

Zeitschrift: Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins :
gemeinsames Publikationsorgan des Schweizerischen
Elektrotechnischen Vereins (SEV) und des Verbandes Schweizerischer
Elektrizitätswerke (VSE)

Band: 64 (1973)

Heft: 11

Artikel: Bestimmung der elektrischen Feldstärke an rotationssymmetrischen
Gebilden mittels Widerstandspapiermethode

Autor: Krauss, H.

DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-915559>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 18.10.2024

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Bestimmung der elektrischen Feldstärke an rotationssymmetrischen Gebilden mittels Widerstandspapiermethode

Von H. Krauss

621.317.328

Die Analogie zwischen dem elektrischen Feld und dem elektrischen Strömungsfeld [1]¹⁾ und die Einfachheit der Messung des elektrischen Strömungsfeldes auf Widerstandspapier [2] werden für die Ausmessung rotationssymmetrischer Felder nutzbar gemacht. Trotz Einsatz modernster Rechenmaschinen [3] bleibt dieses das anschaulichste Verfahren zur Messung ebener und rotationssymmetrischer Felder. Dieses Verfahren wird im folgenden genauer beschrieben. Es ergeben sich dabei sogar eine ganze Reihe von Vorteilen gegenüber dem elektrolytischen Keiltrog.

L'analogie entre le champ électrique et le champ de flux électrique [1]¹⁾, ainsi que la simplicité de la mesure de celui-ci sur du papier de résistance [2] sont utilisées pour la détermination de champs à symétrie de rotation. Malgré l'emploi de calculateurs modernes [3], ce procédé demeure le plus expressif pour la mesure de champs plans et à symétrie de rotation. Dans ce qui suit, ce procédé est décrit d'une façon précise. Il en résulte même toute une série d'avantages par rapport à la cuve électrolytique.

1. Einführung

Die Kenntnis der elektrischen Feldstärke in Hochspannungsgeräten und in deren Umgebung ist eine der wichtigsten Voraussetzungen für materialgerechtes Konstruieren. Die verschiedenen Berechnungs- und Messverfahren elektrischer Felder in Hochspannungsanlagen müssen immer wieder hinsichtlich ihres Leistungsvermögens und ihrer Zugänglichkeit gegenübergestellt werden. Das Internationale Symposium Hochspannungstechnik 1972 [4]¹⁾ zeigte eindeutig die Entwicklung in Richtung Berechnung mit Hilfe von leistungsfähigen Digitalrechnern. Trotzdem wird das Ausmessen elektrischer Felder am einfachsten Analogiemodell, nämlich auf Widerstandspapier, wegen seines didaktischen Wertes und der einfachen Durchführbarkeit auch in Zukunft seine Existenzberechtigung haben. Dabei scheint es nicht allgemein bekannt zu sein, dass sich durch Stufung des Widerstandspapieres auch Felduntersuchungen an rotationssymmetrischen Gebilden durchführen lassen, obwohl an verschiedenen Stellen der Literatur bereits darüber berichtet wurde [5; 6; 7].

2. Modelltheorie

Da für die direkte Feldmessung in Hochspannungsanlagen immer noch genügend kleine (annähernd punktförmige) Messsonden fehlen, bedient man sich gerne eines Analogiemodells.

Die wichtigsten Forderungen an das Analogiemodell sind erstens, dass es leicht – möglichst im Konstruktionsbüro – herstellbar ist und zweitens, dass es mit einfachen, handelsüblichen Messgeräten und niedrigen, ungefährlichen Spannungen ausgemessen werden kann. Das am bequemsten messbare Analogon des quasistationären elektrischen Feldes (hier kurz als elektrisches Feld bezeichnet) ist das elektrische Strömungsfeld. Das elektrische Strömungsfeld bildet sich, wenn der Raum zwischen spannungsführenden Metallteilen (allgemein als «Elektroden» bezeichnet) mit einem leitfähigen Medium ausgefüllt ist. Um dem elektrischen Feld analoge Verhältnisse zu erhalten, muss der spezifische Widerstand des umgebenden Raumes um einige Zehnerpotenzen höher sein, als der der Elektroden. Man spricht deshalb auch von «halbleitendem» Medium oder «Halbleitern». In der Praxis handelt es sich i. a. um schwach leitende Flüssigkeiten («Elektrolyten») oder schwach

leitfähiges Papier («Widerstands-», «Halbleiter-» oder «Ruspapier»).

