Zeitschrift: Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins

Herausgeber: Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätswerke

Band: 63 (1972)

Heft: 5

Artikel: Eine Familie einfach einstellbarer aktiver Filter

Autor: Zinniker, R.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-915669

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 14.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

BULLETIN

DES SCHWEIZERISCHEN ELEKTROTECHNISCHEN VEREINS

Gemeinsames Publikationsorgan des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins (SEV)
und des Verbandes Schweizerischer Elektrizitätswerke (VSE)

Eine Familie einfach einstellbarer aktiver Filter

Von *R. Zinniker*, Zürich

621.372.57:621.372.54

1. Einführung

Im allgemeinen sind die Übertragungskenngrössen aktiver Filter Funktionen von mehreren und gleichen Schaltungselementen. Eine Einstellung derselben wird dadurch umständlich, so dass aktive Filter normalerweise mit eng-tolerierten Bauelementen aufgebaut werden. Diese müssen für universelle Verwendbarkeit in enggestuften Reihen verfügbar sein, woraus ein beträchtlicher Lageraufwand resultiert. Zudem ist ein Anpassen der Filter an ändernde Bedingungen, z. B. in Entzerrern, sehr mühsam. Im folgenden wird gezeigt, dass bei einer bekannten Filterfamilie, bestehend aus Hochpass, Tiefpass und Bandpass mit je einem konjugiert komplexen Polpaar und einer spannungsgesteuerten Spannungsquelle als aktivem Element, bei geeigneter Dimensionierung Resonanzfrequenz und Güte unabhängig voneinander durch je einen Widerstand eingestellt werden können. Grundsätzliche Überlegungen zur Einstellbarkeit des Hoch- und Tiefpasses sind in [1][1]) enthalten, jedoch in einer der praktischen Anwendung sehr entfernten Form.

2. Aktive Filter mit spannungsgesteuerter Spannungsquelle

Die Schaltungen der drei erstmals in [2] beschriebenen Filterglieder, Tiefpass (T), Hochpass (H) und Bandpass (B), sind in Fig. 1 dargestellt. Im Sinne eines möglichst einfachen Aufbaus aus einem minimalen Wertevorrat der Elemente, werden diese soweit als möglich als gleich vorausgesetzt. Mit dieser Einschränkung erhält man als Übertragungsfunktionen der drei Glieder:

$$G_{TP} = \frac{V/C^2 R_1 R_2}{s^2 + s(1/C R_1 + (2-V)/C R_2) + 1/C^2 R_1 R_2} \qquad (1T)$$

$$G_{HP} = \frac{V s^2}{s^2 + s(2/C R_2 + (1-V)/C R_1) + 1/C^2 R_1 R_2} \qquad (1H)$$

$$G_{BP} = \frac{V s/2 C R_1}{s^2 + s(1/C R_2 + (4-V)/2 C R_1) + 1/C^2 R_1 R_2} \qquad (1B)$$

Die Übertragungskenngrössen, Resonanzfrequenz ω_0 und Güte Q folgen daraus definitionsgemäss:

$$\omega_0^2 = 1/C^2 R_1 R_2 \qquad (2)$$

$$Q = \frac{\sqrt{R_1 R_2}}{R_2 + R_1(2-V)} \qquad (3T)$$

$$Q = \frac{\sqrt{R_1 R_2}}{2 R_1 + R_2(1-V)} \qquad (3H)$$

$$Q = \frac{2\sqrt{R_1 R_2}}{2 R_1 + R_2(4-V)} \qquad (3B)$$

3. Einstellung

Ein Vergleich der Formeln (2) und (3) zeigt, dass die Verstärkung V des aktiven Elementes nur die Güte beeinflusst. Die Resonanzfrequenz kann mit R_1 oder R_2 eingestellt werden; durch Nullsetzen der Differentialquotienten dQ/dR_1 bzw. dQ/dR_2, findet man die Bedingungen, unter welchen dadurch keine Veränderung von Q erfolgt. Für alle drei Filterglieder ergeben sich jeweils in beiden Fällen (R_1 bzw. R_2 variabel) die gleichen Bedingungen:

$$R_2/R_1 = 2 - V \qquad (4T)$$

$$R_1/R_2 = (1-V)/2 \qquad (4H)$$

$$R_1/R_2 = (4-V)/2 \qquad (4B)$$

Durch Kombination mit den Gl. (3) und (2) folgt der Zusammenhang der Schaltungselemente mit den Übertragungs-

