Zeitschrift: Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins

Herausgeber: Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätswerke

Band: 60 (1969)

Heft: 14

Artikel: Technische Voraussetzungen für die Anwendung der direkten digitalen Regelung und die Synthese von Regelalgorithmen

Autor: Schöne, A.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-916165

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 15.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Technische Voraussetzungen für die Anwendung der direkten digitalen Regelung und die Synthese von Regelalgorithmen

Von *A. Schöne*, Leverkusen-Schlebusch

2903 - 2907

62–503.5–193.4

1. Einführung

Unter direkter digitaler Regelung versteht man die Regelung von Produktionsanlagen oder Prozessen mit Hilfe eines Digitalrechners. Konventionelle analoge Regler werden bei der direkten digitalen Regelung überhaupt nicht oder nur in beschränktem Umfange für Ersatzregelungen benützt. Die Anwendung der direkten digitalen Regelung ist in den meisten Fällen nur dann sinnvoll, wenn die Regelung für eine grössere Anzahl voneinander abhängiger oder unabhängiger Regelkreise durchgeführt wird. Die Benennung direkte digitale Regelung ist die wörtliche Übersetzung der anglo-amerikanischen Benennung «direct digital control», die vor allem in der Abkürzung DDC in Fachkreisen häufig benützt wird.

Der schematische Aufbau von Regelsystemen mit Digitalrechnern ist schon an verschiedenen Stellen beschrieben worden. Beispielsweise bringt *Leonhard* eine Darstellung mit sorgfältiger Wiedergabe der mathematisch-regelungstechnischen Formulierungen für die Funktionen des Digitalrechners [1][1]). Über die Erfahrungen bei der praktischen Anwendung gibt es gleichfalls eine Reihe von Veröffentlichungen. Am interessantesten als Beschreibung der ersten Anfänge der Entwicklung zur direkten digitalen Regelung ist wohl der Bericht von *Thompson* über die Digitalrechnerregelung einer alten Sodafabrik der ICI in Winnington [2].

Als Einführung für die folgenden Darlegungen genügt eine kurze Beschreibung der Funktionen eines Digitalrechners bei der Rechnerregelung auf Grund des in Fig. 1 wiedergegebenen Schemas. Die Analogwerte der Eingangsgrössen des Prozessrechensystems, d. h. im vorliegenden Fall also der Regelgrössen, werden von einem Eingabesammler nacheinander abgetastet. Jeder abgetastete Wert wird von einem nachgeschalteten Analog-Digital-Umsetzer (ADU) in einen digitalen Wert umgesetzt und steht im Ausgangsregister des Analog-Digital-Umsetzers bis zum Abruf durch die Zentraleinheit an. Solange die Analog-Digital-Umsetzung andauert, darf kein neuer Analogeingang abgefragt werden. Die zeitliche Folge der Eingabe von Analogwerten hängt demnach wesentlich von der erreichbaren Abfragefrequenz im Eingabesammler und der Umsetzzeit im ADU ab.

Die Zentraleinheit enthält vor allem Rechenwerk, Leitwerk und die Zentralspeicher. Durch Organisationsprogramme, die im Hauptspeicher der Zentraleinheit gespeichert sind, werden die verschiedenen Funktionen des Gesamtsystems in der richtigen zeitlichen Reihenfolge und — bei gleichzeitigen Ereignissen — im zweckmässigen Vorrang ausgelöst. Für die direkte digitale Regelung sind ausserdem Regelprogramme notwendig, die die Funktion der analogen Regler in konventionellen Regelsystemen ersetzen. Hierzu wird bei der Behandlung der Regelalgorithmen noch einiges zu sagen sein.

Für die Ausgabe der Stellsignale gibt es vielfältige technische Lösungen. Teilweise wird die Ausgabe der vollen Werte der Stellgrössen, teilweise die Ausgabe der Stellgrössenänderungen bevorzugt. Von der grösseren Anzahl der Hersteller wird offenbar die Ausgabe von Stellgrössenänderungen für zuverlässiger gehalten, da dabei falsche Berechnungen des Rechners, mit denen vor allem unmittelbar vor einem vollständigen Rechnerausfall gerechnet werden muss, sich nur wenig auf den gesamten Wert der Stellgrösse auswirken. Beide Ausgabeverfahren benötigen je Stellgrösse ein Halteglied, um den Wert der Stellgrössen zwischen zwei aufeinanderfolgenden Zeitpunkten der Ausgabe der Werte neuer Stellgrössen oder Stellgrössenänderungen konstant zu halten. Bei beiden Verfahren der Stellwertausgabe kann auch die Digital-Analog-Umsetzung entweder zentral vor dem Ausgabeverteiler oder dezentral einzeln für jede Stellgrösse erfolgen.

Eine hohe Zuverlässigkeit der verwendeten Prozessrechenanlagen ist eine notwendige Voraussetzung für eine erfolg-

[1]) Siehe Literatur am Schluss des Aufsatzes.