Für die Potentialverteilung im elektrischen Strömungsfeld gelten dieselben Gesetze wie für die Potentialverteilung im quasistationären, raumladungsfreien elektrischen Feld. Das Grundgesetz ist in der Laplaceschen Differentialgleichung mathematisch darstellbar:

Wenn φ die Bezeichnung für das elektrische Potential und x , y und z die Koordinaten des Raumes sind, so gehorchen beide Felder der partiellen Differentialgleichung

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = 0 \quad (1)$$

Die elektrische Feldstärke \mathbf{E} ist als Potentialänderung längs eines räumlichen Wegelements $d\mathbf{s}$ definiert:

$$\mathbf{E} = - \frac{d\varphi}{d\mathbf{s}} \quad (2)$$

Der einzige Unterschied ist, dass sich die Feldstärke im elektrischen Feld aus der Beziehung

$$E = \frac{D}{\varepsilon} \quad (3)$$

im elektrischen Strömungsfeld aus der Beziehung

$$E = \frac{S}{\kappa} \quad (4)$$

errechnet.

Dabei sind

- D dielektrische Verschiebung in As/cm²
- ε Dielektrizitätskonstante in F/cm = As/Vcm (auch als «dielektrische Leitfähigkeit» zu bezeichnen)
- S Stromdichte in A/cm²
- κ spezifische Leitfähigkeit in 1/Ωcm = A/Vcm

Aus diesen Analogien ergibt sich, dass verschiedene Dielektrizitätskonstanten ε im elektrischen Feld durch verschiedene Leitfähigkeiten κ im elektrischen Strömungsfeld zu ersetzen sind:

$$\kappa_1 : \kappa_2 = \varepsilon_1 : \varepsilon_2 \quad (5)$$

Die Feldlinien im elektrischen Feld entsprechen den Strömungslinien im elektrischen Strömungsfeld. Die Linien glei-

¹⁾ Siehe Literatur am Schluss des Aufsatzes.