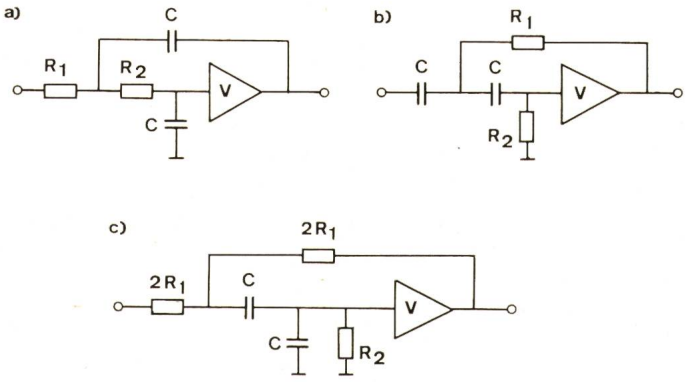

Fig. 1
Schaltungen der Filter
a) Tiefpass
b) Hochpass
c) Bandpass

[1]) Siehe Literatur am Schluss des Aufsatzes.

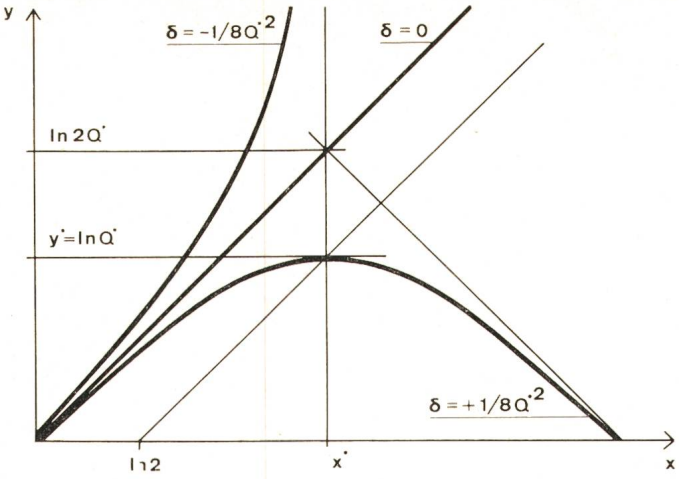

Fig. 2
Grundfunktion der Einstellcharakteristiken

kenngrössen, welche zur Kennzeichnung des beeinflussungsfreien Einstellpunktes mit * bezeichnet werden. Für den Tiefpass erhält man:

$$R_1 = 2\,Q^*/C\,\omega_0^* \tag{5T}$$

$$R_2 = 1/2\,Q^*\,C\,\omega_0^* \tag{6T}$$

$$V = 2 - 1/4\,Q^{*2} \tag{7T}$$

Die analogen Beziehungen für Hochpass (H) und Bandpass (B) lauten:

$$R_1 = 1/4\,Q^*\,C\,\omega_0^* \qquad \text{(5H) (5B)}$$

$$R_2 = 4\,Q^*/C\,\omega_0^* \qquad \text{(6H) (6B)}$$

$$V = 1 - 1/8\,Q^{*2} \tag{7H}$$

$$V = 4 - 1/8\,Q^{*2} \tag{7B}$$

Die Gl. (5; 6; 7) stellen bereits die Dimensionierungsvorschriften dar. Nun ist noch das Einstellverhalten der Filter ausserhalb des *-Punktes zu untersuchen.

4. Einstellcharakteristik

Unter der Einstellcharakteristik der Filter soll die Funktion $Q = f(\omega_0)$ mit V als Parameter verstanden werden, welche die unerwünschte Veränderung der Güte durch die Einstellung von ω_0 aufzeigt. Zur Bestimmung dieser Funktion wird ω_0 auf den Wert bei $R_1 = R_2 = R$ normiert:

$$\Omega_0 = \omega_0\,C\,R \tag{8}$$

Durch Elimination des variablen Widerstandes R_1 bzw. R_2 aus Gl. (2) und (3) und Berücksichtigung der Definition (8), erhält man für den Tiefpass und Hochpass je die Funktionen Q_1 bzw. Q_2. Beim Bandpass interessiert nur die Resonanzfrequenzeinstellung mit R_2. Die gesuchten Beziehungen sind:

$$Q_1 = \frac{\Omega_0}{\Omega_0^2 + 2 - V} \tag{9T}$$

$$Q_1 = \frac{\Omega_0}{2 + \Omega_0^2\,(1 - V)} \tag{9H}$$

$$Q_2 = \frac{\Omega_0}{1 + \Omega_0^2\,(2 - V)} \tag{10T}$$

$$Q_2 = \frac{\Omega_0}{2\,\Omega_0^2 + 1 - V} \tag{10H}$$

$$Q_2 = \frac{2\,\Omega_0}{2\,\Omega_0^2 + 4 - V} \tag{10B}$$

Untersucht man diese Funktionen in doppelt log. Massstab, so zeigt sich, dass alle durch einfache Transformationen auf dieselbe Grundfunktion abgebildet werden können. Als Grundfunktion $y = f(x)$ wählt man die doppelt log. Transformierte von Gl. (10T):