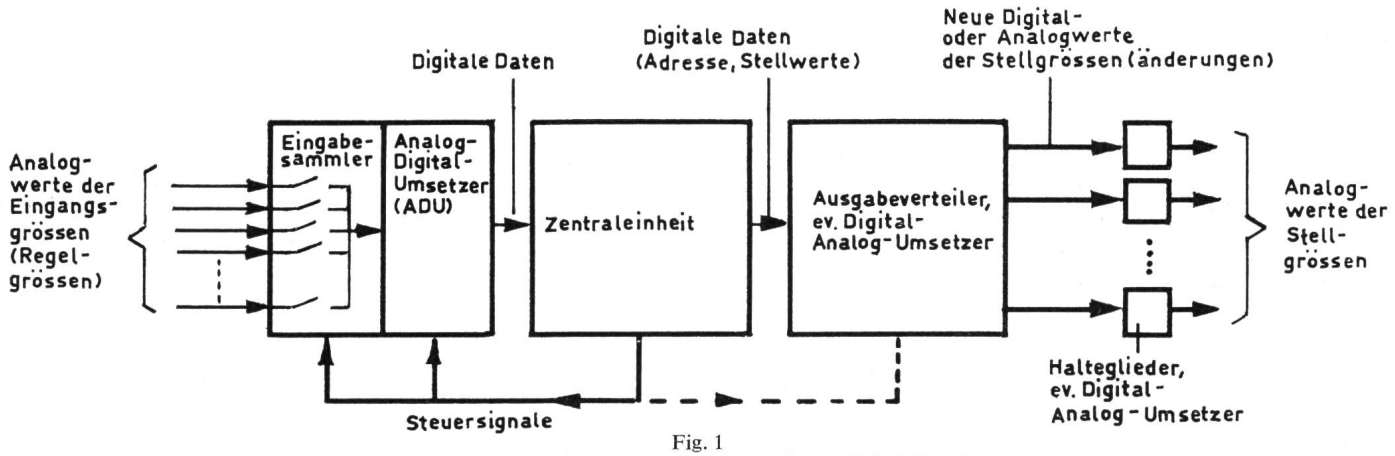

Fig. 1
Schema eines Prozessrechensystems für die direkte digitale Regelung

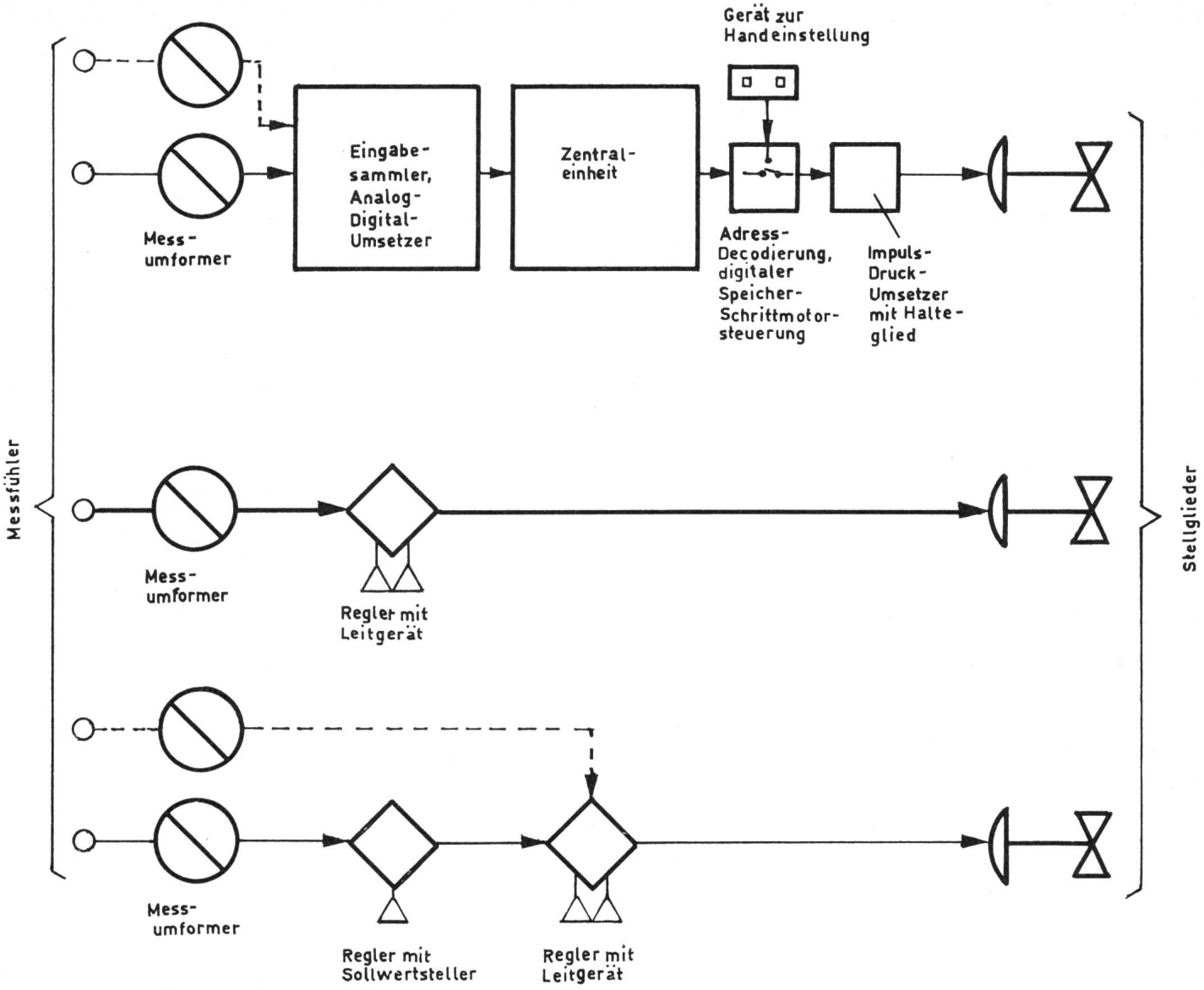

Fig. 2

Vergleich der Instrumentierung bei Rechnerregelung mit der bei konventioneller analoger Einfachregelung bzw. bei Kaskadenregelung

(Signalflusslinien für die Hilfsregelgrösse gestrichelt)

reiche Rechnerregelung. Die bekanntgewordenen Beispiele scheinen jedoch zu zeigen, dass die Zuverlässigkeit der heute verfügbaren Prozessrechner für derartige Zwecke in den meisten Fällen ausreicht. In besonders kritischen Fällen werden Doppel-Prozessrechnersysteme angewandt [3], jedoch sind dabei sehr hohe Kosten aufzuwenden, wenn tatsächlich alle für die Funktion des Gesamtsystems wichtigen Bauteile, wozu auch die Umschalteinrichtungen gehören, doppelt ausgelegt werden.

2. Vergleich der Gerätetechnik in analogen und Rechnerregelsystemen

In manchen Veröffentlichungen wurden für die Einführung der direkten digitalen Regelung Rentabilitätsgründe geltend gemacht und dargelegt, dass die Kosten für Rechnerregelsysteme schliesslich niedriger als für analoge Regelungssysteme seien, wenn nur die Anzahl der Regelkreise genügend gross ist (break even point). Im folgenden soll ausgeführt werden, worauf es dabei tatsächlich ankommt. In Fig. 2 wird die Instrumentierung eines einfachen Regelkreises und einer Kaskadenregelung (Regelung mit Hilfsregelgrösse) bei Rechnerregelung mit der entsprechenden konventionellen pneumatischen Instrumentierung verglichen. Gemeinsam sind den zu vergleichenden Systemen die Messumformer und die Stellglieder. Der Rechner benötigt dabei jedoch elektrische Eingangssignale. Bei verschiedenen Arten von Regelgrössen (Druck, Durchfluss) wird für die elektrischen Messumformer mehr aufzuwenden sein als beim pneumatischen System. Bei Regelgrössen, die durch Thermospannungen oder veränderliche Widerstände erfasst werden, wird man andererseits bei Einsatz eines Prozessrechensystems auf die Messumformer vollständig verzichten können.

