Zeitschrift: Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins

Herausgeber: Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätswerke

Band: 60 (1969)

Heft: 24

Artikel: Synthèse et analyse des compteurs synchrones

Autor: Mange, D.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-916199

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 16.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Synthèse et analyse des compteurs synchrones [1])

Par *D. Mange*, Lausanne

261 - 269

621.374.32

A partir d'un schéma-bloc très général et des propriétés de la bascule bistable, il est possible de déduire les trois caractéristiques fondamentales du compteur synchrone et d'illustrer son comportement par les deux modes de représentation classiques: le graphe et la table d'états. Après avoir défini la nature du problème de la synthèse, une méthode systématique est développée et appliquée à l'exemple classique d'un compteur synchrone à 10 états. Le problème de l'analyse est ensuite abordé et il est montré comment on détermine systématiquement le comportement du précédent compteur à partir de n'importe lequel des 6 états normalement inutilisés; selon le type de logigramme choisi lors de la synthèse, on aboutit à trois solutions finales distinctes dont les caractéristiques spécifiques sont mises en évidence. Enfin, on rappelle les recherches entreprises pour la synthèse automatique des compteurs synchrones soit au moyen de calculatrices spécialisées, soit au moyen de programmes pour ordinateur universel.

Ausgehend von einem allgemeinen Blockschema und von den Eigenschaften des bistabilen Multivibrators, kann man die drei grundlegenden Charakteristiken eines Synchronzählers ableiten und sein Verhalten durch die beiden klassischen Darstellungsarten: Flussbild und Zustandstabelle, erläutern. Nachdem die Art des Problems der Synthese definiert ist, wird eine systematische Methode entwickelt und auf das klassische Beispiel eines Synchronzählers mit 10 Zuständen angewendet. Das Problem der Analyse wird erläutert, und es wird gezeigt, wie man das Verhalten des vorherigen Zählers systematisch aus irgendeinem der 6 Zustände, welche normalerweise unbenützt waren, festlegt; je nach dem für die Synthese gewählten Logigrammtyp kommt man zu drei verschiedenen Endlösungen, deren spezifische Charakteristiken hervorgehoben werden. Zum Schluss macht der Autor auf die bisherigen Arbeiten über die automatische Synthese der Synchronzähler, sei es mittels Spezialrechner oder mittels Programmen für Universal-Computer, aufmerksam.

Introduction

Une classe de machines séquentielles particulièrement intéressante est constituée par les compteurs synchrones. Ceux-ci sont essentiellement caractérisés par l'absence de toute variable primaire: seul un signal d'horloge agit de l'extérieur et rythme leur évolution. Le but du présent article est de rappeler la définition très générale des compteurs synchrones, de déduire de façon rigoureuse les trois propriétés fondamentales qui les caractérisent et enfin d'appliquer à un exemple classique (un compteur à 10 états dans le code binaire pur) les deux algorithmes de synthèse et d'analyse.

1. Définition du compteur synchrone

1.1 Définitions préliminaires

1.1.1 Signal d'horloge. On appelle «*signal d'horloge*» et l'on désigne par *CP* (de l'anglais «clock pulse») une variable logique qui sera considérée comme le signal de référence du système logique étudié (fig. 1). Ce signal peut être périodique ou non.

1.1.2 Instants d'horloge. Les instants pour lesquels $CP = 0$ sont appelés «*instants d'horloge*».

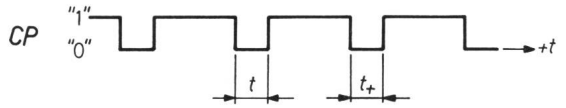

Fig. 1
Signal d'horloge *CP*
t instant présent; *t*+ instant futur

1.1.3 Instants présent et futur. Si un instant d'horloge quelconque *t* est appelé «*instant présent*», l'instant d'horloge immédiatement suivant est appelé *t*+ ou «*instant futur*» (fig. 1).

[1]) Conférence, présentée au «Colloque sur les systèmes logiques séquentiels» tenu à l'Institut d'Electrotechnique de l'EPUL, le 25 avril 1968.

1.2 Définition du compteur synchrone

1.2.1 Définition générale et schéma-bloc. Un compteur synchrone est un système logique séquentiel conforme au schéma-bloc de la fig. 2 et comportant:

a) *m* bascules bistables ($BB_1 ... BB_m$), caractérisées chacune par:
- une grandeur de sortie *Q*;
- *p* grandeurs d'excitation $I_1 ... I_p$;
- un signal d'horloge *CP;*

b) un système combinatoire (*SC*) à sorties multiples, caractérisé par:
- *m* variables d'entrée $Q_1 ... Q_m$, étant elles-mêmes les grandeurs de sortie des *m* bascules bistables;
- *mp* fonctions de sortie $I_{1_1} ... I_{p_m}$, étant elles-mêmes les *p* grandeurs d'excitation $I_1 ... I_p$ de chacune des *m* bascules bistables;

c) un signal d'horloge *CP*, commun à toutes les bascules.

1.2.2 Définition de l'état du compteur synchrone. Chacune des 2^m combinaisons possibles des valeurs des *m* grandeurs $Q_1 ... Q_m$ définit un «*état*» du compteur synchrone; à chacun de ces états correspond évidemment l'une des 2^m combinaisons possibles des valeurs des *m* variables du système combinatoire, c'est-à-dire un *mintern.*

2. Caractéristiques fondamentales du compteur synchrone

2.1 Les trois caractéristiques fondamentales

A partir des propriétés fondamentales de la bascule bistable, il est possible de déduire les trois caractéristiques fondamentales du compteur synchrone:

a) L'état $Q_1 ... Q_m$ du compteur est défini seulement à des instants discrets: les instants d'horloge ($CP = 0$); un changement d'état intervient *exclusivement entre deux instants d'horloge consécutifs* (c'est-à-dire pour $CP = 1$).

b) L'état $Q_1+ ... Q_m+$ du compteur lors d'un instant d'horloge *t*+ ou «*état futur*» est une fonction:
- de l'état $Q_1 ... Q_m$ du compteur lors de l'instant d'horloge précédent *t* ou «*état présent*».