$$y = x - \ln(1 + 2\,\delta \exp 2\,x) \tag{11}$$

mit $\quad y = \ln Q_2 \quad x = \ln \Omega_0 \quad 2\,\delta = 2 - V$

Die Transformationen zur Abbildung der Einstellcharakteristik des Bandpasses auf die Grundfunktion (11) findet man durch Logarithmierung von Gl. (10B) und Vergleich mit Gl. (11):

$$\ln Q_2 = \ln 2 + \ln \Omega_0 - \ln(2\,\Omega_0^2 + 4 - V) =$$
$$= \ln \Omega_0^{-1} - \ln(1 + \Omega_0^{-2}\,(4 - V)/2)$$

$$Q_2 = \exp y \qquad \Omega_0 = \exp - x \qquad V = 4\,(1 - \delta) \tag{12B}$$

Analog findet man die Transformationen für beide Einstellarten des Hochpasses nach Gl. (9H) und Gl. (10H):

$$Q_1 = \exp y \qquad \Omega_0 = 2 \exp x \qquad V = 1 - \delta \tag{13H}$$

$$Q_2 = \exp y \qquad \Omega_0 = 1/(2 \exp x) \qquad V = 1 - \delta \tag{12H}$$

Für die zwei Varianten des Tiefpasses ergibt sich:

$$Q_1 = \exp y \qquad \Omega_0 = 1/\exp x \qquad V = 2\,(1 - \delta) \tag{13T}$$

$$Q_2 = \exp y \qquad \Omega_0 = \exp x \qquad V = 2\,(1 - \delta) \tag{12T}$$

Nachdem der Zusammenhang zwischen allen Einstellcharakteristiken und der Grundfunktion in Gl. (11) gegeben ist, wird diese in Abhängigkeit des Parameters δ im reellen Bereich diskutiert:

Für $\delta = 0$ ist der Verlauf mit $y = x$ trivial. Er entspricht zugleich dem der Asymptote für $x \to -\infty$ bei $\delta \neq 0$. Mit $\delta < 0$ hebt sich die Kurve mit wachsenden x-Werten von dieser Asymptote ab und steigt monoton in den Pol bei $x^* = \frac{1}{2} \ln 1/2|\delta|$ (Ausdruck unter dem Logarithmus in Gl. (11) wird gleich null). Der praktisch bedeutsame Bereich wird mit $\delta > 0$ durchlaufen; an Stelle des Poles erscheint ein Maximum bei x^* mit $y^* = x^* - \ln 2$, welches dem unter Abschnitt 3 gefundenen unabhängigen Einstellpunkt entspricht. Mit weiter wachsenden x-Werten nähert sich die Funktion schliesslich der Asymptote $y = -x - \ln 2\delta$. In Fig. 2 sind die besprochenen Zusammenhänge graphisch dargestellt.

Die Abweichung ΔQ der Güte vom Maximum Q^* kann für kleine Verstimmungen der Resonanzfrequenz gegenüber Ω_0^* mit der Näherung in Gl. (14) bestimmt werden. Diese ist aus Gl. (10T) (Grundfunktion in linearem Maßstab) mit dem Ansatz $\Omega_0 = \Omega_0^* + \Delta\Omega$ unter Vernachlässigung kleiner Grössen abgeleitet worden.

$$\Delta\,Q/Q^* = \tfrac{1}{2}\,(\Delta\,\Omega/\Omega_0^*)^2 \tag{14}$$

Für grössere Verstimmungen von $\pm$ 1/3, 1/2, 1 Oktave, erhält man durch numerische Auswertung —2,6 %, —5,7 %,

—20 % Abweichung der Güte. Die Beeinflussung ist also über einen relativ grossen Einstellbereich gering, so dass ein Aufbau beliebiger Filter aus Elementen mit nach der Reihe E6 gestuften Werten und zwei Trimmpotentiometern zur Frequenz- und Gütefeineinstellung möglich ist.