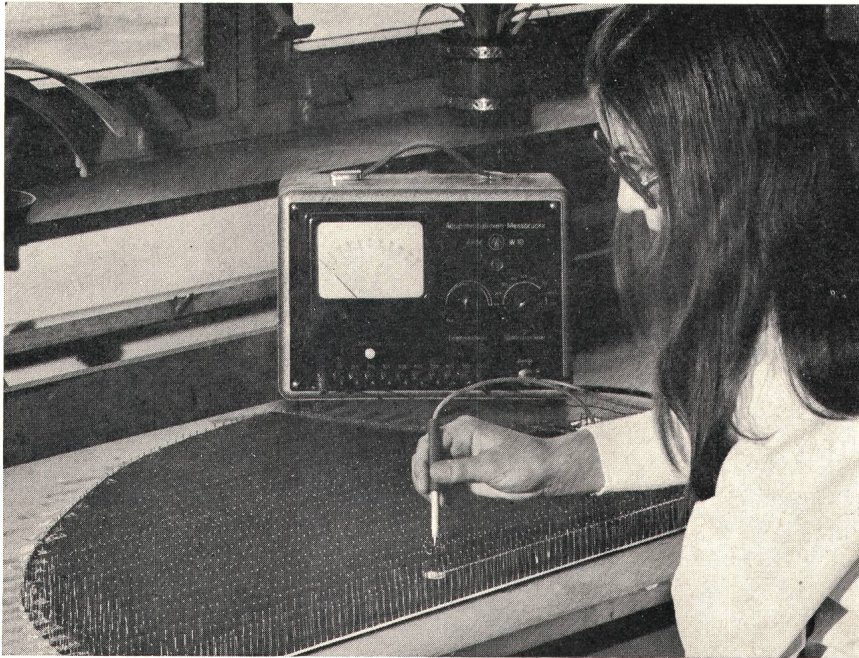


Fig. 1
Feldbildausmessung mit Äquipotentiallinien-
Messbrücke

Es muss lediglich auf gleichmässig hohen An-
pressdruck der Meßsonde auf die Papierlagen
geachtet werden.

5. Modellaufbau

Die Konturen der spannungführenden
Elektroden und der gegebenenfalls vorkom-
menden verschiedenen Dielektrika erhält
man aus der Konstruktionszeichnung. An
den Stellen grosser Dielektrizitätskonstanten
werden Keile mit grossen Keilwinkeln, an
den Stellen kleiner Dielektrizitätskonstanten
Keile mit kleinen Keilwinkeln aufgelegt,
wobei die Keilspitze immer in der Rotations-
achse liegen muss. Während beim Keiltrog
durch den schräggestellten Boden und die
Flüssigkeitsoberfläche ein kontinuierlicher

(stufenloser) Keil gebildet wird, kann der Keil aus Widerstands-
papier nur stufenförmig nachgebildet werden. Der Keilwinkel
ergibt sich aus der Beziehung (Fig. 2):

$$\tan \alpha = \frac{d}{s} \quad (6)$$

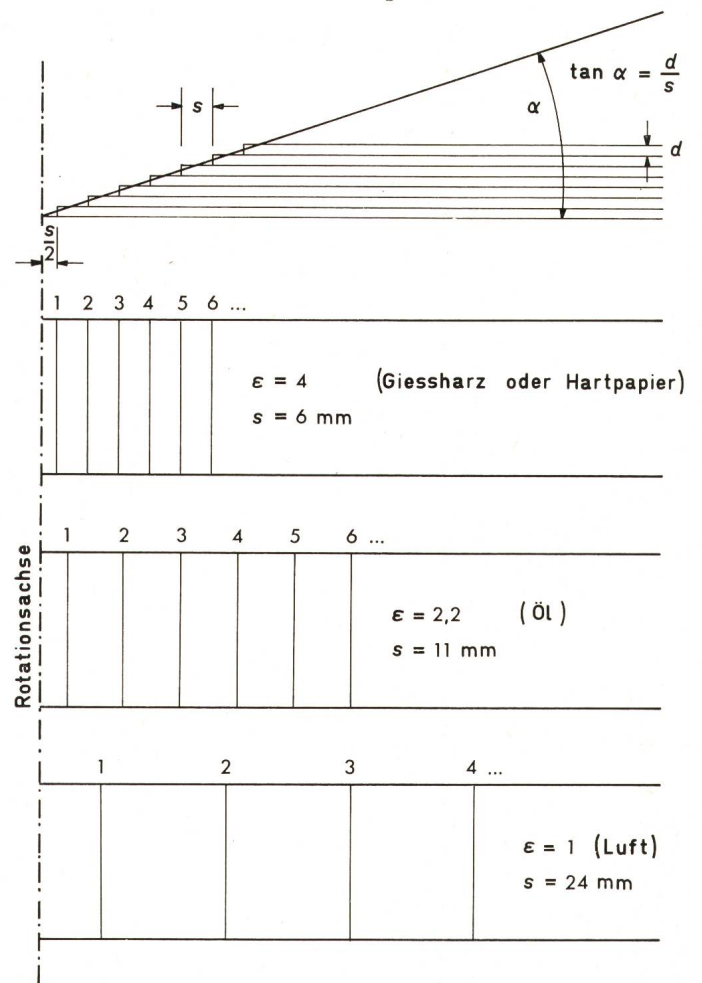


Fig. 2
Prinzip des Keilaufbaus

Nachbildung verschiedener Dielektrizitätskonstanten
durch verschiedene Keilwinkel

chen Potentials werden in beiden Feldern als Äquipotential-
linien bezeichnet und bilden mit den Feld- bzw. Strömungs-
linien ein Netz orthogonaler Trajektorien.