En effet, l'équation caractéristique d'une bascule bistable quelconque *j* ($j = 1 ... m$) est: $Q_j+ = Q_j+ \quad (Q_j, I_{1_j} ... I_{p_j})$

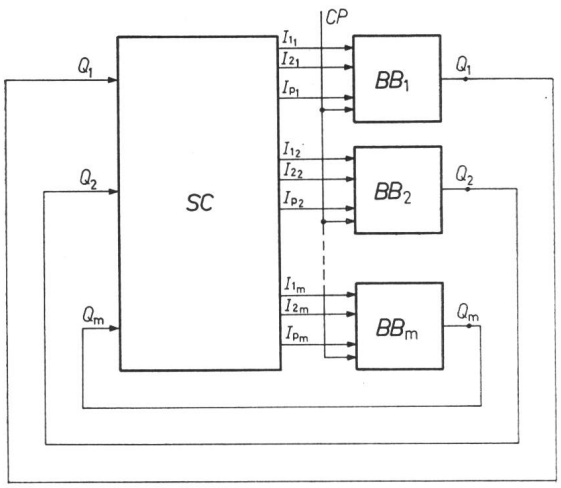

Fig. 2
Schéma-bloc du compteur synchrone

SC système combinatoire; $BB_1...BB_m$ *m* bascules bistables; $Q_1...Q_m$ grandeurs de sortie des *BB*; $I_{1_1}...I_{p_m}$ grandeurs d'excitation des *BB*; *CP* signal d'horloge («clock pulse»)

avec: $I_{1_j} = I_{1_j}$ $(Q_1...Q_m)$

$\vdots \quad \vdots$

$I_{p_j} = I_{p_j}$ $(Q_1...Q_m)$ d'après le schéma-bloc de la fig. 2.

En remplaçant $I_{1_j}...I_{p_j}$ dans l'équation de Q_j+, on trouve:

$$Q_j+ = Q_j+ \qquad (Q_1...Q_m)$$

c) S'il existe des «*restrictions*» sur les différentes combinaisons possibles des valeurs des grandeurs Q_j, $I_{1_j}...I_{p_j}$ d'une bascule bistable quelconque *j*, alors les méthodes de synthèse et d'analyse du compteur synchrone doivent en tenir compte.

2.2 *Conséquences fondamentales*

2.2.1 Première conséquence. L'état $Q_1...Q_m$ du compteur étant invariant durant les instants d'horloge (caractéristique *a*), il s'ensuit que, durant ces mêmes instants, les *mp* fonctions d'excitation $I_{1_1}...I_{p_m}$ sont également invariantes (fig. 2). L'hypothèse fondamentale relative à l'influence des grandeurs d'entrée sur la bascule bistable est ainsi vérifiée.

2.2.2 Deuxième conséquence. Si les méthodes de synthèse et d'analyse du compteur synchrone tiennent compte des restrictions énoncées par la caractéristique c), alors il est toujours possible grâce à la caractéristique b) de déterminer l'état futur $Q_1+...Q_m+$ à partir d'un état présent $Q_1...Q_m$; cet état futur est unique.

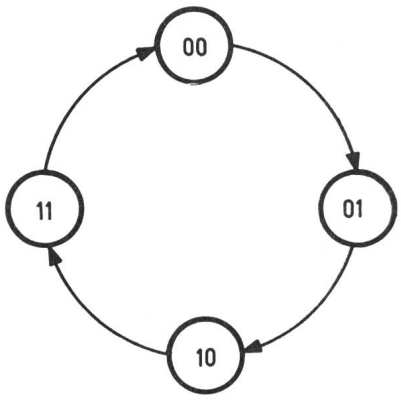

Fig. 3
Graphe des états d'un compteur à 4 états
Chaque sommet correspond à un état $Q_1\,Q_2$

3. Modes de représentation du comportement des compteurs synchrones

3.1 *Généralités*

Pour chaque état présent $Q_1...Q_m$, il est donc possible de déterminer l'état futur $Q_1+...Q_m+$ qui lui succède; cet état futur étant unique, il est aisé de représenter la suite temporelle des différents états du compteur ou «*séquence*».

Les deux représentations usuelles de la séquence d'un compteur synchrone sont:

a) le graphe des états;
b) la table d'états.

3.2 *Graphe des états*

Il est possible de représenter la séquence d'un compteur par un graphe orienté, dit «*graphe des états*», dont les sommets sont les différents états $Q_1...Q_m$ et dont les arcs définissent le sens de parcours de ces états en fonction du temps.

Exemple

Un compteur synchrone caractérisé par deux bascules bistables Q_1, Q_2, et 4 états peut être représenté par le graphe des états de la fig. 3. Pour chaque sommet du graphe, on indique la combinaison correspondante des valeurs binaires Q_1Q_2 de l'état du compteur.

t		$t+$	
Q_1	Q_2	Q_1+	Q_2+
0	0	0	1
0	1	1	0
1	0	1	1
1	1	0	0

Fig. 4
Table d'états d'un compteur à 4 états

3.3 *Table d'états*

Il est également possible de dresser une «*table d'états*» (fig. 4) dont la première colonne, désignée par «*t*», sera réservée à tous les états présents possibles $Q_1...Q_m$ de la séquence et dont la seconde colonne, désignée par «*t*+», sera affectée à tous les états futurs correspondants $Q_1+...Q_m+$.