Zur Ausgabe von Stellsignalen kann man beispielsweise je Stellglied eine Adress-Decodiereinrichtung, einen digitalen Speicher und eine Steuerung für einen nachgeschalteten Schrittmotor verwenden. Dieser Schrittmotor ist Bestandteil eines Impulsdruckumsetzers, der die Eingangsimpulse für den Schrittmotor in ein pneumatisches Stellsignal umsetzt. Dieses Stellsignal wird konstant gehalten, wenn der Schrittmotor keine Impulse vom Rechner empfängt, d. h. also auch dann, wenn der Rechner ausgefallen ist. Mit Hilfe der Schrittmotorsteuerung und des Impulsdruckumsetzers kann man das Stellglied auch von Hand verstellen, indem mit Hilfe eines besonderen Gerätes durch Tastendruck Impulse zum Öffnen

oder Schliessen des Stellgliedes (Ventils) ausgelöst werden. Das hiermit erläuterte DDC-Ausgabesystem, zu dem übrigens auch noch verschiedene Variationen angeführt werden könnten, ist geringfügig aufwendiger als andere, die einen zentralen Ausgabeverteiler benützen und vor allem nicht Stellsignaländerungen, sondern jedesmal den tatsächlichen Wert des Stellsignals ausgeben. Das hier dargestellte Ausgabesystem hat jedoch den Vorteil grösserer Betriebssicherheit, da beim anderen Ausgabesystem die Funktion aller Regelkreise vom störungsfreien Arbeiten eines zentralen Ausgabeverteilers abhängt, während hier jeder Ausgabekanal unabhängig von allen anderen Ausgabekanälen ist.

Bei der derzeitigen Marktlage muss der Anwender für die Decodiereinrichtung mit Digitalspeicher und den Impulsdruckumsetzer zusammen etwa doppelt so hohe Kosten als für einen pneumatischen Einheitsregler aufwenden. Beim Kostenvergleich müssen für jeden einzelnen Regelkreis bei Rechnerregelung noch die anteiligen Kosten von Eingabesammler, Analog-Digital-Umsetzer und Zentraleinheit berücksichtigt werden. In Systemen, die nur einfache Regelkreise enthalten, kann es also einen «break even point» überhaupt nicht geben. Der Unterschied in den aufzuwendenden Kosten zwischen rechnergeregelten und konventionell geregelten Systemen wird umso grösser, je grösser die Anzahl der Regelkreise ist.

Günstiger wird der Kostenvergleich für rechnergeregelte Systeme, wenn Kaskadenregelungen verglichen werden. Dann ist immerhin der Aufwand für die beiden DDC-Ausgabebauteile je Stellglied vergleichbar mit den Kosten der beiden analogen Regler. Auch hier gibt es jedoch noch keinen «break even point». Erst wenn bei der analogen Instrumentierung zusätzlich analoge Rechenelemente, Grenzsignalgeber und ähnliche Geräte benützt werden müssen, kann unter den derzeitigen Kostenverhältnissen schliesslich ein rechnergeregeltes System auch billiger als das konventionell ausgerüstete sein.

Der Vergleich der Kosten von elektrisch instrumentierten konventionellen Regelsystemen und Rechnerregelsystemen fällt etwas günstiger für die Rechnerlösung aus als der Vergleich mit pneumatisch instrumentierten Regelsystemen. Ausserdem kann der Verzicht auf analoge Schreiber in rechnergeregelten Systemen, bei denen ja Informationen in digitaler Form zur Verfügung stehen, den Kostenvergleich ebenfalls günstig zugunsten der Rechnerverwendung beeinflussen. Zusammenfassend betrachtet kann jedoch nur eine weitere erhebliche Kostenreduzierung bei Prozessrechenanlagen, vor allem bei deren DDC-Ausgabewerk, die Verwendung der direkten digitalen Regelung auch für einfachere Aufgaben wirtschaftlich lohnend machen.

Im Zusammenhang mit grösseren Aufgabenstellungen und der Integration verschiedener Aufgaben kann freilich auch unter den heutigen Kostenverhältnissen die direkte digitale Regelung der konventionellen analogen vorzuziehen sein. Die DDC-Ausgabevorrichtung benötigt man auch dann, wenn der Rechner nur Sollwerte vorgibt. Berechnet der Prozessrechner also auch optimale Sollwerte oder soll er Sollwerte nach einer festen Zeitabhängigkeit oder auf Grund bestimmter Prozessbedingungen verändern, so werden die analogen Regler bei direkter digitaler Regelung echt eingespart. Man braucht dann nur noch zu berücksichtigen, welcher Mehraufwand an Speicherkapazität im Rechner und an Rechenzeit für die Regelung erforderlich ist. In verwickelten Regelsystemen, gegebenenfalls mit notwendigen Entkopplungen, und bei Regelstrecken, die mit analogen Reglern wegen der verschiedenen Grenzen in deren Einstellbarkeit und sonstigem Verhalten nicht stabil zu regeln sind, kann aus rein regeltechnischen Gründen die Verwendung von Rechnerregelungen notwendig sein. Die regelungstechnischen Fragen hinsichtlich Vergleich von analoger und Digitalrechnerregelung werden in den folgenden Abschnitten behandelt.

Die beschriebenen DDC-Ausgabevorrichtungen bieten — wie erläutert — auch eine einfache Möglichkeit des «back up» bei Rechnerausfall, da alle Stellglieder ihre letzten Stellungen beibehalten und von Hand verstellt werden können, was bei verfahrenstechnischen Regelstrecken für beschränkte Zeit meistens ausreicht. Es gibt anspruchsvollere und zuverlässige Verfahren der Ersatzregelung, die man aus Kostengründen jedoch nach Möglichkeit vermeiden bzw. nur bei besonders schwierig zu regelnden Strecken anwenden sollte.

3. Regelalgorithmen für die Rechnerregelung

Bei fast allen Prozessrechensystemen für die direkte digitale Regelung benützte man bisher — soweit das der Literatur entnommen werden kann — numerische Approximationen für die idealisierten Algorithmen der üblichen analogen Regler [4]. Ein idealisierter analoger Proportionalregler gehorcht beispielsweise der Beziehung

$$y = K_1 (w - x) \tag{1}$$

wobei y die Stellgrösse, w die Führungsgrösse, x die Regelgrösse und K_1 die Verstärkung des Reglers sind. Die Regelabweichung $w - x$ soll abgekürzt mit e bezeichnet werden:

$$w - x = e$$

Bei Rechnerregelung werden nur Regelabweichungen e verwertet, die in den Abtastzeitpunkten:

$$t = \nu T_A \qquad \nu = 1, 2, \ldots$$

gewonnen werden. Ist die letzte Regelabweichung e_n im Abtastzeitpunkt $t = n T_A$ bestimmt worden, so lautet die numerische Approximation zu Gl. (1):

$$y_n = K_1 e_n \tag{2}$$

Diese Beziehung wird benützt, wenn über das DDC-Ausgabewerk die tatsächlichen Werte der Stellgrössen ausgegeben werden. Werden stattdessen Stellgrössenänderungen ausgegeben, so tritt an die Stelle der Gl. (2) der Algorithmus:

$$y_n - y_{n-1} = \Delta y_n = K_1 (e_n - e_{n-1}) \tag{3}$$

Die für den inkrementellen Integralalgorithmus viel benützte numerische Approximation lautet:

$$\Delta y_n = K_2 e_n \tag{4}$$

Darin ist jedoch die weitere Approximation

$$\frac{1}{2} (e_n + e_{n-1}) \approx e_n$$

enthalten. Schliesslich wird für den inkrementellen PID-Algorithmus der Ausdruck verwendet:

$$\Delta y_n = K_1 (e_n - e_{n-1}) + K_2 e_n + K_3 (e_n - 2 e_{n-1} + e_{n-2}) \tag{5}$$

Beim Algorithmus (5) werden also jeweils die in den drei letzten Abtastzeitpunkten $t = (n - 2) T_A$, $(n - 1) T_A$ und $n T_A$ ermittelten Regelabweichungen benützt.

