

# Zur Umwandlung des n-Eckes in einen n-strahligen Stern

Autor(en): **Herzog, W.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins :  
gemeinsames Publikationsorgan des Schweizerischen  
Elektrotechnischen Vereins (SEV) und des Verbandes  
Schweizerischer Elektrizitätswerke (VSE)**

Band (Jahr): **60 (1969)**

Heft 8

PDF erstellt am: **05.07.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-916140>

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

# Zur Umwandlung des n-Eckes in einen n-strahligen Stern <sup>1)</sup>

Von W. Herzog, Mainz  
2849 - 2857

621.316.1.062

Die Umwandlung eines n-strahligen Sterns ergibt kein beliebiges n-Eck, sondern dessen Zweige sind Bedingungen unterworfen. Es wird gezeigt, wie ein n-Eck mit entsprechenden Bedingungen in einen n-strahligen Stern verwandelt werden kann. An Beispielen werden Anwendungen in der Filtertechnik wiedergegeben.

La transformation d'une étoile à n branches ne fournit pas un polygone quelconque à n angles du fait que ses branches sont soumises à certaines conditions. On démontre la manière de transformer, aux conditions requises, une étoile à n branches en un polygone à n angles. Des exemples illustrent l'application du procédé à la technique des filtres.

## 1. Zum Problem

Aus der Filtertechnik ist die Stern-Dreieck-Transformation nicht mehr wegzudenken. Die grossen Vorteile dieser Transformation liessen die Erweiterung auf vier- und mehrstrahlige Sterne wünschenswert erscheinen, doch für  $n > 3$  ist die Elementenanzahl von Stern und n-Eck verschieden. Für die Elementenanzahl  $E$  des n-Ecks gilt:

$$E = n \frac{n-1}{2} \quad (1)$$

Für  $n = 4$  ist  $E = 6$  und für  $n = 5$ :  $E = 10$ . Man kann zwar die Formeln für das n-Eck aus dem n-strahligen Stern aufstellen [1]<sup>2)</sup>, jedoch die umgekehrte Transformation erscheint nicht möglich.

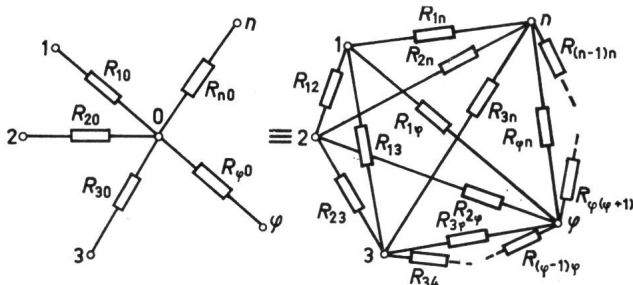


Fig. 1  
n-strahliger Stern mit äquivalentem Vieleck

Die Umwandlung des n-strahligen Sterns ergibt jedoch kein beliebiges n-Eck, sondern ein n-Eck, das Bedingungen unterworfen ist. Setzt man die entsprechenden Bedingungen beim n-Eck voraus, so erhält man aus demselben den beliebigen n-strahligen Stern.

Nennt man  $B$  die Anzahl der Bedingungen, so ist:

$$n = E - B \quad (2)$$

und mit Gl. (1):

$$B = n \frac{n-3}{2} \quad (3)$$

Für den vierstrahligen Stern, an dem die Untersuchung durchgeführt werden soll, ist:

$$B = 2 \quad (4)$$

## 2. Die Umwandlung des vierstrahligen Sterns in ein Viereck

Für die Umwandlung des n-strahligen Sterns in ein n-Eck, entsprechend Fig. 1, gelten die Formeln:

$$R_{\nu\mu} = \frac{R_{\nu 0} R_{\mu 0}}{R_0} \quad \frac{1}{R_0} = \sum_{\nu=1}^n \frac{1}{R_{\nu 0}} \quad \nu \neq \mu \quad \nu = 1 \dots n \quad \mu = 1 \dots n \quad (5)$$

so dass sich für einen vierstrahligen Stern und ein Viereck mit den Bezeichnungen der Fig. 2 ergibt:

