ist ebenfalls $K = 1{,}9 . 10^{25}$ Dyn.

Aus $K = m_e \, . \, a_e$ folgt $a_e = \frac{K}{m_e} =$
$\frac{1{,}9 \, . \, 10^{25}}{5{,}98 \, . \, 10^{27}} = 0{,}0032 \ \frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}$

In der Formel VIII $K = m \, . \, a$ sind K und a gerichtete Größen, Vektoren. Daher sagt diese Formel auch aus, daß die Kraft K die gleiche Richtung hat wie die Beschleunigung a. Zwischen den beiden Himmelskörpern ist also eine Kraft in der Richtung Erde—Mond wirksam. Es ist die Gravitations- oder Schwerkraft.

4. Das Newton'sche Gravitationsgesetz

Newton vertrat schon im 17. Jahrhundert die Ansicht, daß die Kraft, welche den Mond in seine Kreisbahn um die Erde zwingt, die gleiche sei wie jene, welche einen vom Baum fallenden Apfel gegen die Erde beschleunigt. Experimentell läßt sich feststellen, daß ein in der Nähe der Erdoberfläche fallender Körper eine Beschleunigung von $980 \ \frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}$ aufweist. Hier stellt sich die Frage, warum der Mond nur mit $0{,}26 \ \frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}$ gegen die Erde beschleunigt wird, wenn es sich doch um die gleiche Kraft handelt? Stellt man sich vor, daß sich die Schwerkraft von dem im Erdmittelpunkt liegenden Gravitationszentrum strahlenförmig gleichmäßig nach allen Seiten ausbreitet, begreift man gut, daß sie sich bei Verdoppelung des Abstandes auf eine viermal so große Fläche verteilt und ihre Wirkung daher



viermal kleiner ist. Mit anderen Worten, sie ist umgekehrt proportional dem Abstand vom Erdmittelpunkt. Für den in Erdnähe fallenden Körper ist dieser Abstand gleich dem Erdradius 6370 km. Der Mond ist 384 000 km weit weg. Das ist rund 60mal weiter. Deshalb ist die Anziehungskraft auf den Mond und damit seine Beschleunigung $60^2 = 3600$mal kleiner. Die Beschleunigung auf der Erde $980\ \text{cm/sec}^2 : 3600$ gibt $0{,}27\ \text{cm/sec}^2$, was recht genau dem oben gefundenen Wert entspricht.

Newton schloß aus der Anziehung zwischen Erde und Mond, die er auch anhand der Sonne und ihrer Planeten überprüfte, auf ein allgemein gültiges Gravitationsgesetz. Danach ziehen sich zwei Körper mit den Massen m_1 und m_2 und dem Abstand s mit einer Kraft an, die proportional dem Produkt ihrer Massen $m_1 \,.\, m_2$ und umgekehrt proportional dem Quadrat s^2 ihres Abstandes ist. Hundert Jahre später konnte die Größe dieser Gravitationskraft experimentell gemessen werden. Cavendish fand, daß sich zwei Körper von je 1 g Masse und 1 cm Abstand mit der Kraft G $= \frac{6{,}7}{10^8}$ Dyn anziehen. Mit Hilfe dieser Zahl, der Newton'schen Gravitationskonstanten, läßt sich die Anziehungskraft K zweier Körper mit den Massen m_1 und m_2 und dem Abstand s berechnen.

$$\text{IX} \qquad K = \frac{G \,.\, m_1 \,.\, m_2}{s^2}$$

Überprüfen wir diese Formel am Beispiel Erde—Mond mit der Erdmasse $m_2 = 5{,}98.10^{27}$ g, der Mondmasse $m_1 = 7{,}35.10^{25}$ g und der Entfernung $s = 3{,}84.10^{10}$ cm.

$$K = \frac{G \,.\, m_1 \,.\, m_2}{s^2} = \frac{6{,}7 \,.\, 7{,}35.10^{25} \,.\, 5{,}98.10^{27}}{10^8 \,.\, (3{,}84 \,.\, 10^{10})^2}$$
$$= 2 \,.\, 10^{25}\ \text{Dyn.}$$

Dieser Wert stimmt mit guter Annäherung mit dem oben auf anderem Weg gefundenen Wert von $1{,}9.10^{25}$ Dyn überein.

