Zeitschrift: Schweizer Schule
Band: 76 (1989)
Heft: 6: Verstehen lernen : z.B. Mathematik

Artikel: Nichts Nichtssagendes zu "Minus mal Minus"
Autor: Kuratle, Armin / Appius, Pirmin
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-531045

Nichts Nichtssagendes zu «Minus mal Minus»

Armin Kuratle und Pirmin Appius

Was geht zwei Mathematikdidaktikern nach dem Lesen des vorigen Artikels von Martin Wagenschein u.a. durch den Kopf? Wo setzen sie Schwerpunkte und Fragezeichen? Armin Kuralte und Primin Appius vom Seminar Kreuzlingen haben den Faden aufgenommen und spinnen ihn weiter

Wir wurden von der Redaktion gebeten, auf den Artikel «Minus mal Minus» zu reagieren. Die Lektüre dieses Textes hat uns Spass bereitet und uns in hohem Masse dazu angeregt, über den Mathematikunterricht und die Schule überhaupt nachzudenken. Wir möchten nachfolgend einige wenige Gedanken formulieren und hoffen, dass unser Versuch, nichts Unwichtiges zu schreiben, positiv aufgenommen wird.

Zum Fragen

Unermüdlich macht uns Martin Wagenschein darauf aufmerksam, dass Erklärungen beim Schüler vor allem dann etwas auslösen und zu Verständnis führen können, wenn er zuerst echte, in gutem Sinne naive Fragen stellt. Es muss ein Rätsel vorliegen, das der Schüler gerne lösen möchte.

Aber nicht nur der Schüler, sondern auch der Lehrer soll immer wieder auf alle Vorkenntnisse verzichten, diese sogar verstossen und die Fragen unvoreingenommen auf sich wirken lassen. Immer neu, rätselhaft und faszinierend werden auch dem Lehrer alle Unterrichtsgegenstände zeit seines Lebens erscheinen. Nie wird er sich über Routine oder Langeweile zu beklagen haben.

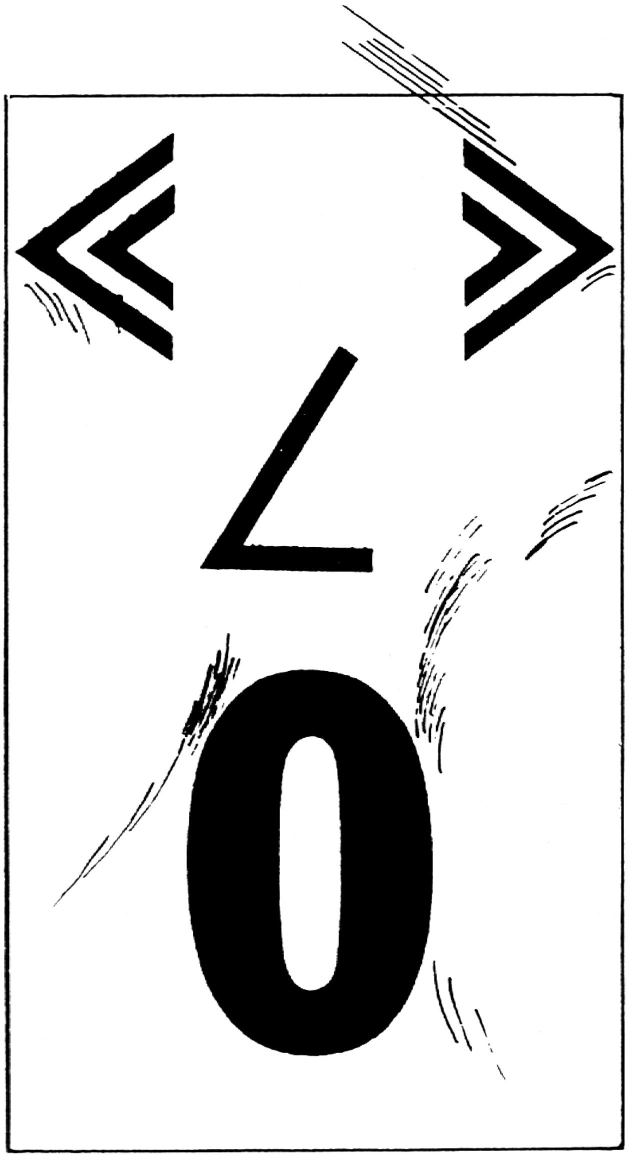
Martin Wagenschein selbst war ein Meister dieses unvoreingenommenen Fragens, was auch aus dem zu besprechenden Artikel wieder hervorgeht.