5. Grenzen der Realisierbarkeit

Grenzen für die Realisierung der Filter ergeben sich aus den Empfindlichkeiten der Übertragungskenngrössen auf Änderungen der Schaltungsparameter (Temperaturdrift, Alterung). Die Empfindlichkeit S_{xy} des Parameters x auf Schwankungen des Elementes y ist definiert als Verhältnis der relativen Änderung von x zu derjenigen von y und wird nach Gl. (15) berechnet:

$$S_{xy} = \frac{dx}{dy} \cdot \frac{y}{x} \tag{15}$$

Für die Resonanzfrequenz folgen aus Gl. (2) die nachstehenden Werte:

$$S_{\omega_0 C} = -1 \tag{16}$$

$$S_{\omega_0 R_1} = S_{\omega_0 R_2} = -0{,}5 \tag{17}$$

Bei der Bestimmung der Empfindlichkeiten der Güte aus Gl. (3), erhält man für die drei Filterglieder verschiedene Beziehungen, welche jedoch im praktisch angestrebten unabhängigen Einstellpunkt übereinstimmen:

$$S^*_{QR_1} = S^*_{QR_2} = 0 \tag{18}$$

$$S^*_{QV} = 4\,Q^{*2} - 0{,}5 \tag{19}$$

Diese Ergebnisse zeigen, dass nur an die Genauigkeit der Verstärkung des aktiven Elementes hohe Anforderungen gestellt werden, welche mit steigender Güte die Realisierbarkeit rasch in Frage stellen. Bei Verwendung gebräuchlicher monolithischer Operationsverstärker, können Güten bis ca. 30 mit hinreichender Stabilität (max. Schwankungen von einigen %) erreicht werden.

Eine weitere Grenze für die praktische Realisierung ergibt sich aus dem mit der zweiten Potenz der Güte ansteigenden Verhältnis der Widerstände, welches sich ungünstig auf die Aussteuerbarkeit (Leistungsbedarf) und die Anwendung bei höheren Frequenzen auswirkt. Durch Kombination der Gleichungen (5) und (6) findet man die Beziehungen:

$$R_1/R_2 = 4\,Q^{*2} \tag{20T}$$

$$R_2/R_1 = 16\,Q^{*2} \tag{20H) (20B}$$

Leider ist es nicht möglich, diese beiden Nachteile durch Auslegung der Filter mit ungleichen Kapazitäten zu umgehen. Für den Hochpass wurden die massgebenden Berechnungen unter Annahme eines Verhältnisses k zwischen den Kapazitäten wiederholt. Die entsprechenden Ergebnisse lauten:

$$S^*_{QV} = (1 + k)\,2\,Q^{*2} - 0{,}5$$

$$R_2/R_1 = 4\,Q^{*2}\,(1 + k)^2/k$$

Die Empfindlichkeit S_{QV} kann danach höchstens halbiert werden, das Widerstandsverhältnis dagegen ist bei gleichen Kapazitäten ($k = 1$) bereits minimal. Beim Bandpass, mit fünf passiven Elementen, kann noch ein zusätzlicher Freiheitsgrad in der Dimensionierung ausgenützt werden, so dass hier eine weitergehende Analyse Klarheit über Verbesserungsmöglichkeiten schaffen müsste.

6. Anwendungsbeispiel

Als Anwendungsbeispiel wurde ein dreigliedriger maximal flacher Bandpass aus der Kettenschaltung je eines Tiefpasses, Hochpasses und Bandpasses realisiert. Bei einer Mittenfrequenz von 100 Hz soll die auf 3 dB Abfall des Amplitudenganges bezogene Bandbreite 50 Hz betragen. Die Berechnung