Dadurch, dass dem Digitalrechner nur die Werte der Regelabweichungen in den Abtastzeitpunkten zur Verfügung stehen, ergibt sich ein geringfügig schlechteres Verhalten der Rechnerregelung, wenn man mit ihr die idealisierte analoge Regelung bei gleicher Einstellung der Regelparameter vergleicht [5]. Wegen verschiedener Abweichungen analoger Regler von dem idealisierten Verhalten hat die Rechnerregelung jedoch gegenüber der analogen Regelung auch dann einige Vorzüge, wenn als Regelalgorithmen lediglich die oben angeführten numerischen Approximationen benutzt werden. Zu diesen Vorzügen gehört u. a. die freizügigere Einstellbarkeit der Regelparameter [4]. Verhältnismässig einfach durchzuführende Erweiterungen der Regelalgorithmen ergeben eine weitere Verbesserung des Regelverhaltens. Mann kann nämlich die Form der Regelalgorithmen in Abhängigkeit vom Betrag oder dem Vorzeichen der Regelabweichung e_n unterschiedlich wählen [6].

Von verschiedenen Autoren sind andererseits Regelalgorithmen vorgeschlagen worden, die im Gegensatz zur eben behandelten Klasse von Regelalgorithmen von vornherein so ausgelegt werden, dass der Regelvorgang nur endliche Zeit dauert (dead beat response). Neuere Vorschläge mit dieser Zielsetzung stammen von *Leonhard* [1] und *Föllinger* [7]. Eine notwendige Voraussetzung für die Anwendung dieser Verfahren ist, dass die Struktur und die Zeitkonstanten der Regelstrecke genau bekannt sind. Diese Voraussetzung ist in der Praxis im allgemeinen schwer zu erfüllen. Ausserdem gelten die bisher veröffentlichten Syntheseverfahren nur für lineare Regelstrecken.

Wegen der Bedeutung, die diese Verfahren vor allem durch die verschiedenen Arbeiten von *Föllinger* in der wissenschaftlichen Diskussion der letzten Zeit erlangt haben und für die Realisierung in Prozessrechensystemen noch bekommen könnten, sollen in diesem Abschnitt einige Erläuterungen zu den Verfahren selbst gegeben und in den anschliessenden Abschnitten einige Beispiele angeführt werden.

Leonhard geht von einer verallgemeinerten Form der oben angeführten linearen Regelalgorithmen aus:

$$y_n + a_1 y_{n-1} + a_2 y_{n-2} + \ldots = b_0 e_n + b_1 e_{n-1} + b_2 e_{n-2} + \ldots \quad (6)$$

Der Gl. (6) ist die Impulsübertragungsfunktion F_R^* des Digitalrechners äquivalent:

$$F_R^*(s) = \frac{Y^*(s)}{E^*(s)} = \frac{b_0 + b_1 e^{-T_A s} + \ldots + b_m e^{-mT_A s}}{1 + a_1 e^{-T_A s} + \ldots + a_k e^{-kT_A s}} \quad (7)$$

Untersucht wird der Verlauf der Regelgrösse bei sprungförmiger Änderung der Führungsgrösse im Zeitpunkt $t = 0$. Zu einem bestimmten Zeitpunkt $t = q\,T_A$ soll ein neuer stationärer Zustand erreicht sein. Als Randbedingungen werden angesetzt:

$$x_q = 1; \quad \left.\frac{dx}{dt}\right|_{t=qT_A} = \left.\frac{d^2x}{dt^2}\right|_{t=qT_A} = \ldots = \left.\frac{d^{l-1}x}{dt^{l-1}}\right|_{t=qT_A} = 0 \quad (8)$$

wenn l die Ordnung der Regelstrecke ist, da durch diese Ordnung die Anzahl $l-1$ der stetigen Differentialquotienten der Regelgrösse im Zeitpunkt $t = q\,T_A$ vorgegeben ist.

Die Stellgrösse wird als Treppenfunktion angesetzt:

$$y(t) = \sum_{\nu=0}^{l} \Delta y_\nu \cdot \sigma(t - \nu\,T_A) \quad (9)$$

mit dem Einheitssprung $\sigma(t)$, also $\sigma(t) = 0$ für $t < 0$ und $\sigma(t) = 1$ für $t > 0$, wobei vorausgesetzt wird, dass $[y]_{t<0} = 0$. Lautet die Sprungantwort der Regelstrecke $u(t)$, so erhält man in einem linearen System auf Grund der Gl. (9) den folgenden Wert der Regelgrösse im Zeitpunkt $t = q\,T_A$:

$$x_q = \sum_{\nu=0}^{l} \Delta y_\nu\, u[(q-\nu)\,T_A] \quad (10)$$

Aus den Randbedingungen (8) und Gl. (10) erhält man l Gleichungen für die l Unbekannten $\Delta y_0, \Delta y_1, \ldots, \Delta y_{l-1}$, indem man die ersten $l-1$ Ableitungen der Regelgrösse x im Zeitpunkt $t = q\,T_A$ berechnet und Null setzt. Δy_l wird aus:

$$\sum_{\nu=0}^{l} \Delta y_\nu = 1$$

bestimmt. Auf diese Weise kann man die Stellgrössen im Zeitintervall $0 \leqq t \leqq q\,T_A = l\,T_A$ ermitteln und damit auch die Regelgrösse in den Abtastzeitpunkten $t = 0, T_A, \ldots l\,T_A$ aus:

$$x(\nu\,T_A) = \sum_{\mu=0}^{\nu} u[(\nu-\mu)\,T_A]\,\{y(\mu\,T_A) - y[(\mu-1)\,T_A]\} \quad (11)$$

berechnen. Die Impulsübertragungsfunktion des Digitalrechners, die zu dem gewünschten Verhalten, d. h. zu einer im Zeitpunkt $t = l\,T_A$ beendeten Sprungantwort des geschlossenen Kreises führt, erhält man schliesslich durch Einsetzen der für Δy und x berechneten Werte in:

$$F_R^*(s) = \frac{Y^*(s)}{E^*(s)} = \frac{T_l}{T_A} \frac{\sum_{\nu=0}^{l} \Delta y(\nu\,T_A)\, e^{-\nu T_A s}}{\sum_{\nu=0}^{l-1} [1 - x(\nu\,T_A)]\, e^{-\nu T_A s}} \quad (12)$$

Ein Vergleich mit Gl. (7) ergibt die Koeffizienten eines Regelalgorithmus mit der Gestalt entsprechend Gl. (6).