$$\begin{aligned} R_{12} &= \frac{R_{10} R_{20}}{R_0} & R_{13} &= \frac{R_{10} R_{30}}{R_0} & R_{14} &= \frac{R_{10} R_{40}}{R_0} \\ R_{34} &= \frac{R_{30} R_{40}}{R_0} & R_{24} &= \frac{R_{20} R_{40}}{R_0} & R_{23} &= \frac{R_{20} R_{30}}{R_0} \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{R_0} &= \frac{1}{R_{10}} + \frac{1}{R_{20}} + \frac{1}{R_{30}} + \frac{1}{R_{40}} = \\ &= \frac{R_{10} R_{20} (R_{30} + R_{40}) + R_{30} R_{40} (R_{10} + R_{20})}{R_{10} R_{20} R_{30} R_{40}} \end{aligned}$$

Den Beziehungen (6) lassen sich die zwei Bedingungen [s. Gl. (4)] entnehmen:

$$R_{12} R_{34} = R_{13} R_{24} = R_{14} R_{23} = k^2 \quad (7)$$

Die Bedingungen liessen sich so auswerten, dass man z. B. setzt:

$$R_{34} = \frac{R_{13} R_{24}}{R_{12}} \quad R_{23} = \frac{R_{13} R_{24}}{R_{14}} \quad (8)$$

Übersichtlicher erscheint jedoch die Einführung einer Grösse  $k^2$  [s. Gl. (7)], womit folgt:

$$R_{34} = \frac{k^2}{R_{12}} \quad R_{24} = \frac{k^2}{R_{13}} \quad R_{23} = \frac{k^2}{R_{14}} \quad (9)$$

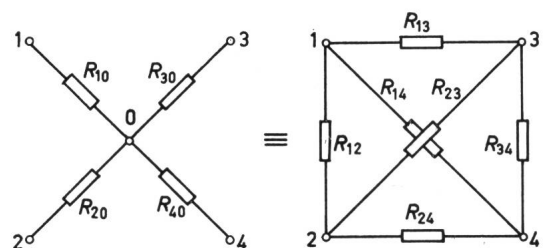


Fig. 2  
Vierstrahliger Stern und äquivalentes Viereck

<sup>1)</sup> Mitteilung des Instituts für Elektrotechnik der Universität Mainz.  
<sup>2)</sup> Siehe Literatur am Schluss des Aufsatzes.

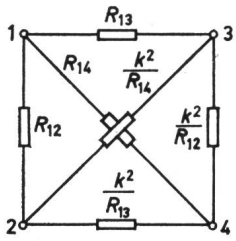


Fig. 3  
Viereck mit durch die Bedingungen vereinfachten Elementen

Mit diesen Grössen ändern sich die Grössen des Vierecks in Fig. 2 in dasselbe in Fig. 3. Hierbei ist der Punkt 1 bevorzugt. In gleicher Weise lassen sich die übrigen Ecken herausstellen.

Man entnimmt der Fig. 3, dass die gegenüberliegenden Elemente dual zueinander sind. Das Element zwischen den Punkten 3, 4 ist dual zu dem Element zwischen 1, 2, entsprechend 2, 4 zu 1, 3 und 2, 3 zu 1, 4.

Im symmetrischen Fall

$$R_{30} = R_{10} \quad R_{40} = R_{20} \quad (10)$$

erhält man die in Fig. 4 wiedergegebene Umwandlung mit den Formeln:

$$R_{12} = \frac{R_{10} R_{20}}{R_0} \quad R_{14} = R_{12} \quad R_{34} = R_{12} \quad R_{23} = R_{12} \quad (11)$$

$$\frac{1}{R_0} = \frac{2(R_{10} + R_{20})}{R_{10} R_{20}}$$

$$R_{13} = \frac{R_{10}^2}{R_0} \quad R_{24} = \frac{R_{20}^2}{R_0} \quad k^2 = R_{12}^2$$

### 3. Die Umwandlung des Vierecks in einen vierstrahligen Stern

Die Umwandlung kann die beiden Bedingungen (7) oder (8) zugrundelegen. Bevorzugt seien hier die Gl. (9) und Fig. 3. Die durch die Bedingungen (7) in Fig. 3 enthaltenen vier Grössen:

$$R_{12} \quad R_{13} \quad R_{14} \quad k^2 \quad (12)$$

seien gegeben. Hierbei ist  $k^2$  beliebig und hat die Dimension Widerstand im Quadrat.