Exemple

La fig. 4 présente la table d'états relative à l'exemple précédemment traité (§ 3.2) et illustré par le graphe de la fig. 3.

3.4 *Comparaison entre le graphe et la table d'états*

La représentation du comportement d'un compteur par un graphe est certainement plus démonstrative que celle recourant à la table d'états: la séquence de comptage, caractérisée par *une succession d'états bouclée sur elle-même,* est avantageusement mise en évidence.

Par contre, la table d'états est un mode de représentation moins visuel, mais *plus systématique.* On y recourra par la suite lors du problème de la synthèse.

4. Problème de la synthèse des compteurs synchrones

4.1 *Nature du problème*

Etant donné une représentation symbolique de la séquence des états d'un compteur synchrone (graphe et/ou table d'états),

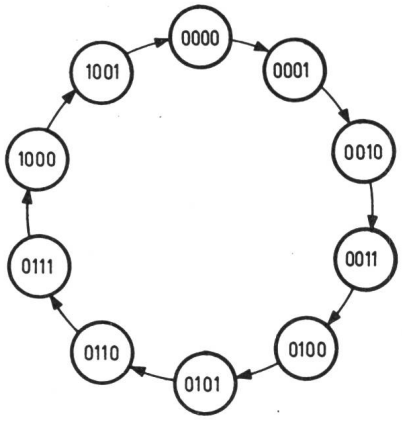

Fig. 5
Graphe d'un compteur à 10 états
Chaque sommet représente un état $Q_1\,Q_2\,Q_3\,Q_4$

on cherche à établir un logigramme conforme au schéma-bloc de la fig. 2.

4.2 Données

En général, les données du problème de la synthèse sont doubles:

a) la séquence des états $Q_1...Q_m$ (graphe et/ou table d'états);

b) le type des bascules bistables utilisées («*RS*» ou «*JK*» par exemple).

4.3 Inconnues

Ce sont les *mp* grandeurs d'excitation $I_{1_1}...I_{p_m}$ des *m* bascules bistables, c'est-à-dire l'ensemble des fonctions de sortie du système combinatoire.

5. Mécanisme de la synthèse: exemple d'un compteur à 10 états

5.1 Données

a) La séquence des 10 états $Q_1Q_2Q_3Q_4$ est représentée par le graphe des états de la fig. 5.

b) Le type de bascule bistable choisi: «*RS*».

5.2 Mise sous la forme d'une table d'états

Le mécanisme de la synthèse nécessite la présentation systématique des données grâce à la table d'états.

On est donc conduit à dresser une table à partir du graphe des états en procédant comme suit:

a) on détermine le nombre des lignes de la table, qui est égal au nombre maximum des états possibles $Q_1...Q_m$, c'est-à-dire 2^m (dans notre exemple, on a au maximum $2^m = 2^4 = 16$ états possibles $Q_1...Q_4$) (tableau I);

Table d'états d'un compteur à 10 états

Tableau I

Minterm	t				$t+$			
	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	Q_1+	Q_2+	Q_3+	Q_4+
0	0	0	0	0	0	0	0	1
1	0	0	0	1	0	0	1	0
2	0	0	1	0	0	0	1	1
3	0	0	1	1	0	1	0	0
4	0	1	0	0	0	1	0	1
5	0	1	0	1	0	1	1	0
6	0	1	1	0	0	1	1	1
7	0	1	1	1	1	0	0	0
8	1	0	0	0	1	0	0	1
9	1	0	0	1	0	0	0	0
10	1	0	1	0	∅	∅	∅	∅
11	1	0	1	1				
12	1	1	0	0				
13	1	1	0	1				
14	1	1	1	0				
15	1	1	1	1				

b) dans la colonne de la table marquée «*t*», on reporte les 2^m combinaisons possibles des valeurs des *m* variables $Q_1...Q_m$; ces 2^m combinaisons sont ordonnées selon le code binaire pur;

c) à chacune des 2^m combinaisons des valeurs des variables $Q_1...Q_m$ correspond un minterm (§ 1.2.2): chacun d'eux peut être affecté de son numéro décimal, qui est la traduction du nombre binaire pur $Q_1...Q_m$; ces nombres décimaux sont reportés alors dans une colonne supplémentaire à l'extrême gauche de la table d'états (dans notre exemple: minterms 0...15);

d) si *M* est le nombre d'états de la séquence désirée et si 2^m est le nombre maximum des états possibles $Q_1...Q_m$, il existe $2^m - M$ états surabondants, c'est-à-dire $2^m - M$ combinaisons des valeurs des variables $Q_1...Q_m$ qui ne se présenteront jamais dans la séquence; ces états surabondants seront appelés par la suite «*états* ∅»; les états futurs suivant ces états ∅ peuvent être quelconques ou «indifférents»: les valeurs $Q_1+...Q_m+$ seront dans ce cas des *conditions* ∅ (dans notre exemple: $M = 10$; $2^m = 2^4 = 16$; $2^m - M = 16 - 10 = 6$ états ∅ correspondant aux minterms 10...15);

e) enfin, pour les *M* états $Q_1...Q_m$ de la séquence désirée, on reporte dans la colonne de la table d'états marquée «*t*+» les valeurs $Q_1+...Q_m+$ correspondantes ($Q_1+\,Q_2+\,Q_3+\,Q_4+$ dans notre cas).

5.3 Synthèse relative à la bascule bistable Q_1

A partir de la table d'états, il est alors possible de déterminer pour chaque bascule $Q_1...Q_m$ prise isolément la forme canonique de ses fonctions combinatoires d'excitation $I_1...I_p$.