Das Verfahren von *Föllinger* stimmt in der Zielsetzung mit der Methode von *Leonhard* überein. Jedoch benützt *Föllinger* eine andere mathematische Prozedur als *Leonhard*. Es werden wieder Regelstrecken mit rationalen Übertragungsfunktionen, zusätzlich aber auch noch Totzeitglieder betrachtet. Die Gleichungen der Regelstrecken werden jedoch als System linearer Differentialgleichungen erster Ordnung und Differenzengleichungen für die Totzeitglieder angesetzt. Es gibt demnach so viele Differentialgleichungen erster Ordnung, wie der rationale Teil der Übertragungsfunktion des Systems Pole besitzt, wenn angenommen wird, dass nur einfache Pole vorkommen. Für ein System mit p Eingangsgrössen $y_{(\nu)}$ und m Ausgangsgrössen x_k erhält man:

$$\begin{aligned} \dot{\xi}_i &= \lambda_i\,\xi_i + \sum_{\nu=1}^{p} r_{i\nu}\, y_{(\nu)} && i = 1, \ldots, l \\ x_k(t) &= \sum_{\rho=1}^{n} q_{k\rho}\, \xi_\rho\,(t - T_{t\rho}) && k = 1, \ldots, m \end{aligned} \quad (13)$$

Die Grössen ξ_i sind also Zwischengrössen, die wegen der speziellen Form des verwendeten Ansatzes eingeführt werden müssen. Die λ_i, $r_{i\nu}$ und $q_{k\rho}$ sind Parameter, die durch das statische und dynamische Verhalten der Regelstrecke gegeben sind. Es wird vorausgesetzt, dass die ξ_i im Beharrungszustand Null werden. Das liefert nach der Integration Beziehungen zur Bestimmung der Stellgrössenänderungen, in die auch die Anfangswerte ξ_{i0} eingehen. Die genannte Bedingung entspricht der Leonhardschen Bedingung (8) und liefert für das gleiche

System die gleiche Anzahl von Bedingungsgleichungen, nämlich für jeden einfachen Pol der Übertragungsfunktion genau eine.

4. Einfache Regelalgorithmen für Digitalrechner im Vergleich zu den Algorithmen nach Föllinger und Leonhard

Sowohl das Verfahren nach *Leonhard* wie auch das Verfahren nach *Föllinger* liefern Vorschriften für die zeitliche Folge der Einstellungen der Eingangsgrösse y bzw. der Eingangsgrössen $y_{(\nu)}$ der Regelstrecke. Diese Folgen werden so gewählt, dass eine im Zeitpunkt $t = 0$ vorhandene Abweichung -1 der Regelgrösse x vom Sollwert 1 in endlicher Zeit ausgeregelt wird (*Leonhard*) bzw. Anfangswerte ξ_{i0} der ξ_i, die Abweichungen der $x_k(t)$ von vorgegebenen Festwerten w_k zur Folge haben, in endlicher Zeit in solche Werte der ξ_i übergeführt werden, denen Werte $x_k\,(l\,T_A) = w_k$ zugeordnet sind (*Föllinger*)[2]). *Leonhard* zeigt darüber hinaus, dass solche endliche Folgen von Stellgrössenänderungen durch geeignete Regelalgorithmen realisiert werden können, deren zugehörige diskrete Übertragungsfunktionen (Impulsübertragungsfunktionen) die Gestalt von Gl. (12) haben.

In Tabelle I wird eine Übersicht zu den bei der üblichen Rechnerregelung und den oben beschriebenen Verfahren der

Übersicht zu den bei unterschiedlichen Rechner-Regelverfahren benutzten Grössen

Tabelle I

			Verwendete Regelabweichungen und andere verwendete Grössen	Berechnete Stellgrössen(änderungen) bei einem Rechnungsgang
Rechnerregelung mit üblichen Regelalgorithmen	Ausgabe der Stellgrösse	P-Regelung	e_n	y_n
		I-Regelung	$e_n, e_{n-1}, e_{n-2}, e_{n-3}, \ldots$	y_n
		PI-Regelung	$e_n, e_{n-1}, e_{n-2}, e_{n-3}, \ldots$	y_n
		PID-Regelung	$e_n, e_{n-1}, e_{n-2}, e_{n-3}, \ldots$	y_n
	Ausgabe der Stellgrössenänderung	P-Regelung	e_n, e_{n-1}	Δy_n
		I-Regelung	e_n	Δy_n
		PI-Regelung	e_n, e_{n-1}	Δy_n
		PID-Regelung	e_n, e_{n-1}, e_{n-2}	Δy_n
Synthese nach *Föllinger*[1])			$\xi_{i0} - \xi_{iw}$ $(i = 1, 2, \ldots, l)$	$\Delta y_n, \Delta y_{n+1}, \ldots \Delta y_{n+l}$
Synthese nach *Leonhard*[2])			$e_n, e_{n-1}, \ldots, e_{n-l}$, $y_{n-1}, y_{n-2}, \ldots$	y_n

[1]) ξ_{iw}-Werte der ξ_i, die im Beharrungszustand zu den vorgegebenen Festwerten w_k der Regelgrössen x_k gehören. Angaben nur für eine Eingangsgrösse (Stellgrösse).

[2]) Digitalrechner mit nachgeschaltetem Integrator.

Steuerung [3]) nach *Föllinger* und *Leonhard* verwendeten Variablen gegeben. Die in der Tabelle I benützten Bezeichnungen sind zusätzlich in Fig. 3 veranschaulicht. Tabelle I zeigt vor allem mit den Angaben für die Synthese nach *Leonhard*, dass die auf Grund der Bedingung endlicher Ausregelzeit berechneten Steuerungen mit verwickelteren Regelalgorithmen für die

[2]) Die von *Föllinger* angegebenen Formeln gelten vor allem für den Fall $w_k = 0$.

[3]) Die Algorithmen für endliche Einstellzeit enthalten genau genommen Regelungs- und Steuerungsschritte. Die Anfangswerte der Regelabweichungen werden durch Vergleich der Regelgrössen mit den Führungsgrössen bestimmt. Darauf folgt eine bestimmte Anzahl von Stellschritten, die mit Hilfe dieser Anfangswerte durch Vorhersage des zeitlichen Verlaufs der Regelgrössen festgelegt wurden. Jedoch besteht — zumindest beim Föllinger-Algorithmus — während dieser Verstellschritte keine Rückkopplung der Regelgrössen zu den Eingangsgrössen der Regelstrecken.