3. Praktische Anwendungen

Praktische Anwendungen dieser Analogiebeziehungen sind
die Ausmessung ebener Felder auf Widerstandspapier und die
Ausmessung räumlicher Felder im elektrolytischen Trog. Diese
Verfahren werden als bekannt vorausgesetzt. Da im elektro-
lytischen Trog üblicherweise auch nur ebene und rotations-
symmetrische Felder ausgemessen werden, dabei aber schon
erhebliche Schwierigkeiten bei der Modellherstellung und der
Nachbildung verschiedener Dielektrizitätskonstanten auftre-
ten, versuchte man, das Messverfahren auf Widerstandspapier,
das bisher nur zur Aufnahme ebener Feldbilder geeignet war,
auch für die Ausmessung rotationssymmetrischer Felder gangbar
zu machen.

4. Messung rotationssymmetrischer Felder auf Widerstandspapier

Wie beim elektrolytischen Keiltrog geht man von dem
Grundgesetz aus, dass das Feld um einen Rotationskörper (der
als Keil mit 360° Keilwinkel aufgefasst werden kann), unab-
hängig vom Keilwinkel ist. Während sich beim elektrolytischen
Trog Keilwinkel zwischen 10° und 20° als günstig erwiesen
haben, kommt man bei der Widerstandspapiermethode mit
Keilwinkeln von weniger als 1° aus. Dadurch erhält man ein
sehr flaches, nahezu ebenes Modell, in das die Äquipotential-
linien direkt eingezeichnet werden können, und das wie eine
Zeichnung aufbewahrt, bei Bedarf nachgemessen und zur Op-
timierung geringfügig verändert werden kann. Alle diese Ar-
beiten können im Konstruktionsbüro ohne Inanspruchnahme
der Werkstatt ausgeführt werden. Dadurch lässt sich die Kon-
struktion eines Hochspannungsgerätes – sowohl in der Gesamt-
konzeption als auch im Detail – von Anfang an optimieren.

Die Ausmessung rotationssymmetrischer Felder nach dieser
Methode mit handelsüblichen Messgeräten ist kaum schwieri-
ger als die von ebenen Feldern auf Widerstandspapier (Fig. 1).

Da die Dicke des Papiers d konstant ist, wird der Keilwinkel nur durch den Stufenabstand s beeinflusst. Im Medium mit höchstem ϵ (= grösstem Keilwinkel) muss also die Stufung am engsten sein. Als feinste Stufung s_1 haben sich ca. 6 mm bewährt. Die Stufenabstände verhalten sich umgekehrt wie die Dielektrizitätskonstanten, folglich ergeben sich die übrigen Stufenabstände s_n aus der Beziehung:

$$s_n = s_1 \frac{\epsilon_1}{\epsilon_n} \quad (7)$$

Da hier verschiedene ϵ nicht durch Schichtenzahl, sondern durch Stufenabstand nachgebildet werden, lassen sich – im Gegensatz zum ebenen Feldbild – hier auch nichtganzzahlige ϵ nachbilden.

Die Modellgrösse ergibt sich aus der geforderten Genauigkeit. Dabei ist zu berücksichtigen, dass am abgeschnittenen Papierrand eine Spiegelung der Elektrodenanordnung mit gleichem Vorzeichen, am metallisierten geerdeten Rand eine Spiegelung mit umgekehrtem Vorzeichen auftritt.