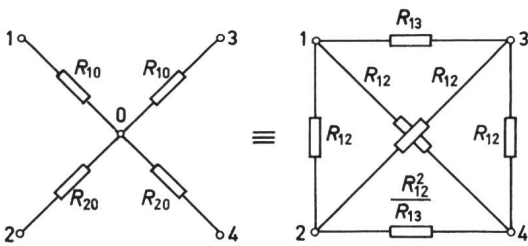


Fig. 4  
Symmetrischer vierstrahliger Stern und äquivalentes Viereck

Aus der Gl. (6) entnimmt man:

$$\frac{R_{30}}{R_{20}} = \frac{R_{13}}{R_{12}} \quad \frac{R_{40}}{R_{20}} = \frac{R_{14}}{R_{12}} \quad (13)$$

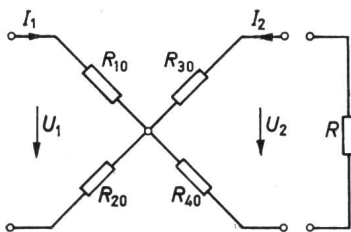


Fig. 5  
Der vierstrahlige Stern als Vierpol

$$\frac{R_{13} R_{14}}{R_{12} R_{34}} = \frac{R_{10}}{R_{20}} = \frac{R_{13} R_{14}}{k^2} \quad (14)$$

Die Gln. (6) und (7) liefern:

$$R_{12} R_{34} = \frac{R_{10} R_{20} R_{30} R_{40}}{R_0^2} = k^2 = \frac{[R_{10} R_{20} (R_{30} + R_{40}) + R_{30} R_{40} (R_{10} + R_{20})]^2}{R_{10} R_{20} R_{30} R_{40}} \quad (15)$$

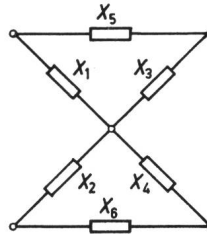


Fig. 6  
Ergänzung des Sternes zu einem nutzbaren Vierpol

Setzt man die Grössen  $R_{30}$  und  $R_{40}$  [Gl. (13)] in Gl. (15) ein, so folgt mit der Abkürzung:

$$R_{12} R_{13} + R_{12} R_{14} + R_{13} R_{14} = r^2 \quad (16)$$

$$k^2 = \frac{[R_{10} r^2 + R_{13} R_{14} R_{20}]^2 R_{20}}{R_{10} R_{12}^2 R_{13} R_{14}} \quad (17)$$

Aus den Formeln (14), (17) und (13) berechnen sich die gewünschten Grössen zu:

$$R_{10} = \frac{R_{12} R_{13} R_{14}}{r^2 + k^2} \quad R_{20} = \frac{R_{12} k^2}{r^2 + k^2} \quad (18)$$

$$R_{30} = \frac{R_{13} k^2}{r^2 + k^2} \quad R_{40} = \frac{R_{14} k^2}{r^2 + k^2}$$

wobei  $r^2$  Gl. (16) zu entnehmen ist.

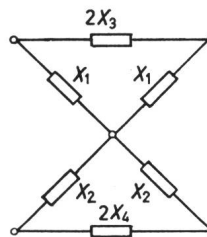


Fig. 7  
Symmetrischer ergänzter Stern

### 4. Anwendungen der Vieleck-Stern-Transformation

Betrachtet man den Stern Fig. 2 als Vierpol, wie ihn Fig. 5 wiedergibt, so gelten für denselben:

$$U_1 = (R_{10} + R_{20}) J_1 \quad U_2 = (R_{30} + R_{40}) J_2 \quad (19)$$

Nimmt man einen Abschlusswiderstand  $R$  hinzu:

$$U_2 = -R J_2 \quad (20)$$

so wird

$$J_2 = 0 \quad U_2 = 0 \quad (21)$$

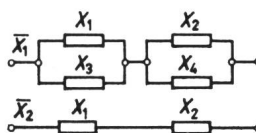


Fig. 8  
Brückenzweige der Anordnung in Fig. 7

was nach der Einpunkt-Verbindung zwischen Eingang und Ausgang zu erwarten war.