Mit Hilfe dieses Newton'schen Gravitationsgesetzes, Formel IX, und dem 2. Newton'schen Bewegungsgesetz, Formel VIII, welche beide einen Wert für die Kraft K angeben, erhält man durch Gleichsetzung der beiden Werte

$$m_1 \,.\, a = \frac{G \,.\, m_1 \,.\, m_2}{s^2}$$

für die Beschleunigung a die Formel

$$\text{X} \qquad a = \frac{G \,.\, m_2}{s^2}$$

Das heißt, es läßt sich die Beschleunigung für irgend einen Körper in beliebigem Abstand vom Erdmittelpunkt berechnen. Die Formel enthält die Masse des fallenden Körpers m_1 nicht. Die Beschleunigung ist also von der Masse des fallenden Körpers unabhängig, alle fallen gleich schnell.

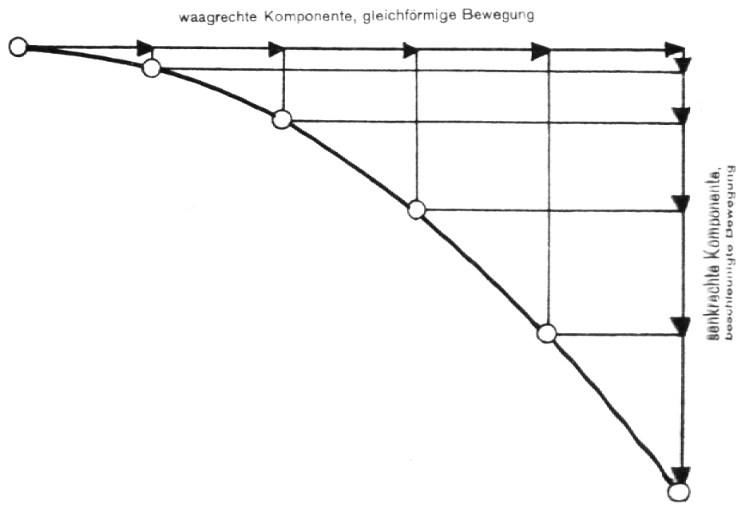
Für einen auf der Erdoberfläche fallenden Körper ist $s = 6370\ \text{km} = 6{,}37 \,.\, 10^8$ cm und m_2 die Erdmasse $5{,}98.10^{27}$ g. Für die Beschleunigung a erhält man

$$a = \frac{G \,.\, m_2}{s^2} = \frac{6{,}7 \,.\, 5.98.10^{27}}{10^8 \,.\, (6{,}37.10^8)^2}$$
$$= 9{,}9.10^2\ \frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}$$

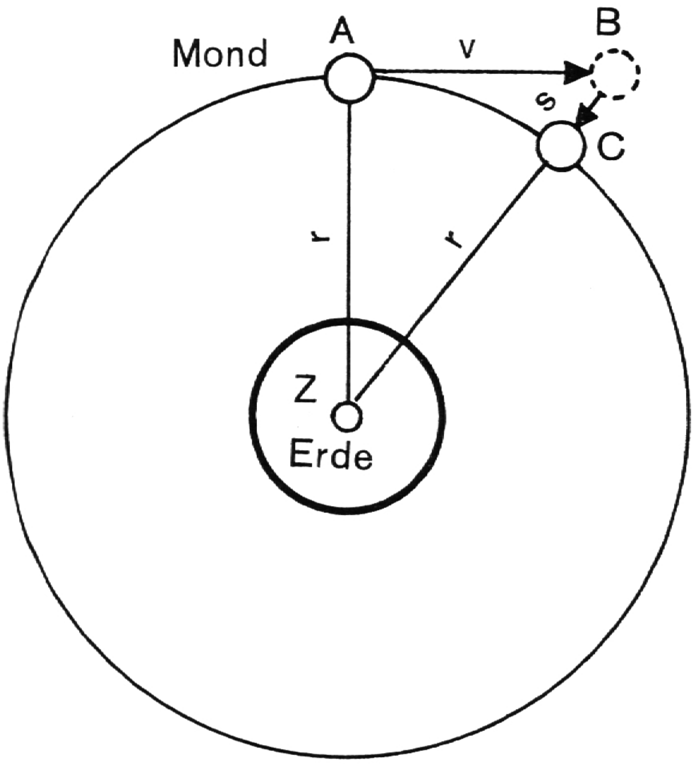
Auch dieser Wert stimmt gut mit dem bekannten Wert von $9{,}8.10^2\ \text{cm/sec}^2$ überein.