Die Autoren lösten bei uns vor allem folgende Fragen zum Fragen aus: *Erziehen wir unsere Schüler genügend zum Fragen im Sinne von Martin Wagenschein und geben wir ihnen dazu Zeit und Gelegenheit? Machen wir Lehrer uns genügend bewusst, wer die Frage stellt, aus welchem Vorverständnis heraus und mit welchen Erwartungen an eine Antwort?*

Die Geschichte der Schülerin H. scheint uns in dieser Hinsicht nicht beispielhaft zu sein. Die Schülerin stellt sich zwar der Übungsaufgabe, aber was ist ihre Frage? Die Gleichung $-13 = -x$ muss ja bei der Schülerin selbst gar nicht zum Problem Minus mal Minus führen. Zur Lösung reicht ja aus, den Gebrauch der Variablen x zu verstehen. Falls H. mit x nur mechanisch rechnen kann, liegt ihr Problem da. Sollte die Schülerin an diesem Beispiel aber tatsächlich entdecken, dass sie Minus mal Minus nicht rechnen kann, so lässt sich gerade an diesem Beispiel selbst herausfinden, dass Minus mal Minus eben Plus ergibt, nämlich durch probieren, einsetzen, nachrechnen. Das braucht aber viel mehr Zeit, als der Vater aufwenden will, und als H. von ihm erwartet.

Wie man den «Minus mal Minus»-Satz erklären kann, ist eher das Problem des Onkels und des Vaters. Bei ihnen zündet diese Frage. Die Tochter verschwindet deshalb auch aus dem Artikel.

Überdies, so wie die Geschichte erzählt wird, gewinnt man den Eindruck, dass der Vater mit H. mindestens über Mathematik nicht reden kann. H. erwartet Verständnis für ihre Schwierigkeit mit der gestellten Aufgabe und nicht einen Beweis für den «Minus mal Minus»-Satz. Nur die Mutter scheint die Tochter zu verstehen.



Im folgenden geht es also um die Beantwortung einiger Fragen des Onkels, zum Beispiel: *Gibt es einen für Schüler verständlichen Beweis? Wie fügt sich der Beweis in das logische Gebäude der Mathematik ein? Gibt es beim Definieren in der Mathematik Freiheit? Existiert eine andere Mathematik? Was ist überhaupt Mathematik? Welches ist die Beziehung der Mathematik zur Wirklichkeit?*

Solche Fragen könnten auch bei H. zünden, aber sie müssten zuerst im Sinne von Martin Wagenschein geweckt werden, was in der Geschichte nicht der Fall ist.

Zum Erklären

Der Artikel macht uns wieder bewusst, dass dem Schüler immer Erklärungen auf verschiedenen Stufen und innerhalb verschiedener Kontexte gegeben werden können. Wir erwähnen einige Beispiele aus dem Text und fügen als Basis für die nachfolgende Diskussion weitere hinzu:

- Es könnte, wie schon erwähnt, im Zusammenhang mit dem Gleichungsproblem probiert, eingesetzt und gerechnet werden.
- Es wird die Permanenz der Rechengesetze postuliert und daraus die einzig mögliche Definition abgeleitet.
- Wir ermuntern die Schüler einfach dazu, eine Regel für Minus mal Minus zu suchen, die sie für gut halten. Das im Artikel unter 4. erwähnte Beispiel zeigt, dass es dann Schüler gibt, die im bisher gelernten Regelsystem herumrechnen und jene Definitionen ausscheiden, welche den bisher gültigen Regeln nicht genügen.
- Es werden Folgen betrachtet und daraus durch unvollständige Induktion passende Definitionen gefunden (5. Plausibles).