Durch Hinzufügen beliebiger Elemente (s. Fig. 6) lässt sich der vierstrahlige Stern als Vierpolschaltung benutzen. Man sieht, dass die Anordnung Fig. 6 der Reihenschaltung von zwei  $\Pi$ -Gliedern entspricht. Für  $X_6 = 0$  geht die Anordnung in ein überbrücktes T-Glied über.

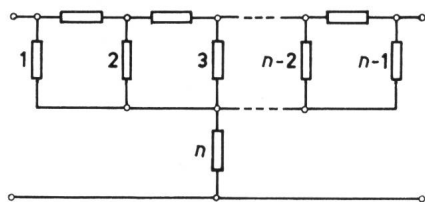


Fig. 9  
Kettenschaltung mit  $n$ -strahligem Stern

Anschaulich ist die symmetrische Anordnung Fig. 7, die sich in eine Brücke überführen lässt, deren Zweige  $\bar{X}_1$  und  $\bar{X}_2$  Fig. 8 zeigt. Die mit dem Stern versehene Schaltung hat die

halbe Elementenanzahl wie die Brücke. Nachteilig ist, dass die Zweige  $X_1$  und  $X_2$  in den beiden Brückenzeigen vorkommen.

Kettenschaltungen enthalten einen mehrstrahligen Stern. Man kann ein weiteres Element hinzufügen, wie Fig. 9 zeigt. Dieses Element kann für die Kette zur Verlustkompensation dienen [2].

In einem späteren Aufsatz werden einige Anwendungen ausgeführt.

**Adresse des Autors:**

Prof. Dr. phil. Dr.-Ing. W. Herzog, Direktor des Institutes für Elektrotechnik der Universität Mainz, Postfach 3980, D-6500 Mainz.

## Mitgliedfirmen an der 53. Schweizer Mustermesse Basel

### Nachtrag

Ohne Verantwortung der Redaktion

#### Pro Elektra, Wil (SG)

(Halle 22, Stand 563.) Die Firma hat sich spezialisiert auf die Herstellung von *Kabelverteilungskabinen* und *Transformatorstationen aus Kunststoff* in einer handwerklich hochstehenden Qualität. Das neue NHS-Baukastensystem hat in Fachkreisen bereits grossen Anklang gefunden, denn es gibt dem Fachmann mit einem Minimum an Teilen die vielseitigsten Anwendungsmöglichkeiten in die Hand. Speziell interessieren wird das mit beliebigen PE-Normkontaktköpfen zusammenstellbare OBP-System. Damit können preisgünstige Sekundärverteilungen für Kabinen und Stationen zusammengestellt werden. Auch der 3polige Einhängelblock mit nach unten geführten Anschlußschienen weist Vorteile auf. Das Grundelement ist für 600 A gebaut und wird nur in einer Grösse hergestellt.

Die NHS-Elemente für Einbau in feste Schalttafeln werden in 2 Ausführungen hergestellt. Typ EB, der 4polige Einbaublock mit nur 2 Befestigungsbriden und auswechselbaren Kontakten 250 oder 400 A, und der Typ ES, Einzelschale für Kontaktköpfe von 250...1000 A. Die neuen Einbaurahmen für bewegliche Fronten weisen eine neue, zeitsparende Befestigungsart auf und können sowohl für 1-mm- wie 15-mm-Platten gleichermaßen verwendet werden.

Als weitere Artikel sind die *Tiefenerder* zu nennen, mit welchen auf einfachste Weise zuverlässige Erdungen erstellt werden können.

#### Sprecher & Schuh AG, Aarau

(Halle 22, Stand 434.) Das Ausstellungsprogramm der Firma umfasst in diesem Jahre Neuentwicklungen aus den Fabrikationsgebieten der Niederspannungsapparate, Schaltanlagen und Steuerungen. Mit dem erstmals gezeigten *Schütz CA 1-40* wird die Reihe für 10...1000 A vervollständigt, so dass dem Kunden ein vollständiges Angebot in Hinblick auf Leistungsstufen und Kombinationsmöglichkeiten zur Verfügung steht. Die vielseitige und zugleich einfache Anwendung des Steuerschützes CS 1 wird an einer Reihe von Beispielen demonstriert.