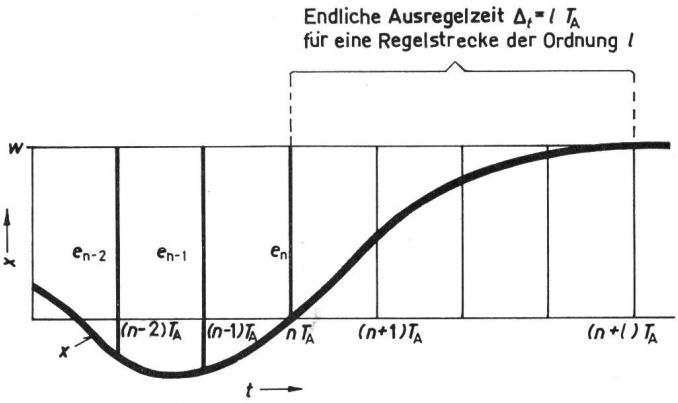

Fig. 3

Zeitlicher Verlauf der Regelgrösse x und Regelabweichungen $e_n, \ldots$ in den Abtastzeitpunkten

t Zeit; w Sollwert; x Regelgrösse; e_n Regelabweichung im Abtastzeitpunkt $t = nT_A$; T_A Abtastintervall

rückgekoppelte Regelung identisch sind. Bei der Synthese nach *Leonhard* gehen dabei nicht nur die Regelabweichungen in früheren Abtastzeitpunkten, sondern auch die früher berechneten Werte der Stellgrössen in den Regelalgorithmus ein.

Während also bei der Synthese nach *Föllinger* aus den Regelabweichungen, bezogen auf ξ_i, in einem Abtastzeitpunkt die Stellgrössenänderungen für die folgenden l Abtastintervalle bestimmt werden, wird nach den erweiterten Ergebnissen von *Leonhard* während eines Ausregelvorganges endlicher Zeitdauer in jedem der Abtastzeitpunkte während des Ausregelvorganges die Stellgrösse für das folgende Abtastintervall erst berechnet. Die Verfahren müssen jedoch auf Grund ihrer Ableitung gleichwertig sein. Die gleichartige Wirkung des Algorithmus mit Rückkopplung und der Steuerung hängt wohl auch damit zusammen, dass der jeweilige Regelkreis mit dem Digitalrechner ein spezielles Abtastsystem darstellt.

5. Beispiele für Regelsysteme mit endlicher Ausregelzeit

Stetig wirkende Regler liefern keine Einstellung der Regelgrössen auf die vorgegebenen Sollwerte in endlicher Einstellzeit, sondern erst nach der Zeit $t \to +\infty$. Wie oben schon grundsätzlich angedeutet, lassen sich in Abtastsystemen endliche Einstellzeiten jedoch sowohl mit speziellen Steuerungen wie auch mit gleichwertigen Algorithmen mit Rückkopplung der Regelgrösse realisieren. Es wird zunächst der einfachste Fall einer Regelstrecke erster Ordnung betrachtet:

$$T_1 \dot{x} + x = y \tag{14}$$

Das Syntheseverfahren nach *Föllinger* ergibt für die einstellbare Eingangsgrösse $y(t)$ folgenden Verlauf:

$$y(t) = \frac{-(x-w)_{t=0}}{e^{T_A/T_1} - 1}\,\sigma(t) + \frac{(x-w)_{t=0}}{e^{T_A/T_1} - 1}\,\sigma(t - T_A) \tag{15}$$

wenn im Zeitpunkt $t = 0$ eine Regelabweichung $(x - w)_{t=0}$ vorliegt, die ausgeregelt werden soll. $\sigma(t)$ stellt die Sprungfunktion dar: Es ist $\sigma(t) = 0$ für $t < 0$ und $\sigma(t) = 1$ für $t \geqq 0$. Genau die gleiche Wirkung erzielt aber auch ein mit einem Digitalrechner verwirklichter Proportionalalgorithmus, wenn die Stellgrösse zwischen den Abtastzeitpunkten konstant gehalten wird. Man muss zu diesem Zweck nur die Verstärkung passend wählen, d. h. im vorliegenden Fall für K_1 in Gl. (1) setzen:

$$K_1 = \frac{1}{e^{T_A/T_1} - 1}$$

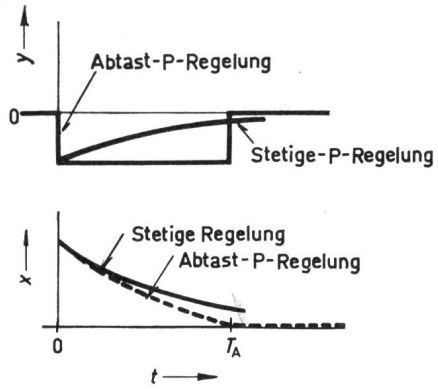

Fig. 4
Zeitlicher Verlauf der Stellgrösse und Regelgrösse bei einer Regelstrecke erster Ordnung
Optimale Abtastregelung (kleinstmögliche Ausregelzeit durch Synthese nach *Föllinger* oder geeignete Wahl des Regelparameters) und stetige Proportional-Regelung
t Zeit; x Regelgrösse; y Stellgrösse; T_A Abtastintervall

Auch zur Wahl dieses günstigsten Wertes der Verstärkung ist die genaue Kenntnis des Zeitverhaltens der Regelstrecke erforderlich.

Fig. 4 zeigt den zeitlichen Verlauf von Stellgrösse und Regelgrösse für eine solche günstigste Abtastregelung und im Vergleich dazu den Verlauf dieser Grössen bei einer stetigen Proportionalregelung. Dabei wurden der grösste Betrag der Stellgrösse bei Abtastregelung und stetiger Regelung gleich gewählt. Während bei der stetigen Regelung wegen des Zusammenhanges zwischen Stellgrösse und Regelgrösse beide theoretisch erst für $t \to +\infty$ gegen Null gehen, wird bei der zeitoptimalen Abtastregelung die Stellgrösse in dem Augenblick Null gesetzt, in dem die Regelabweichung Null geworden ist. Die beiden Änderungen der Stellgrösse in den Zeitpunkten $t = 0$ und $t = T_A$ werden bei der Föllinger-Synthese im voraus (d. h. im Zeitpunkt $t = 0$), bei der rückgekoppelten Abtastregelung jedoch in den jeweiligen Abtastzeitpunkten $t = 0$ und $t = T_A$ berechnet. Wie das folgende Beispiel noch deutlicher zeigt, bedeutet die Wahl der Anfangsbedingungen bei der Föllinger-Synthese jedoch auch eine Rückkopplung, so dass man in beiden Fällen von einer Regelung sprechen kann.