Dans notre exemple, nous choisissons la première bascule, caractérisée par Q_1, et nous nous proposons de déterminer les deux fonctions d'excitation R_1 et S_1 qui s'y rattachent.

Examinons dans le tableau I exclusivement les colonnes marquées Q_1 et Q_1+ et reportons-les dans le tableau II.

Table de vérité relative aux fonctions R_1 et S_1 de la bascule Q_1

Tableau II

Minterm	Q_1	Q_1+	Transition	R_1	S_1
0	0	0	0	∅	0
1	0	0	0	∅	0
2	0	0	0	∅	0
3	0	0	0	∅	0
4	0	0	0	∅	0
5	0	0	0	∅	0
6	0	0	0	∅	0
7	0	1	1	0	1
8	1	1	3	0	∅
9	1	0	2	1	0
10	1	∅	∅	∅	∅
11	1				
12	1				
13	1				
14	1				
15	1				

A chaque ligne du tableau II correspond en fait une des quatre transitions possibles de la bascule Q_1.

L'utilisation de la table de transition de la bascule bistable «*RS*» (tableau III) [1][1]) permet de déterminer, pour chacune

Table de transition de la bascule bistable «RS»

Tableau III

Q	$Q+$	Transition	R	S
0	0	0	∅	0
0	1	1	0	1
1	0	2	1	0
1	1	3	0	∅

des quatre transitions possibles 0...3, les valeurs des fonctions d'excitation *R* et *S*. En faisant $Q = Q_1$, $Q+ = Q_1+$, $R = R_1$ et $S = S_1$, on peut appliquer le tableau III à chacune des lignes du tableau II et trouver ainsi, pour chacun des dix

[1]) Voir bibliographie à la fin de l'article.

Table de vérité relative aux fonctions $R_2 ... S_4$ des bascules $Q_2 ... Q_4$

Tableau IV

Minterm	Q_2	Q_2+	R_2	S_2	Q_3	Q_3+	R_3	S_3	Q_4	Q_4+	R_4	S_4
0	0	0	∅	0	0	0	∅	0	0	1	0	1
1	0	0	∅	0	0	1	0	1	1	0	1	0
2	0	0	∅	0	1	1	0	∅	0	1	0	1
3	0	1	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0
4	1	1	0	∅	0	0	∅	0	0	1	0	1
5	1	1	0	∅	0	1	0	1	1	0	1	0
6	1	1	0	∅	1	1	0	∅	0	1	0	1
7	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0
8	0	0	∅	0	0	0	∅	0	0	1	0	1
9	0	0	∅	0	0	0	∅	0	1	0	1	0
10			∅	∅			∅	∅			∅	∅
11												
12												
13												
14												
15												

minterms 0...9, les valeurs des fonctions combinatoires R_1 et S_1 recherchées.

Enfin, pour les six minterms 10...15, qui correspondent à six états ∅, les valeurs de R_1 et S_1 sont *indifférentes* et peuvent prendre la valeur logique ∅. Du tableau II, on déduit les formes canoniques des fonctions combinatoires R_1 et S_1:

$$R_1 = \sum 9 + \varnothing\ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10...15$$

$$S_1 = \sum 7 + \varnothing\ 8, 10...15$$

On est ainsi ramené au problème combinatoire classique de la simplification de fonctions logiques données sous leur forme canonique.

5.4 Synthèse relative aux bascules bistables Q_2, Q_3 et Q_4

Selon la méthode précédemment appliquée à la première bascule Q_1, il est possible de déterminer les formes canoniques des fonctions logiques R_2, S_2, R_3, S_3, R_4 et S_4 grâce au tableau IV.

On en tire les formes canoniques suivantes:

$$\begin{cases} R_2 = \sum 7 + \varnothing\ 0, 1, 2, 8, 9, 10...15 \\ S_2 = \sum 3 + \varnothing\ 4, 5, 6, 10...15 \end{cases}$$

$$\begin{cases} R_3 = \sum 3{,}7 + \varnothing\ 0, 4, 8, 9, 10...15 \\ S_3 = \sum 1{,}5 + \varnothing\ 2, 6, 10...15 \end{cases}$$

$$\begin{cases} R_4 = \sum 1, 3, 5, 7, 9 + \varnothing\ 10...15 \\ S_4 = \sum 0, 2, 4, 6, 8 + \varnothing\ 10...15 \end{cases}$$

5.5 Simplification des mp fonctions combinatoires

Il est possible de considérer l'ensemble des *mp* fonctions $I_{1_1} ... I_{p_m}$ (dans notre exemple: 8 fonctions $R_1 ... S_4$) comme un système combinatoire à sorties multiples et de le traiter comme tel [2]. Il est également possible de considérer chaque fonction combinatoire isolément et de la simplifier comme telle. Dans ce cas, l'on obtient:

$$R_1 = \overline{Q}_2 Q_4 = \overline{Q}_3 Q_4 = Q_1 Q_4;\ R_2 = Q_2 Q_3 Q_4 = S_1;$$

$$R_3 = Q_3 Q_4;\ R_4 = Q_4;\ S_1 = Q_2 Q_3 Q_4;$$

$$S_2 = \overline{Q}_2 Q_3 Q_4;\ S_3 = \overline{Q}_1 \overline{Q}_3 Q_4;\ S_4 = \overline{Q}_4.$$

On remarque les trois solutions possibles pour la forme simplifiée de R_1.

5.6 Logigramme final

Si l'on choisit la solution $R_1 = \overline{Q}_2 Q_4$ et si l'on dispose de portes «*NOR*», on est conduit au logigramme final de la fig. 6.