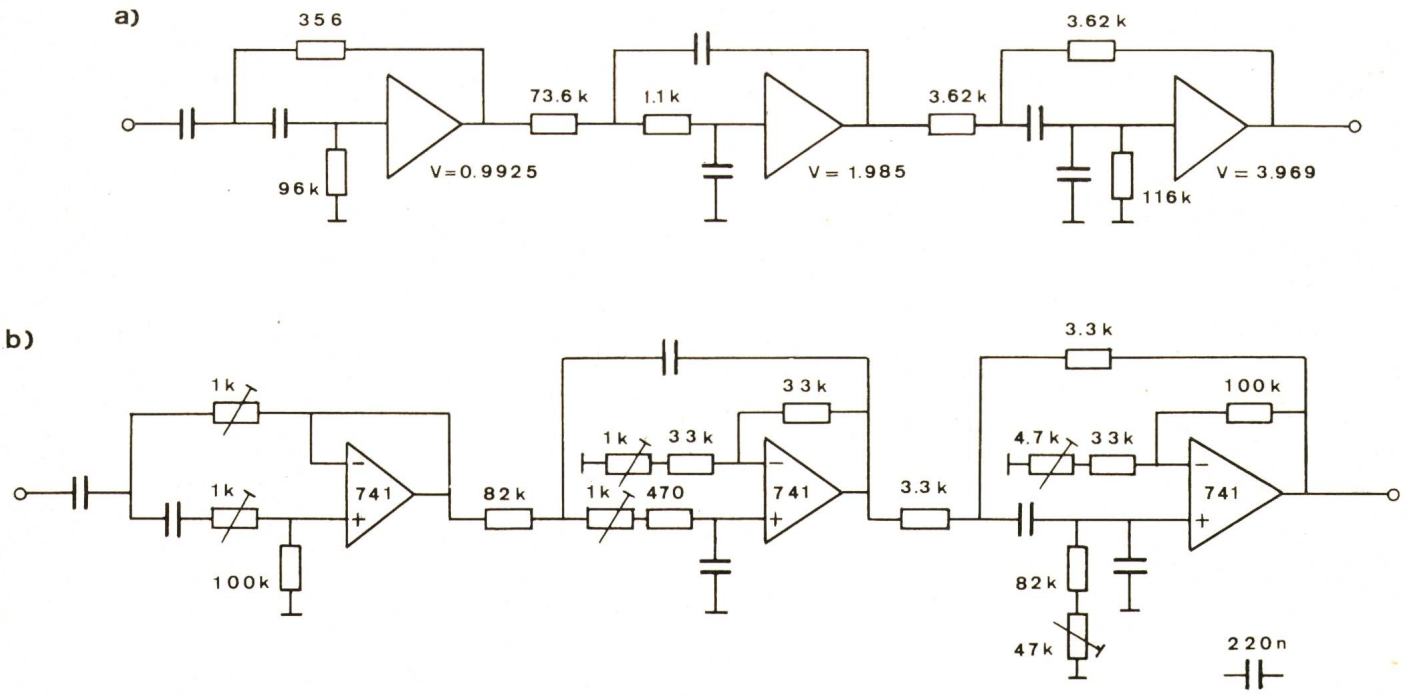

Fig. 3
Butterworth Bandpass
a) Berechnung
b) Ausführung

nach [3] ergibt für die Resonanzfrequenzen und Güten der drei Filterglieder die folgenden Werte:

$$f_{0T} = 80{,}5\ \text{Hz} \qquad f_{0B} = 100\ \text{Hz} \qquad f_{0H} = 124\ \text{Hz}$$

$$Q_T = 4{,}1 \qquad Q_B = 2 \qquad Q_H = 4{,}1$$

Nach der Wahl eines ein günstiges Impedanzniveau garantierenden Wertes der Kapazitäten, wurden die übrigen Schaltungselemente aus den Gleichungen (5) (R_1), (20) (R_2) und (7) (V) bestimmt. Die Ergebnisse der Berechnung wie auch die zum Aufbau gewählte Dimensionierung sind Fig. 3 zu entnehmen.

Nach einmaligem Abgleich der Übertragungskenngrössen der einzelnen Glieder auf ihre Sollwerte, wurde eine maximale Abweichung des Amplitudenganges der Kettenschaltung vom berechneten Verlauf von 0,5 dB gemessen, welche mit einer weiteren Korrektur im Durchlassbereich ohne Schwierigkeiten unter 0,1 dB gebracht werden konnte.

7. Zusammenfassung

Die bekannte Filterfamilie (TP, HP, BP) mit spannungsgesteuerter Spannungsquelle als aktivem Element wurde bezüglich der Einstellbarkeit von Resonanzfrequenz und Güte untersucht. Dabei wurden Dimensionierungsvorschriften gefunden, unter welchen in einem relativ weiten Bereich beide Übertragungskenngrössen unabhängig voneinander durch je ein Abgleichelement (Trimmpotentiometer) eingestellt werden können. Überlegungen zur Realisierbarkeit zeigten, dass die praktische Anwendbarkeit auf Übertragungsfunktionen kleiner bis mittlerer Güte beschränkt bleibt. Dank der guten Einstellbarkeit können die Filter jedoch aus einem kleinen Wertevorrat der Elemente für die unterschiedlichsten Anforderungen realisiert werden.

Literatur

[1] *N. Fliege:* Die Eigenschaften aktiver RC-Filter mit vier passiven Bauelementen. NTZ 23(1970)7, S. 329...334.

[2] *R. P. Sallen* and *E. L. Key:* A practical method of designing RC active filters. Trans. IRE Circuit Theory 2(1955)1, p. 74...85.

[3] *W. Cauer:* Theorie der linearen Wechselstromschaltungen. Bd. 2. Berlin, Akademie-Verlag, 1960.

Adresse des Autors:

Rolf Zinniker, Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Fernmeldetechnik an der ETHZ, Sternwartstrasse 7, 8006 Zürich.