Zur Lösung von speziellen industriellen Schaltproblemen wurden kontaktlose, d. h. elektronische Schütze entwickelt. Diese müssen anstelle der konventionellen Schütze verwendet werden, wenn sehr hohe Anforderungen an die Schalthäufigkeit, Lebensdauer und Zuverlässigkeit gestellt werden, bei Betrieb des Schützes in aggressiver oder stark verschmutzter Atmosphäre oder bei dessen Steuerung direkt von logischen (integrierten) Schaltkreisen. Die ausgestellten Typen sind einpolige Wechselstromschütze für Nennströme von 2, 6 und 15 A.

Der Schaltanlagensektor ist mit *Normschränken* vertreten, die nach dem Baukastensystem aufgebaut sind und den jeweiligen Verwendungszwecken angepasst werden können. Als Anwendungsbeispiele werden den Standbesuchern eine Niederspannungsverteilung und ein Steuerschrank mit Einschubeinheiten vorge-

führt, deren klare, funktionelle Gliederung und einfache Montage bzw. Erweiterung den Forderungen der Praxis entspricht.

#### Otto Suhner AG, Brugg (AG)

(Halle 56, Stand 35.) Aus dem vielseitigen Programm dieser Ausstellerin seien die nachfolgend beschriebenen Erzeugnisse besonders erwähnt:

1. *Kleinhandschleifer*, USB 25, 260 W, 220 V, Leerlaufdrehzahl 25 000 U./min, schutzisoliert, funkentstört, mit Überlastschalter, für den vorteilhaften Gebrauch von Hartmetallfräsern bis 12 mm  $\phi$ , keramisch- und kunstharzgebundene Formschleifkörper usw. Gewicht 1,3 kg.

2. *Kleinwinkelschleifer*, USB 10, 260 W, 220 V, Leerlaufdrehzahl ca. 10 000 U./min, schutzisoliert, funkentstört, mit Überlastschalter, für Faserstoffschruppscheiben 115  $\times$  4 mm  $\phi$  und Schleifteller max. 115 mm  $\phi$ .

3. *Winkelschleifer*, UWK, 1500 W, Dauerleistung 1,5 PS, schutzisoliert, mit Motorschutzschalter, 220 V, Lichtanschluss, für Schrump- und Schleifarbeiten, 3 verschiedene Maschinen für 4000, 6000 und 8000 U./min. und 1 Maschine Typ UXG 2 für Steinbearbeitung.

4. *Winkelschleifer*, WWJ, 1500 W, 1,4 PS Dauerleistung, wie Typ UWK, aber nicht schutzisoliert.

#### Walter AG, Horw (LU)

(Halle 13, Stand 536.) In den letzten Jahren wurden im Bau moderner *Küchen* sehr grosse Fortschritte erzielt. Auch die Firma verbesserte die Konstruktion fortlaufend, um sie dem neuesten Stand der Entwicklung anzupassen. Die heute verwendeten Materialien erlauben, alle bis anhin wiedergekehrten Mängel weitestgehend zu eliminieren. So zählen die Einbauküchen der Firma, die dieses Jahr an der Muba gezeigt werden, zu den führenden Produkten auf dem Küchensektor. Nachstehend einige Beispiele der dieses Jahr vorgenommenen Verbesserungen:

Schrank- und Kombinationsfronten in rostfreiem, elektrostatisch lackiertem Metall bieten Gewähr, dass die Türen immer 100-%ig gerade bleiben. Spültischunterbauten in elektrolitisch verzinktem und elektrostatisch lackiertem Metall ergeben zufolge des geringen Durchmessers des verwendeten Materials grösstmögliche Nutzflächen im Schrankinnern. Schrankinneres bei Hoch- und Hängeschränken in Kunstharz mit beliebig verstellbaren Tab-laren ermöglichen der Hausfrau, den nutzbaren Raum in den Geschirr- und Vorratsschränken dem jeweiligen Bedarf entsprechend zu variieren. Sichtbare Seitenwände in Kunstharz erlauben eine vielseitigere farbliche Gestaltung der ganzen Kucheneinrichtung.

Die neuen Waltert-Normküchen tragen die Bezeichnung WMH-69. Sie werden an der diesjährigen Mustermesse in fünf verschiedenen Komfortstufen gezeigt.

Neben dem reichhaltigen Normküchenprogramm finden sich auf dem Stand auch alle übrigen altbewährten, von der Firma hergestellten Produkte.