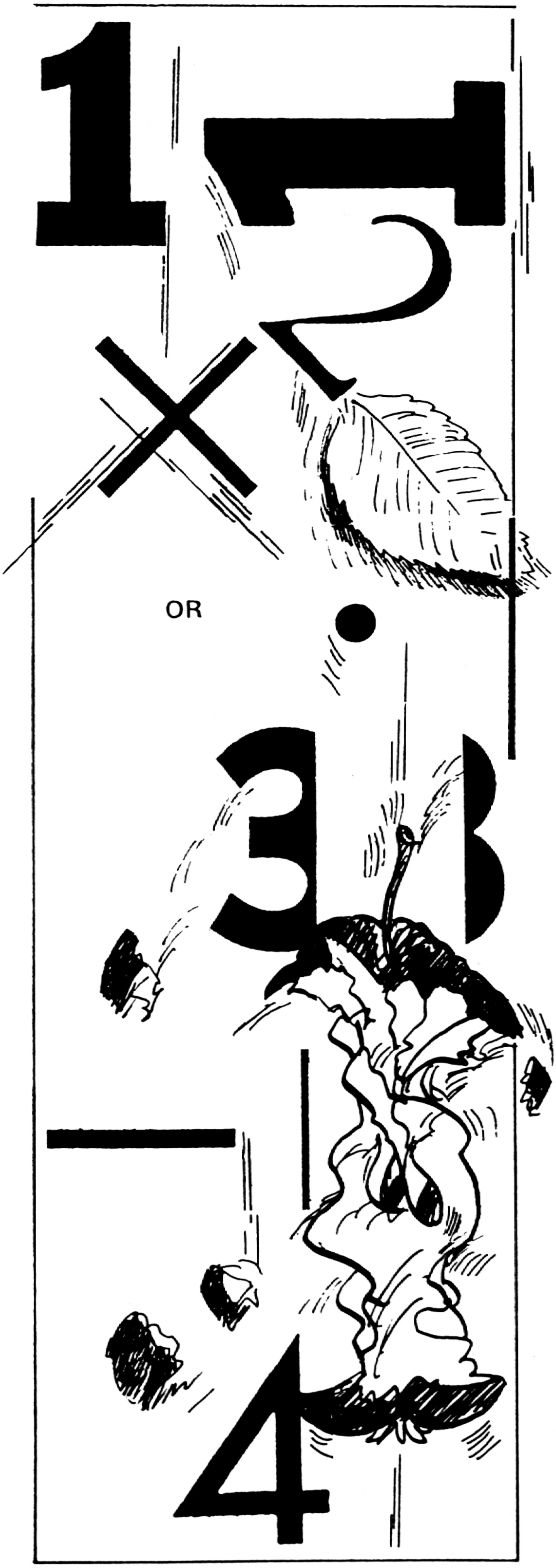
Die Aufzählung könnte beträchtlich erweitert werden. Welches ist nun aber die für Schüler geeignete Erklärung? Was ist als Beweis zu bezeichnen, und wann handelt es sich lediglich um ein Plausibelmachen? Wann nimmt der Schüler die Regel einfach hin, wann spürt er einen Zwang? Die richtige Wahl kann nur im Zusammenhang mit der Frage «Was heisst Verstehen?» getroffen werden.

Zum Verstehen

Martin Wagenstein: *«Verstehen heisst, ein anderes Vertrauteres finden, das mit ihm zusammenhängt, ihm zugrunde liegt».*[1]

Verstehen passiert im Innern. Es handelt sich um einen Sprung, um ein Aha-Erlebnis. Weder plausibel machen über die unvollständige Induktion noch ein deduktiver Beweis führen mit Sicherheit zu Verstehen. Man kann einem Beweis folgen, ohne zu verstehen. Eine plausible Erklärung kann Verstehen ermöglichen. Plausibles und deduktives Schliessen sind hier nur äussere, formale Klassierungen von Erklärungen.