6. Problème de l'analyse des compteurs synchrones

6.1 Nature du problème

Etant donné un logigramme définitif conforme au schéma-bloc de la fig. 2, on cherche la représentation symbolique de la séquence du compteur synchrone étudié (graphe des états et/ou table d'états).

6.2 Données

En général, les données du problème de l'analyse sont doubles:

a) les *mp* fonctions combinatoires $I_{1_1} ... I_{p_m}$ qui excitent les *m* bascules bistables, c'est-à-dire l'ensemble des fonctions de sortie du système combinatoire;

b) le type des bascules bistables utilisées («*RS*» ou «*JK*» par exemple).

6.3 Inconnues

Ce sont les représentations symboliques du compteur synchrone (graphe et/ou table d'états), c'est-à-dire la séquence des états $Q_1 ... Q_m$.

6.4 Conclusion

Le problème de l'analyse est donc exactement l'inverse de celui de la synthèse.

L'analyse d'un compteur est *essentielle* dans deux cas:

a) si l'on désire connaître la séquence d'un dispositif dont seul le logigramme est connu (c'est-à-dire l'ensemble des fonctions logiques du système combinatoire, ainsi que le type des bascules);

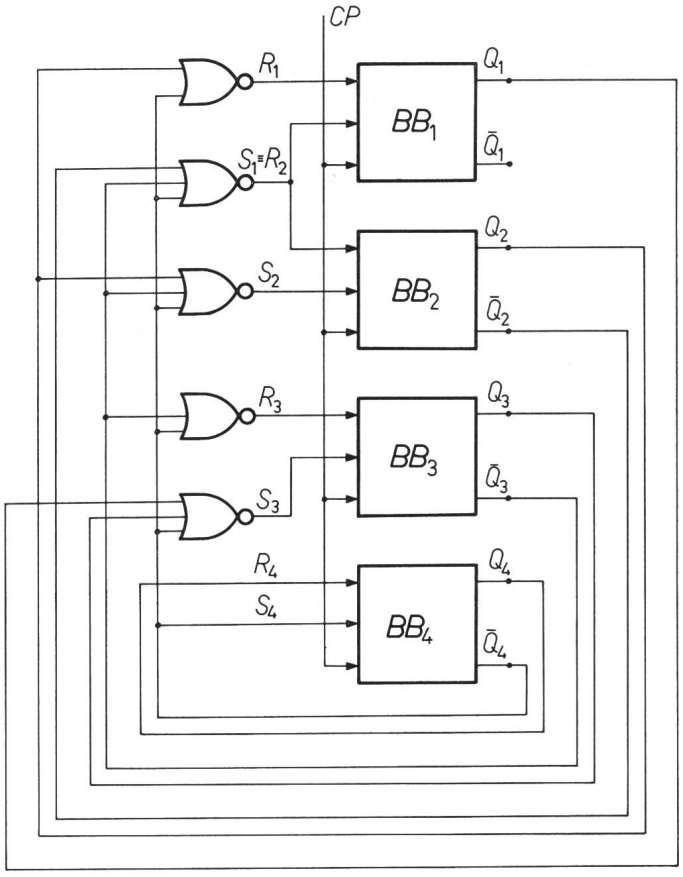

Fig. 6
Logigramme final du compteur à 10 états
$BB_1 ... BB_4$ 4 bascules bistables «RS»; $Q_1 ... Q_4$ 4 grandeurs de sortie des 4 bascules; $R_1 ... S_4$ 8 fonctions d'excitation des 4 bascules; *CP* signal d'horloge

b) si l'on désire connaître le comportement d'un compteur (dont la séquence désirée est connue) à partir des $2^m - M$ états ∅ inutilisés. C'est cet aspect de l'analyse qui sera illustré par l'exemple qui suit.

7. Mécanisme de l'analyse: exemple de trois compteurs à 10 états

7.1 Généralités

Dans le précédent exemple de la synthèse d'un compteur à 10 états, on a relevé qu'il existait $2^m - M = 2^4 - 10 = 6$ états ∅ qui n'apparaissaient pas normalement dans la séquence de comptage désirée ou «*séquence principale*».

Il peut être intéressant de connaître l'évolution du compteur en fonction du temps à partir de l'un quelconque des 6 états ∅ correspondant aux minterms 10...15 (tableau I).

En effet, les compteurs qui ne sont pas munis d'un dispositif spécial de remise dans des conditions initiales peuvent, à l'*enclenchement de l'alimentation,* se trouver dans l'un quelconque des 2^m états $Q_1 ... Q_m$ et, notamment, dans un état ∅. Il est aussi possible, à la suite *d'une forte perturbation électrique,* que la séquence normale du compteur soit interrompue et que ce dernier se trouve subitement amené dans un état ∅. Pour ces deux raisons, il est indispensable *d'analyser* la séquence des états parcourue à partir de n'importe lequel des 6 états ∅.

7.2 Données

a) Les huit fonctions combinatoires d'excitation $R_1 ... S_4$:

$$R_1 = \overline{Q}_2 Q_4 = \overline{Q}_3 Q_4 = Q_1 Q_4;\ R_2 = Q_2 Q_3 Q_4 \equiv S_1;\ R_3 = Q_3 Q_4;$$

$$R_4 = Q_4;\ S_1 = Q_2 Q_3 Q_4;\ S_2 = \overline{Q}_2 Q_3 Q_4;\ S_3 = \overline{Q}_1 \overline{Q}_3 Q_4;\ S_4 = \overline{Q}_4$$

b) Le type de bascule bistable choisi: «*RS*».

On remarque pour la valeur de R_1 trois solutions possibles:

$$R_{1_1} = \overline{Q}_2 Q_4;\ R_{1_2} = \overline{Q}_3 Q_4;\ R_{1_3} = Q_1 Q_4$$

Chacune d'elles nous conduira à une solution différente pour le problème de l'analyse: nous envisagerons donc séparément trois analyses.