Bei Regelstrecken höherer Ordnung kann man die Abtastregelung nach der Föllinger-Synthese als eine Folge von Proportionalregelschritten auffassen, wobei freilich die Verstärkung der Regelwirkung sich von Abtastintervall zu Abtastintervall ändert. Das erklärt auch, dass bei der Regelstrecke erster Ordnung die Regelung nach *Föllinger* und die P-Regelung völlig gleich ablaufen, da in diesem Sonderfall bei der P-Regelung eben nur die Verstärkung für ein Abtastintervall bestimmt werden muss.

Am Beispiel einer Regelstrecke zweiter Ordnung soll der Vergleich von Regelung nach *Föllinger* und Abtastregelung mit den üblichen Regelalgorithmen fortgeführt werden. Die Zustandsdifferentialgleichungen der Regelstrecke lauten jetzt:

$$\begin{aligned} \dot{\xi}_1 &= -\frac{1}{T_1}\xi_1 + \frac{1}{T_1}y \\ \dot{\xi}_2 &= -\frac{1}{T_2}\xi_2 + \frac{1}{T_2}y \\ x &= \frac{T_1}{T_1 - T_2}\xi_1 - \frac{T_2}{T_1 - T_2}\xi_2 \end{aligned} \tag{16}$$

Mit Hilfe der Föllinger-Synthese ergibt sich für die endliche Einstellzeit folgender Verlauf der Stellgrösse:

$$y(t) = \Delta y_0\,\sigma(t) + \Delta y_1\,\sigma(t - T_A) + \Delta y_2\,\sigma(t - 2\,T_A)$$

mit

$$\begin{aligned} \Delta y_0 &= \frac{1}{\mu_1 - \mu_2}\left(\frac{\mu_2\,\xi_{10}}{\mu_1 - 1} - \frac{\mu_1\,\xi_{20}}{\mu_2 - 1}\right) \\ \Delta y_1 &= \frac{1}{\mu_1 - \mu_2}\left(\xi_{20}\frac{\mu_1 + 1}{\mu_2 - 1} - \xi_{10}\frac{\mu_2 + 1}{\mu_1 - 1}\right) \\ \Delta y_2 &= \frac{1}{\mu_1 - \mu_2}\left(\frac{\xi_{10}}{\mu_1 - 1} - \frac{\xi_{20}}{\mu_2 - 1}\right) \end{aligned} \tag{17}$$

wobei $\mu_1 = e^{T_A/T_1}$ und $\mu_2 = e^{T_A/T_2}$.

An den Gln. (17) zeigt sich nun ein besonderes Merkmal der Föllinger-Synthese. Im Zeitpunkt $t = 0$ sind soviele Anfangswerte ξ_{i0} zu bestimmen, wie der der Ordnung der Regelstrecke entsprechen, im Fall der Regelstrecke zweiter Ordnung also die Anfangswerte ξ_{10} und ξ_{20}. Diese hängen mit dem Anfangswert x_0 der Regelgrösse x und ihrer Ableitung $\dot{x}_0$ im Zeitpunkt $t = 0$ wie folgt zusammen:

$$\begin{aligned} \xi_{10} &= x_0 + T_2\,\dot{x}_0 \\ \xi_{20} &= x_0 + T_1\,\dot{x}_0 \end{aligned} \tag{18}$$

Bei einer Regelstrecke zweiter Ordnung muss also im Abtastzeitpunkt ausser dem abgetasteten Wert x_0 der Regelabweichung auch ihre zeitliche Änderung $\dot{x}_0$ vorliegen. Um also die Föllinger-Synthese realisieren zu können, muss man zunächst mindestens die gleiche Anzahl von Abtastwerten der Regelgrösse innerhalb genügend kurzer Zeit, aber getrennt vom Signalrauschen, zur Verfügung haben, wie der Ordnung der Regelstrecke entspricht. Das Problem der Bestimmung der Anfangswerte unter den Erschwerungen, die die tatsächlichen Prozeßsignale verursachen, dürfte zum Angelpunkt der Syntheseverfahren für die Regelung mit endlicher Einstellzeit werden.

Es interessiert schliesslich auch, wie eine Proportional-Integral-Abtastregelung im Vergleich zum Föllinger-Algorithmus wirkt. Geht man vom Algorithmus:

$$\Delta y_n = K_1\,(e_n - e_{n-1}) + K_2\,e_n \tag{19}$$

aus [vgl. Gl. (5)] und soll $x\,(t = 2T_A) = 0$ werden und ausserdem die Stellgrösse für $t \geqq 2T_A$ Null sein, so erhält man:

$$\begin{aligned} \Delta\overline{y}_0 &= -\,T_A\,\dot{x}_0\,K_1 - K_2\,x_0 \\ \Delta\overline{y}_1 &= K_1\,(x_0 - x_1) - K_2\,x_1 \\ \Delta\overline{y}_2 &= K_1\,x_1 \\ \Delta\overline{y}_0 + \Delta\overline{y}_1 + \Delta\overline{y}_2 &= 0 \end{aligned} \tag{20}$$

wobei gesetzt wurde

$$\dot{x}_0 = \frac{x_0 - x_{-1}}{T_A}$$

was je nach der Grösse von T_A in gewisser Näherung gültig ist. Unter den angegebenen Voraussetzungen erhält man nach Eliminieren von Δy_0, Δy_1 und Δy_2 für K_1 oder K_2 ein Polynom

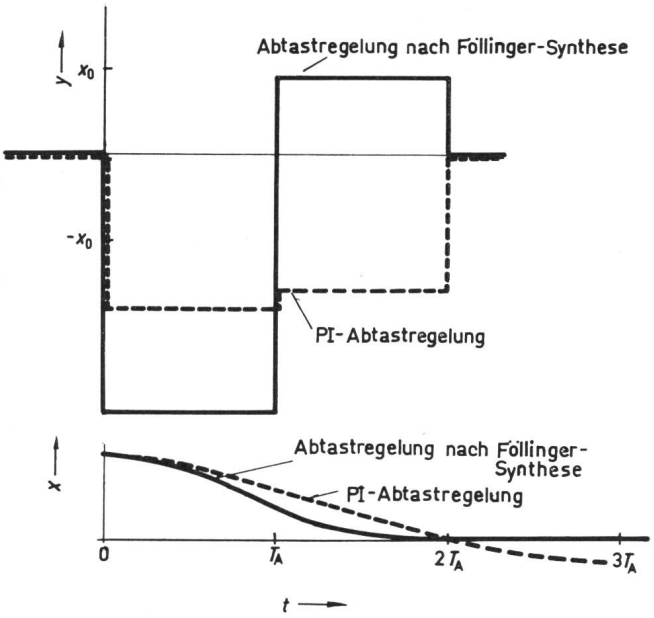

Fig. 5
Zeitlicher Verlauf der Stellgrösse und Regelgrösse bei einer Regelstrecke zweiter Ordnung
Optimale Abtastregelung auf Grund der Föllinger-Synthese und Abtastregelung mit PI-Algorithmus

dritten Grades, wobei man die Anfangs- und Endbedingungen für den Verlauf der Regelgrösse in jedem Abtastzeitpunkt anpassen muss.