Auf einem entsprechend grossen (Reiss-) Brett zeichnet man auf weisses Papier zuerst die Rotationsachse und ausgehend von dieser die Stufeneinteilungen für die im Modell vorkommenden Dielektrizitätskonstanten, z. B.

ϵ Luft	= 1
ϵ Öl	= 2,2
ϵ Hartpapier oder Giessharz	= 4

Für das Medium mit höchstem ϵ ($\epsilon_1 = 4$) wird die kleinste Stufung $s_1 = 6$ mm gewählt. Damit wird die Stufung in Öl $s_2 = 11$ mm und in Luft $s_3 = 24$ mm. Um eine möglichst genaue Annäherung des gewünschten Keils zu erhalten, beginnt die erste Widerstandspapierschicht jeweils bei $s/2$ (Fig. 2). Zur Erhöhung der Genauigkeit hat es sich bewährt, die Elektrodenanordnungen in der untersten und der obersten Schicht mit Leitsilber aufzutragen. Man beginnt also wie bei einem ebenen Feldbild mit einer Schicht, auf die die Elektrodenkonturen – am einfachsten durch Durchpausen der Konstruktionszeichnung – übertragen werden. Darauf werden dann die verschiedenen Keile aufgebaut, wobei der innere (achsennahe) Rand

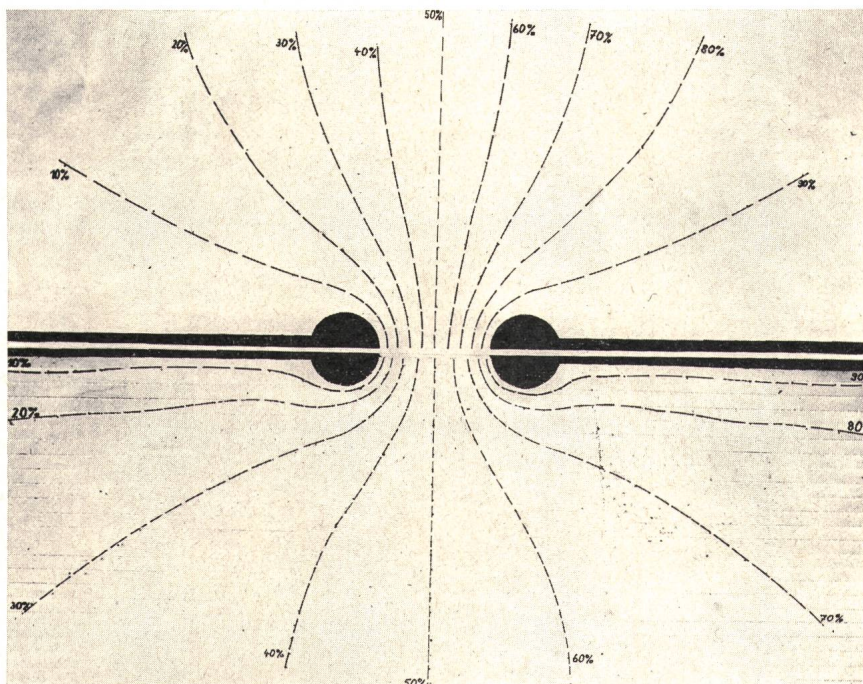
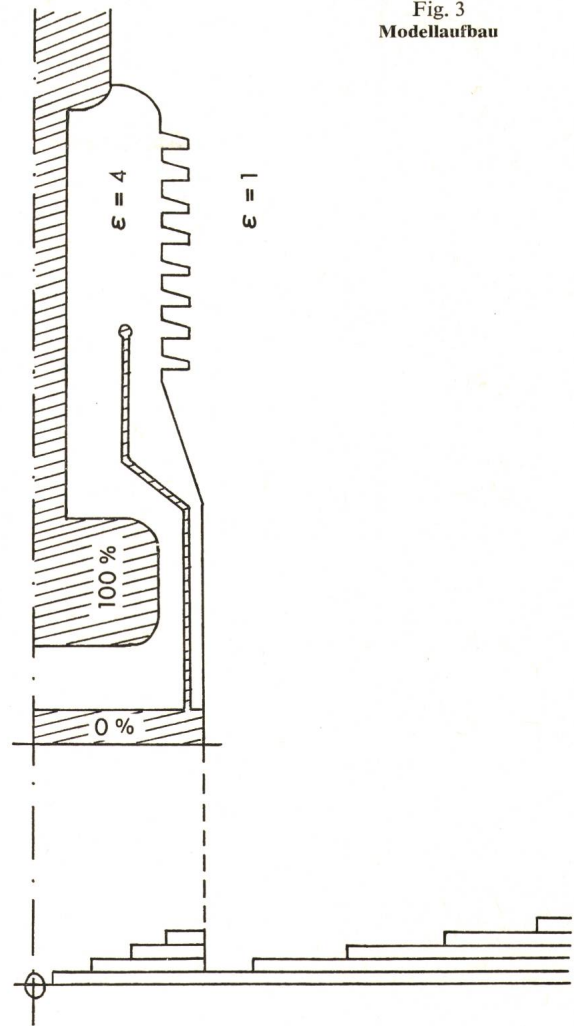