7.3 Première analyse: $R_{1_1} = \overline{Q}_2 Q_4$

7.3.1 Table de vérité. Il est judicieux de dresser une table de vérité (tableau V) comportant:

a) $2^m - M$ lignes, c'est-à-dire autant de lignes que d'états ∅ (dans notre exemple: $2^4 - 10 = 6$ lignes);

b) m variables $Q_1 ... Q_m$ ($m = 4 : Q_1 ... Q_4$);

c) mp fonctions combinatoires $I_{1_1} ... I_{p_m}$ (8 fonctions $R_{1_1}, S_1 ... S_4$).

Connaissant la forme algébrique des mp fonctions combinatoires $I_{1_1} ... I_{p_m}$, on peut alors déterminer la valeur binaire de chacune d'elles pour les $2^m - M$ lignes de la table de vérité (tableau V).

7.3.2 Analyse relative à la bascule bistable Q_1. A partir de la table de vérité ou de l'équation caractéristique propre au type de bascule bistable considéré (tableau VI), il est alors possible de déterminer l'état futur Q_1+ de la première bascule en connaissant son état présent Q_1 et ses grandeurs d'excitation R_{1_1} et S_1 donnés précédemment (tableau V); en faisant $Q = Q_1$, $R = R_{1_1}$ et $S = S_1$ dans le tableau VI, on peut déterminer ligne par ligne pour les 6 états ∅ la valeur de Q_1+ (tableau VII).

Table de vérité de la bascule bistable «RS»

Equation caractéristique: $Q+ = Q+ (Q, R, S) = S+ \overline{R} Q$

Tableau VI

Q	R	S	Cas	$Q+$
0	0	0	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	2	0
0	1	1	3	∅
1	0	0	4	1
1	0	1	5	1
1	1	0	6	0
1	1	1	7	∅

Etat futur Q_1+ *de la première bascule*

Tableau VII

Minterm	Q_1	R_{1_1}	S_1	Cas	Q_1+
10	1	0	0	4	1
11	1	1	0	6	0
12	1	0	0	4	1
13	1	0	0	4	1
14	1	0	0	4	1
15	1	0	1	5	1

7.3.3 Analyse relative aux bascules bistables Q_2, Q_3 *et* Q_4. En répétant le mécanisme appliqué à l'analyse de Q_1, on obtient les valeurs Q_2+, Q_3+ et Q_4+; on dispose alors de la *table d'états* recherchée (tableau VIII).

7.3.4 Graphe des états final. Le graphe du compteur à 10 états (fig. 5) peut alors être complété par six nouveaux sommets, correspondant aux 6 états ∅, ainsi que par un certain nombre d'arcs conformément aux informations contenues dans le tableau VIII (fig. 7).

Table d'états pour la première analyse ($R_{1_1} = \overline{Q}_2 Q_4$)

Tableau VIII

Minterm	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	Q_1+	Q_2+	Q_3+	Q_4+
10	1	0	1	0	1	0	1	1
11	1	0	1	1	0	1	0	0
12	1	1	0	0	1	1	0	1
13	1	1	0	1	1	1	0	0
14	1	1	1	0	1	1	1	1
15	1	1	1	1	1	0	0	0

7.3.5 Conclusions de la première analyse. Si le compteur part des états 1010, 1011, 1110 ou 1111, il est automatiquement ramené (après deux impulsions d'horloge au plus) dans la séquence principale. Si, par contre, le compteur démarre

Table de vérité des 8 fonctions R_{1_1}, $S_1 ... S_4$

Tableau V

Minterm	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	$R_{1_1} = \overline{Q}_2 Q_4$	$S_1 = Q_2 Q_3 Q_4$	$R_2 \equiv S_1$	$S_2 = \overline{Q}_2 Q_3 Q_4$	$R_3 = Q_3 Q_4$	$S_3 = \overline{Q}_1 \overline{Q}_3 Q_4$	$R_4 = Q_4$	$S_4 = \overline{Q}_4$
10	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1
11	1	0	1	1	1	0	0	1	1	0	1	0
12	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
13	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0
14	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1
15	1	1	1	1	0	1	1	0	1	0	1	0

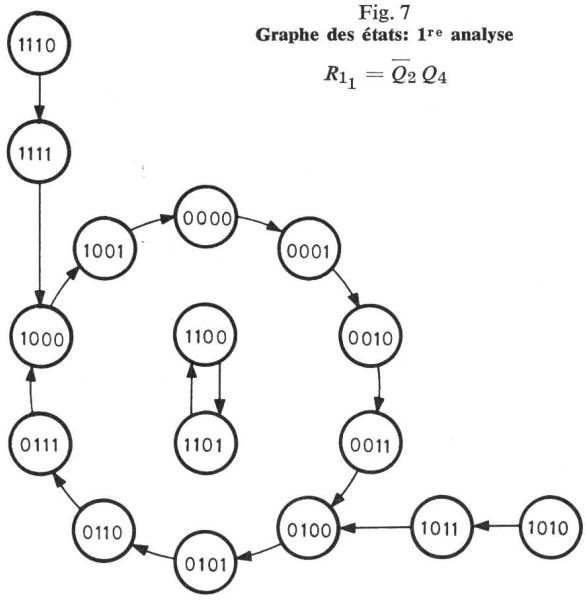

Fig. 7
Graphe des états: 1re analyse

$R_{1_1} = \overline{Q}_2 Q_4$

dans l'état 1100 (respectivement 1101) alors il sera conduit dans l'état 1101 (respectivement 1100), et reviendra ensuite dans sa position initiale en parcourant ainsi une séquence de deux états non désirée ou «*séquence parasite*». Il est *primordial* de détecter de telles situations dont les conséquences peuvent être fâcheuses pour le compteur ainsi synthétisé.