Unter den Voraussetzungen $\dot{x}_0 = 0$ und $\frac{T_1}{2} = T_2 = T_A$ wurde für eine Regelstrecke zweiter Ordnung ein Beispiel für die Regelung nach *Föllinger* und die beschriebene PI-Regelung numerisch berechnet (Fig. 5). Bei der Abtastregelung nach *Föllinger* ergibt sich die gewünschte endliche Ausregelzeit $t = 2\,T_A$. Bei der PI-Abtastregelung ist zwar im Zeitpunkt $t = 2\,T_A$ die Regelgrösse Null, nicht jedoch deren Ableitung nach der Zeit, so dass sich ein deutliches Überschwingen der Regelgrösse ergibt. Mit dem PI-Algorithmus kann demnach bei der Regelstrecke zweiter Ordnung keine endliche Ausregelzeit realisiert werden, sicher also auch nicht bei Regelstrecken höherer Ordnungen. Ein Algorithmus mit endlicher Ausregelzeit müsste nach früheren Ausführungen [vgl. Gln. (6) bis (12)] die formale Gestalt haben:

$$y_n + a_1\, y_{n-1} = b_0\, e_n + b_1\, e_{n-1} + b_2\, e_{n-2} \qquad (21)$$

Dieser Ansatz ist allgemeiner als Gl. (19) (vgl. Beispiel für eine Regelstrecke zweiter Ordnung unter Literaturhinweis [1]).

6. Schlussbemerkungen

Häufig wird aus informationstheoretischer Sicht die Frage gestellt, ob nicht wegen des bei Rechnerregelung notwendigen Abtastens und des damit verbundenen Informationsverlustes diese Regelung grundsätzlich schlechter sein müsse als stetige Regelungen. Schon das einfache Beispiel nach Fig. 4 zeigt, dass diese Art der Argumentation die Eigenschaften eines Rechnerregelsystems nicht richtig wiedergibt. Dass sich bei der Rechnerregelung der im Zeitpunkt $t = 0$ berechnete und eingestellte Wert der Stellgrösse nicht wie bei der stetigen Regelung mit kleiner werdender Regelabweichung verkleinert, kann sich zum Vorteil der Rechnerregelung auswirken, für die die vorhandene Information ausreicht. In dem erläuterten Beispiel der Regelstrecke erster Ordnung ist im Abtastzeitpunkt $t = T_A$ die Regelabweichung Null. Da bei der Rechnerregelung praktisch sprunghafte Änderungen der Stellgrösse realisiert werden, ist bei einer Regelstrecke erster Ordnung ein Knick im Verlauf der Regelgrösse und damit die plötzliche Beendigung des Regelvorganges möglich.

Die Ausführungen der vorangehenden Abschnitte über die Synthese von Regelalgorithmen kann man dahingehend zusammenfassen, dass Regelalgorithmen für endliche Ausregelzeiten in der Form nach *Leonhard* direkter anwendbar sind als in der Form nach *Föllinger*. Bei dieser ist nämlich nicht definiert, wie bei der praktischen Anwendung die Anfangsbedingungen aus den Abtastwerten der Regelgrösse zu bestimmen sind. Die numerischen Approximationen der üblichen analogen Regelalgorithmen mit konstanten Werten der Regelparameter ermöglichen nur bei Regelstrecken erster Ordnung eine endliche Ausregelzeit (von genau einem Abtastintervall).

Dass die Synthese von Regelalgorithmen für endliche Ausregelzeiten die genaue Kenntnis des dynamischen Verhaltens der Regelstrecke zur Voraussetzung hat, dürfte in Fachkreisen hinlänglich bekannt sein. Keine Beachtung wurde hingegen bislang der Aufgabe geschenkt, aus den in der Regel verrauschten Prozeßsignalen die Werte der Regelgrössen und gegebenenfalls deren zeitlichen Ableitungen so genau zu bestimmen, dass die Synthese von Algorithmen für endliche Ausregelzeiten überhaupt Sinn hat. Man kann umgekehrt dieses Problem auch so formulieren, dass man einen Algorithmus sucht, der eine endliche Ausregelzeit ergibt, wenn gleichzeitig aus einem verrauschten Prozeßsignal durch einen Filteralgorithmus die Regelgrösse herausgefiltert wird. Schliesslich wäre auch eine Untersuchung interessant, die zeigen würde, wie sich beispielsweise der Leonhard-Algorithmus bei der Ausregelung von häufigen Störungen auswirkt, wobei also eine neue Störung auftritt, noch ehe die vorangegangene ausgeregelt ist.

Für die Realisierung nahezu beliebiger Regelalgorithmen durch digitale Prozessrechensysteme gibt es kaum technische Grenzen. Wie eingangs dargelegt wurde, sind die dabei auftretenden Probleme hauptsächlich technisch-wirtschaftlicher Art. Vor allem die Eingabe und die Ausgabe von Prozeßsignalen verursachen grossen Aufwand. Hier sind Fortschritte notwendig, im Zuge der raschen Entwicklung der Elektronik aber auch zu erwarten.

Literatur

[1] *W. Leonhard:* Zur Anwendung von Digitalrechnern als Abtastregler. Arch. Elektrotechn. 51(1966)2, S. 75...91.

[2] *A. Thompson:* Operating experience with digital control. In: Digital computer applications to process control. Proceedings of the first international conference held september 21...23 in Stockholm sponsored by the IFAC/IFIP. New York, Plenum Press, 1965, p. 55...88.

[3] *O. Winkler:* Erfahrungen mit Prozessrechner. Chemie-Ingenieur-Technik 40(1968)14, S. 683...689.

[4a] *A. Schöne:* Zum technischen Stand der direkten digitalen Regelung. Regelungstechnik 15(1967)7, S. 297...303.

[4b] *A. Schöne:* Prozessrechensysteme der Verfahrensindustrie. München, Carl Hanser Verlag, 1969.

[5] *K. W. Goff:* Dynamics in direct digital control. II: A systematic approach to DDC-design. ISA Journal 13(1966)12, p. 44...54.

[6] *J. B. Cox* a. o.: A practical spectrum of DDC chemical-process control algorithms. ISA Journal 13(1966)10, p. 65...72.

[7] *O. Föllinger:* Synthese von Mehrfachregelungen mit endlicher Einstellzeit. Ein Vorschlag für den Einsatz der direkten digitalen Regelung (DDC). Regelungstechnik 16(1968)10, S. 449...454.

Adresse des Autors:

Dr.-Ing. *A. Schöne,* Albertus Magnus-Strasse 19, D-5090 Leverkusen-Schlebusch.