Verstehen zeigt sich durch eine Zufriedenheit



des Fragestellers an. Ob das Erlebnis des Verstehens eintritt oder nicht, hängt davon ab, ob unsere Erklärung genügend nahe beim Vorverständnis des Schülers liegt und ob unsere Ausführungen die mit der Frage verbundene Erwartung an eine Antwort treffen. Insbesondere diese Erwartung ist nicht immer leicht zu erfassen (Wenn sich ein Kind wundert, dass es nur im Winter schneit, sucht es nicht den Zusammenhang zwischen Erdachse und Erdbahn.). Richtigerweise wird im Artikel auch hervorgehoben, dass beim Erklären jedes «Drängen» unbedingt vermieden werden muss.

Wir schliessen ab mit zwei weiteren möglichen Erklärungen zum Grundproblem des zu besprechenden Artikels. Mögen diese unsere letzten Bemerkungen konkretisieren und erhellen!

Beispiel A:
Eine Schülerin beweist:
Ich weiss, dass $3 \cdot (-2) = -6$ ist.
$(-3) \cdot (-2) = -6$ kann nicht stimmen, da sonst
3 und -3 das Gleiche wäre. Also ist
$(-3) \cdot (-2) = 6$.
Ihr ist bereits vertraut, dass $3 \cdot (-2) = -6$ ist.
Ihr Gedankengang ist für sie zwingend. Sie versteht, warum es so sein muss. Dass auch möglich wäre $(-3) \cdot (-2) = 7$ oder «lässt sich nicht rechnen», ist für sie dabei keine Frage. Es könnte ihr, behutsam aufgedeckt, zur Frage werden.

Beispiel B:
Ein anderer Weg führt vorerst nur zu
$(-1) \cdot (-1) = 1$
Vertraut sein muss:
Mit (-1) multiplizieren ergibt die Gegenzahl.
Was bedeutet nun $(-1) \cdot (-1) \cdot 3$?
$(-1) \cdot (-1) \cdot 3$ ergibt die Gegenzahl der Gegenzahl von 3, und das ist 3.
Mal $(-1) \cdot (-1)$ ist also das Gleiche wie mal 1.
Auch hier wird nicht alles begründet. Die Assoziativität der Multiplikation drängt sich nicht als Frage auf. Der zentrale Gedanke ist der, dass die Gegenzahl einer Gegenzahl die Zahl selber ist. Dahinter kann Bekanntes erscheinen:

«Das Gegenteil vom Gegenteil ist, was es am Anfang war.»
Vertraut ist es jedenfalls aus der Sprache:
«Ich will nicht nicht dabeisein.»
«Ich habe nie nichts gesagt.»
«Das ist nicht uninteressant.»
Findet der Schüler für ihn Vertrautes im «Minus mal Minus»-Satz, so versteht er diesen.

Diese Beispiele wollen keine Mustererklärungen sein. Sie sollen zeigen, wie Schüler mit unterschiedlichen Erwartungen auf verschiedenen Wegen eine Erklärung finden können. Ob für einen Schüler eine Erklärung befriedigend ist, ob er versteht, entscheidet sich in ihm. Das Verstehen des Schülers ist ein anderes als das des Lehrers. Es sei denn, dem Lehrer gelingt es, seine Vorkenntnisse und Erwartungen beiseite zu legen.

Kann es ein Mathematiklehrer denn seinem Fach gegenüber verantworten, wenn das Verstehen des Schülers nicht auf einem streng logischen Weg herbeigeführt wird, sondern auf für uns unvollständigen und zum Teil nichtmathematischen Einsichten beruht? Wir meinen, die Antwort von Martin Wagenschein dazu sei ein überzeugtes Ja.

Anmerkung

[1] M. Wagenschein, Ursprüngliches Verstehen und exaktes Denken II. Stuttgart: Klett 1970 (S. 166).