7.4 Deuxième analyse: $R_{1_2} = \overline{Q}_3 Q_4$

7.4.1 Analyse relative à la bascule bistable Q_1. Seule la valeur de R_{1_2} modifie la table de vérité précédemment donnée (tableau V); seule donc la bascule bistable Q_1 est affectée dans son comportement: il suffit de calculer selon la précédente méthode la nouvelle valeur Q_1+, alors que les valeurs Q_2+, Q_3+ et Q_4+ restent inchangées (tableau IX).

Table d'états pour la deuxième analyse ($R_{1_2} = \overline{Q}_3 Q_4$)

Tableau IX

Minterm	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	$R_{1_2} = \overline{Q}_3 Q_4$	S_1	Q_1+	Q_2+	Q_3+	Q_4+
10	1	0	1	0	0	0	1	0	1	1
11	1	0	1	1	0	0	1	1	0	0
12	1	1	0	0	0	0	1	1	0	1
13	1	1	0	1	1	0	0	1	0	0
14	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1
15	1	1	1	1	0	1	1	0	0	0

Le graphe des états correspondant est représenté par la fig. 8.

7.4.2 Conclusion de la deuxième analyse. Il n'y a, dans cette solution, aucune séquence parasite. Quatre impulsions d'horloge au plus permettront de regagner la séquence principale.

7.5 Troisième analyse: $R_{1_3} = Q_1 Q_4$

7.5.1 Analyse relative à la bascule bistable Q_1. En opérant comme pour R_{1_2}, on obtient, à partir de la table de vérité (tableau V) la nouvelle table d'états (tableau X) dans laquelle les valeurs de Q_2+, Q_3+ et Q_4+ sont inchangées.

Le graphe des états est illustré par la fig. 9.

7.5.2 Conclusion de la troisième analyse. Pour la combinaison $Q_1 ... Q_4 = 1111$, l'analyse de R_{1_3} conduit à la situation *normalement* interdite $R_{1_3} = S_1 = 1$, et par conséquent à la valeur $\varnothing$ pour Q_1+, c'est-à-dire soit 0, soit 1. Il est donc im-

Table d'états pour la troisième analyse ($R_{1_3} = Q_1 Q_4$)

Tableau X

Minterm	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	$R_{1_3} = Q_1 Q_4$	S_1	Q_1+	Q_2+	Q_3+	Q_4+
10	1	0	1	0	0	0	1	0	1	1
11	1	0	1	1	1	0	0	1	0	0
12	1	1	0	0	0	0	1	1	0	1
13	1	1	0	1	1	0	0	1	0	0
14	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1
15	1	1	1	1	1	1	$\varnothing \begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases}$	$\begin{matrix} 0 \\ 0 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 0 \\ 0 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 0 \\ 0 \end{matrix}$

possible de prévoir, pour un compteur donné, la valeur binaire de Q_1+, qui sera déterminée en fait par les caractéristiques électroniques internes de la bascule utilisée. Par conséquent, l'état futur correspondant sera soit 0000, soit 1000. Cette incertitude est signalée sur le graphe des états de la fig. 9 par un point d'interrogation.

Enfin, on peut relever que cette solution ne présente aucune séquence parasite, mais simplement *deux chemins possibles* à partir de l'état 1111. Au maximum, deux impulsions d'horloge sont nécessaires pour regagner la séquence principale.

7.6 Analyse: conclusion générale

Les trois analyses des états $\varnothing$ du compteur synchrone mettent en évidence trois comportements bien différents. La valeur R_{1_1} conduit à une séquence parasite si l'on démarre dans les états 1100 ou 1101. Les valeurs R_{1_2} et R_{1_3} suppriment cet inconvénient, et sont donc manifestement plus intéressantes. Enfin, la solution R_{1_3} conduit à un comportement non déterministe, puisqu'à partir de la combinaison 1111 l'état futur n'est pas complètement déterminé.

8. Calcul automatique des compteurs synchrones

8.1 Généralités

Dès 1966, des recherches systématiques ont été entreprises dans le cadre de la Chaire d'électronique de l'EPUL pour tenter d'automatiser le calcul de systèmes logiques combinatoires et séquentiels; ces études ont conduit d'une part à la conception et à la réalisation des deux machines spécialisées «SYCOM 4» et «PIM 4» et d'autre part à la rédaction de plusieurs programmes en langage FORTRAN destinés à la calculatrice dont dispose l'EPFL.