5. Die erste kosmische Geschwindigkeit

Man spricht heute oft von der 1. und 2. kosmischen Geschwindigkeit. Unter der ersten wird jene Geschwindigkeit verstanden, die ein in einer bestimmten Höhe um die Erde kreisender Körper besitzen muß, um antriebslos in seiner Kreis-



bahn zu verharren. Die meisten bemannten künstlichen Satelliten benützen Flugbahnen in 100 bis 200 km Höhe über der Erde. Rechnen wir deshalb mit einer mittleren Flughöhe von 150 km. Wir beginnen mit der Betrachtung des waagrechten Wurfs. Die Bewegung eines waagrecht geworfenen Körpers setzt sich aus zwei Komponenten zusammen. Diese können getrennt behandelt werden (Gesetz von der Unabhängigkeit der Bewegug). Die eine Komponente ist nach dem 1. Newton'schen Bewegungsgestz eine gleichförmige, waagrechte Bewegung. Die andere ist infolge der konstant einwirkenden Schwerkraft ein senkrechter, freier Fall, also gleichmäßig beschleunigt.



Wirft man von einem Punkt A in der Höhe h = 150 km einen Körper in Richtung B, so wird er je nach seiner Geschwindigkeit bei C, D oder E auf der Erde aufschlagen. Ist die Wurfgeschwindigkeit groß genug, so kehrt er zum Ausgangspunkt A zurück. Um diese zu berechnen, wenden wir die gleiche Methode an wie bei der ersten Berechnung der Mondbeschleunigung. Nur ist jetzt die Beschleunigung a gegeben und dafür die Geschwindigkeit v gesucht. Da wir uns noch recht nahe der Erdoberfläche befinden, dürfen wir mit guter Annäherung mit dem hier geltenden Wert $a = 9{,}8 . 10^2$ cm/sec² rechnen. Die Strecke AB entspricht dem in einer Sekunde zurückgelegten Weg der horizontalen Komponente, der Geschwindigkeit v. Sie wollen wir herausfinden. Nach Formel VI beträgt die zugehörige Fallstrecke s in einer Sekunde

$$s = \frac{a}{2} . t^2 = \frac{9{,}8}{2} . 1^2 = 4{,}9 \text{ m} = 0{,}0049 \text{ km}$$

Im rechtwinkligen Dreieck ABZ ist $ZA = r + h = 6370 + 150 = 6520$ km und $ZB = r + h + s = 6370 + 150 + 0{,}0049 = 6520{,}0049$ km. Nach dem Satz von Pythagoras ist

$$AB = v = \sqrt{ZB^2 - ZA^2} = \sqrt{6520{,}0049^2 - 6520^2} = 8 \text{ km/s} = 29\,000 \text{ km/h}$$

Um den Körper auf die gewünschte Flughöhe von 150 km zu befördern, ist die gleiche Anfangsgeschwindigkeit nötig, die ein aus dieser Höhe fallender Körper als Endgeschwindigkeit auf der Erdoberfläche aufweisen würde (bei Vernachlässigung des Luftwiderstandes).

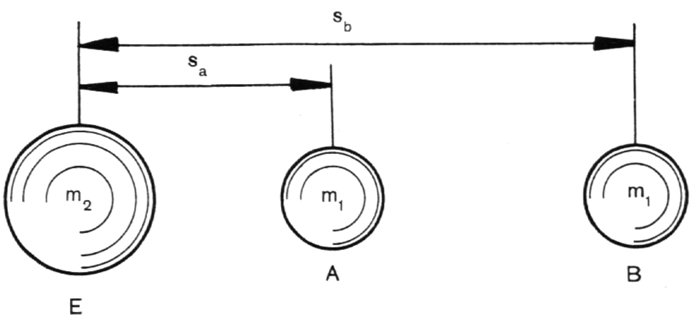
Für v_e liefert die Formel VII

$$v_e = \sqrt{2 . a . s} = \sqrt{2 . 0{,}0098 . 150} = 1{,}7 \text{ km/sec} = 6000 \text{ km/h}$$

Die Rakete, welche einen solchen Satelliten in seine Umlaufbahn bringt, muß sowohl die Energie für die Erreichung dieser Vertikalgeschwindigkeit von 6000 km/h als auch für die Tangentialgeschwindigkeit von 29 000 km/h aufbringen.

6. Die zweite kosmische Geschwindigkeit

Es ist jene Geschwindigkeit, die man einem Körper erteilen muß, damit er das Schwerefeld der Erde verläßt. Sie ist gleich der Endgeschwindigkeit, die ein aus dem Unendlichen auf die Erde fallender Körper erreichen würde. Ihre Berechnung ist deshalb etwas umständlicher, weil die Beschleunigung nicht mehr auch nur angenähert konstant ist wie in unmittelbarer Erdnähe, sondern mit dem Quadrat der Entfernung abnimmt.