Fig. 4
Vergleich eines ebenen mit einem rotations-symmetrischen Feld
Oben: Feld zwischen 2 parallelen Zylindern
Unten: Feld zwischen 2 Kegeln

Fig. 3
Modellaufbau



jeder Schicht durch die vorher am Rand des weissen Papiers aufgetragene Stufeneinteilung, die übrigen Konturen durch die Konstruktionszeichnung bestimmt werden (Fig. 3). Auf der obersten Schicht werden noch einmal die Elektrodenkonturen mit Leitsilber aufgetragen. Da der Widerstand senkrecht zur Schichtrichtung wesentlich grösser ist als in Schichtrichtung, senkrecht übereinander liegende Punkte aber gleiches Potential haben sollen, müssen die Schichten an den

- Stufenrändern
- Dielektrikumkonturen und
- Elektrodenkonturen

elektrisch parallelgeschaltet werden, ohne dass das Feld dadurch verändert werden darf. Das bedeutet: möglichst enge punktförmige Durchverbindung sämtlicher Papierschichten durch Metallstifte (Nadeln oder Nägel). Am besten eignen sich kurze Stecknadeln mit langer konischer Spitze, da durch sie die Papierschichten nicht durchgestanzt, sondern zusätzlich aufeinandergepresst wer-