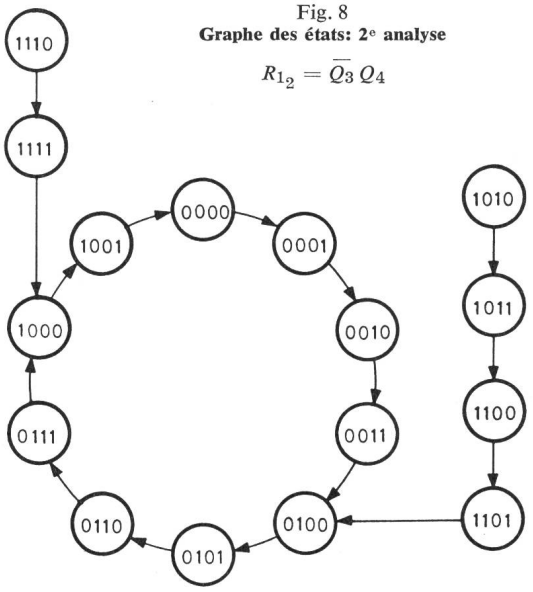

Fig. 8
Graphe des états: 2e analyse

$R_{1_2} = \overline{Q}_3 Q_4$

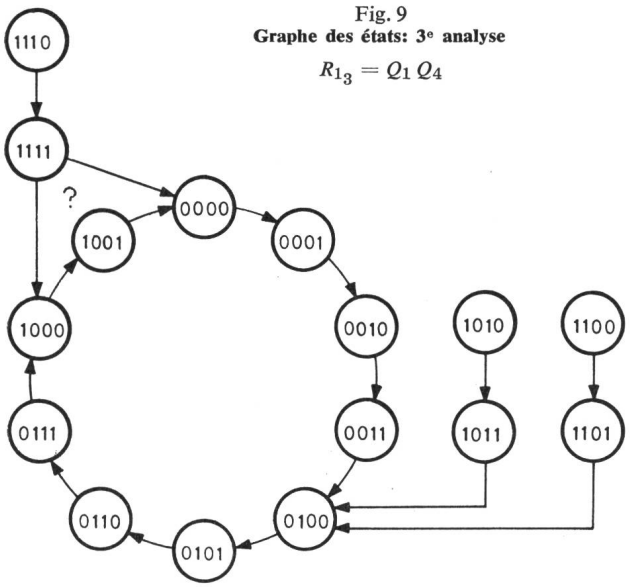

Fig. 9
Graphe des états: 3e analyse
$R_{1_3} = Q_1 Q_4$

8.2 Machines spécialisées «SYCOM 4» et «PIM 4»

La machine spécialisée «SYCOM 4» permet d'opérer automatiquement la synthèse de la forme canonique des fonctions d'excitation relatives aux bascules bistables d'une machine séquentielle synchronisée dont la table d'états assignée est donnée et dont le nombre de variables primaires et secondaires ne dépasse pas 4 [3]. Il en résulte que la calculatrice «SYCOM 4» est spécialement bien adaptée au problème de la synthèse des compteurs synchrones comportant au plus 4 bascules bistables et donnés par leurs tables d'états; de plus, le calcul est opéré en fonction de la bascule très générale «XYVW» dont on peut déduire, par un ordre adéquat, les bascules bien connues du type «RS» ou «JK». Enfin, un simple couplage électrique permet de transmettre la forme canonique synthétisée par «SYCOM 4» à la machine spécialisée «PIM 4» qui en opère la simplification systématique selon la méthode de *McCluskey*.

8.3 Programmes en langage FORTRAN

A l'aide du programme «D 213», il est possible de synthétiser automatiquement et simultanément les formes canoniques des fonctions d'excitation relatives aux bascules bistables d'une machine séquentielle synchronisée dont la table d'états assignée est connue et dont le nombre de variables primaires et secondaires ne dépasse pas 9. La table de transition du type de bascule envisagé est une donnée du problème. Enfin, le programme «D 213» est compatible avec les deux programmes «D 211» et «D 212» chargés de la simplification combinatoire (selon la méthode de *McCluskey*) d'un système comportant au plus 10 fonctions logiques de 9 variables.

9. Conclusion

Dans l'exemple précédemment traité et consacré au calcul d'un compteur synchrone à 10 états, on a insisté autant sur le problème classique de la synthèse que sur celui, souvent négligé, de l'analyse; cette dernière a mis en évidence les comportements très différents du compteur selon la solution choisie lors de la synthèse, et notamment le réel danger dû à l'apparition d'une séquence parasite.

Le bref examen de nos moyens de calcul automatique a montré que les machines spécialisées et les programmes en langage FORTRAN dont nous disposons actuellement permettent de résoudre la plupart des problèmes relatifs à la synthèse des compteurs synchrones. Par contre, l'analyse automatique de tels compteurs est encore à l'étude.

Enfin, le problème de la synthèse à l'aide de bascules bistables caractérisées par des tables de transition comportant des solutions multiples (par exemple la bascule «RST») a semblé en dehors du cadre de cet article et sera repris ultérieurement.

Ce travail a été effectué dans le cadre de recherches subventionnées par le «Fonds national suisse de la recherche scientifique» auquel nous exprimons notre gratitude.

Bibliographie

[1] *D. Mange:* Equations logiques du flip-flop. Neue Technik 9(1967)A3, p. 165...173.

[2] *P. Desarzens:* Méthode pour la simplification automatique des systèmes logiques à sorties multiples. Communications AGEN –(1967)7, p. 11...18.

[3] *D. Mange:* Calculatrice spécialisée «SYCOM 4» pour la synthèse automatique des compteurs synchrones. Communications AGEN –(1967)7, p. 31...38.

Adresse de l'auteur:
Daniel Mange, professeur à la «Chaire de systèmes logiques» de l'Ecole Polytechnique Fédérale–Lausanne, 16, Chemin de Bellerive, 1007 Lausanne.

15. Kongress der Union Internationale des Producteurs et Distributeurs d'Energie Electrique (UNIPEDE)

Wie wir bereits kurz nach dem 14. Kongress der UNIPEDE 1967 in Madrid melden konnten (Bull. des SEV, Seiten des VSE, Nr. 25/67), findet der 15. Kongress dieser internationalen Vereinigung auf Einladung der Electricité de France vom 13.—17. September 1970 in Cannes statt. Anschliessend an den Kongress führen 15 Studienreisen die Teilnehmer in alle Gegenden von Frankreich und Korsika; sie enden am 20. oder 21. September 1970.

Wer sich für die Teilnahme am Kongress und an den Studienreisen interessiert, kann das ausführliche Programm beim Sekretariat des VSE, Bahnhofplatz 3, 8023 Zürich, beziehen. Die definitive Anmeldung muss bis zum 31. Dezember 1969 erfolgen.