Hier hilft eine Betrachtung über die Arbeit, die aufgewendet werden muß, um einen Körper von der Masse m_1, der sich in A befindet, von einem Körper der Masse m_2, der sich in E aufhält, weg — unter Überwindung der Gravitationskraft — nach B zu verschieben. Nach dem Newton'schen Gravitationsgesetz, Formel IX, ziehen sich die beiden Körper in der Entfernung EA $= s_a$ an mit der Kraft

$$K_1 = \frac{s_a^2}{G \cdot m_1 \cdot m_2}$$ und im Abstand EB $= s_b$

mit der Kraft $K_2 = \frac{G \cdot m_1 \cdot m_2}{s_b^2}$

Weil die Gravitationskraft umgekehrt proportional zum Quadrat des Abstandes ist, berechnen wir die mittlere Gravitationskraft als geometrisches Mittel:

$$K_m = \sqrt{K_1 \cdot K_2} \sqrt{\frac{G \cdot m_1 \cdot m_2}{s_a^2} \cdot \frac{G \cdot m_1 \cdot m_2}{s_b^2}}$$
$$= \frac{G \cdot m_1 \cdot m_2}{s_a \cdot s_b}$$

Die für diese Verschiebung nötige Arbeit A_1 = Kraft mal Weg beträgt für die Kraft K_m und den Weg von A nach B

$$A_1 = K_m \cdot AB = \frac{G \cdot m_1 \cdot m_2}{s_a \cdot s_b} \cdot (s_b - s_a) =$$

$$= G \cdot m_1 \cdot m_2 \cdot \left(\frac{1}{s_a} - \frac{1}{s_b}\right)$$

Soll sich ein Körper aus dem Gravitationsfeld der Erde entfernen, ins Unendliche entweichen, so wird $s_b = \infty$ und $\frac{1}{s_b} = 0$. Damit erhält A_1 den Wert

$$\text{XI} \qquad A_1 = \frac{G \cdot m_1 \cdot m_2}{s_a}$$

Der Körper enthält nach der Verschiebung diesen Betrag in Form potentieller Energie. Nach dem Gesetz von der Erhaltung der Energie muß man ihm beim Abschuß den gleichen Betrag an kinetischer Energie zuführen. Sie verwandelt sich dann während dem Entweichen allmählich in potentielle Energie. Für die kinetische Energie A_2 gilt

$$\text{XII} \qquad A_2 = \frac{m_1 \cdot v^2}{2}$$

Durch Gleichsetzung der Werte A_1 und A_2 für potentielle und kinetische Energie erhält man aus der Gleichung

$$\frac{G \cdot m_1 \cdot m_2}{s_a} = \frac{m_1 \cdot v^2}{2}$$ die Größe von v

$$\text{XIII} \qquad v = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot m_2}{s_a}}$$

Wiederum fällt eine Masse aus der Formel heraus. Es ist die Masse m_1 des ins All zu befördernden Körpers. Die zweite kosmische Geschwindigkeit, die Entweichungsgeschwindigkeit, ist also von der Masse des abzuschießenden Dings unabhängig. Den numerischen Betrag erhalten wir, wenn wir für m_2 die Erdmasse und für s_a den Erdradius einsetzen.

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot m_2}{s_a}} = \sqrt{\frac{2.6{,}7 \;.\; 5{,}98.10^{27}}{10^8 \;.\; 6{,}37.10^8}}$$
$$= 11{,}2 \text{ km/sec} = 40\,000 \text{ km/h}$$

Obwohl der Mond nicht unendlich weit weg ist, sondern «nur» 384 000 km, ist die zum Flug zum Mond nötige Abschußgeschwindigkeit praktisch gleich der Entweichungsgeschwindigkeit. Wir haben früher gesehen, daß die Gravitationsbeschleunigung in Mondferne statt wie 980 cm/sec^2 auf der Erde nur noch 0,26 cm/sec^2, also praktisch gleich Null ist.

Für die Rückkehr vom Mond ist es von Bedeutung, daß die Entweichungsgeschwindigkeit von ihm weg viel kleiner ist. Setzen wir für m_2 die Mondmasse ein und für s_a den Mondradius, so erhalten wir

$$V = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot m_2}{s_a}} = \frac{2.6{,}7 \;.\; 7{,}35.10^{25}}{10^8 \;.\; 1{,}74.10^8}$$

$$= 2{,}4 \text{ km/sec} = 8500 \text{ km/h}$$

Verwendete Literatur

Otto Struve: Astronomie, Einführung in ihre Grundlagen. Verlag Walter de Gruyter & Co., Berlin 1962

Martin Wagenschein: Natur physikalisch gesehen. Verlag Moritz Diesterweg 1960

Gamov-Cleveland: Physik in unserer Welt, Bd. 1. Ott-Verlag, München 1962