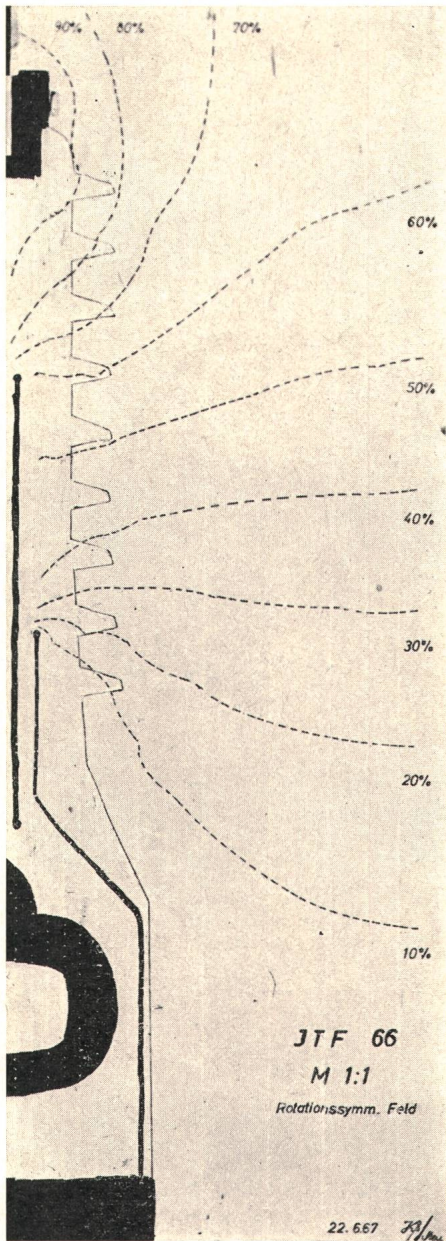


Fig. 5
Feldbild eines schlanken Rotationskörpers
60-kV-Giessharz-Stromwandler für Freiluftbetrieb

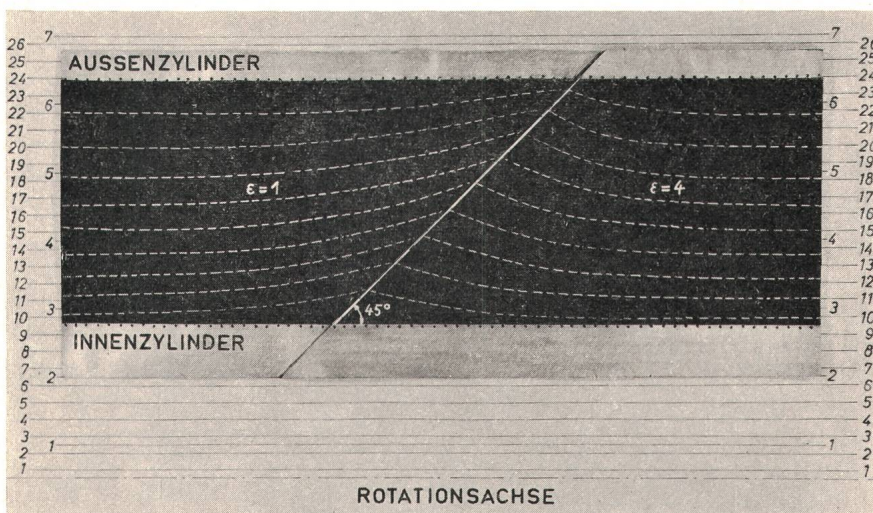


Fig. 6
Feldbild eines Rotationskörpers mit zwei Isolierstoffen
verschiedener Dielektrizitätskonstanten
($\epsilon = 1$ und $\epsilon = 4$)
Aussendurchmesser = 280
Innendurchmesser = 110

den. In der Praxis genügt ein Nadelabstand von 5...10 mm, wobei an Stellen hoher Feldstärke der engere Abstand zu wählen ist.

Das Anschliessen der Elektroden an die Äquipotentiallinien-Messbrücke und das Ausmessen selbst erfolgt wie beim ebenen Feldbild. Vorteilhaft wirkt es sich aus, dass die eingeschlagenen Nadeln als (besonders genaue) Messpunkte mitverwendet werden können.

6. Praktische Erfahrungen

Zuerst wurden nach dieser Methode einige Grundsatzuntersuchungen durchgeführt. Einfache Zylinderanordnungen im Axialschnitt wurden ausgemessen und mit der Rechnung verglichen (Tabelle I). Dabei stellte sich heraus, dass bei richtiger, im Vorstehenden beschriebener Ausführung die Abweichung der gemessenen von den berechneten Feldlinien < 3 mm bleibt. Bezogen auf den Elektrodenabstand von 200 mm entspricht das einer Abweichung $< 1,5\%$. Die daraus ermittelten Feldstärken weichen allerdings bis zu 8% von der errechneten Feldstärke ab, was durch Erhöhung der Fehler bei der Differenzbildung von zwei fehlerbehafteten Zahlen bedingt ist. Die früher bei graphithaltigen, relativ niederohmigen Papieren beobachteten ungleichmässigen Papierleitfähigkeiten sind bei den heutigen hochohmigen Russpapieren mit Flächenwiderständen von $10 \text{ k}\Omega$ pro Quadrat ohne messbaren Einfluss auf die Genauigkeit.

Bei diesem Verfahren wurde auch der vom elektrolytischen Trog bekannte Effekt festgestellt, dass die den Elektroden benachbarten Äquipotentiallinien etwas zu nahe an die Elektroden heranrücken. Dieser Fehler lässt sich durch Extrapolieren des gesamten Feldstärkeverlaufs längs einer interessierenden Feldlinie bis zur Elektrodenoberfläche verringern. Berücksichtigt man diesen Fehler nicht, so liegt man in jedem Fall auf der sicheren Seite, weil in Wirklichkeit keine so hohe Feldstärke auftritt, wie aus dem Feldbild gemessen. Für die Praxis ist eine Genauigkeit von 10% völlig ausreichend. Würde man dieselbe Anordnung als ebenes Feldproblem behandeln, ergäben sich Fehler bis zu 55%.

Durch Eichung der Anzeigeempfindlichkeit der Messbrücke lassen sich auch Feldlinien zwischen den 10%-Feldlinien (für die nur der Nullabgleich vorgesehen ist) ermitteln. Durch Ausschnittvergrößerung und Metallisieren der Rand-Äquipotentiallinien lässt sich die Genauigkeit in Zonen starker Feldkonzentration weiter steigern.

Nach diesem Verfahren lässt sich sehr leicht der Unterschied zwischen einem ebenen und einem rotationssymmetrischen Feldbild ermitteln. Das wurde z. B. an dem Feldbild von zwei Kugeln mit Zuleitungen (Fig. 4, unten) durchgeführt. Durch Entfernen des Keils bis auf die unterste Schicht erhält man das Feld von 2 parallelen Zylindern (mit Zuleitungen) (Fig. 4, oben).

an koaxialer Zylinderanordnung $r_i = 100$, $r_a = 300$ mm. Stufenabstand $s = 20$ mm. Stufenzahl $= \frac{r_a - r_i}{s} = 10$

Tabelle I

Potential %	Radien			Abstände		Feldstärke bez. auf 100 kV		
	Rechnung mm	Messung mm	Abweichung %	Rechnung mm	Messung mm	Rechnung kV/cm	Messung kV/cm	Abweichung %
100	100	100	—	11	10,3	9,09	9,7	+ 6,7
90	111	110,3	- 0,63	13	14	7,69	7,14	- 7,2
80	124	124,3	+ 0,24	15	15	6,67	6,67	0
70	139	139,3	+ 0,22	16	16,7	6,25	6,0	- 4,0
60	155	156	+ 0,65	18	19	5,55	5,26	- 5,2
50	173	175	+ 1,16	20	20	5,0	5,0	0
40	193	195	+ 1,04	22	23	4,55	4,35	- 4,4
30	215	218	+ 1,40	25	25	4,0	4,0	0
20	240	243	+ 1,25	29	27	3,45	3,7	+ 7,3
10	269	270	+ 0,37	31	30	3,23	3,33	+ 3,1
0	300	300	—					

Das Verfahren hat sich bei der Entwicklung zahlreicher Hochspannungsgeräte bewährt. Als Beispiel sei das Feld eines schlanken, rotationssymmetrischen Gebildes (60-kV-Stromwandler, Fig. 5) und der kegelförmigen Grenzfläche zwischen verschiedenen Dielektrika in einer Koaxialanordnung gezeigt (Fig. 6).

Interessiert nur die Feldstärke im achsennahen Bereich, z. B. an der Oberfläche eines schlanken Rotationskörpers bei grossem Wandabstand, so kann die Papierstufung nach aussen hin abgebrochen und die Wand so weit herangerückt werden, dass der Widerstand des entstehenden Rechteckquerschnitts R_R gleich wird dem Widerstand des eigentlich trapezförmigen Querschnitts durch den Keil R_T (Fig. 7). Damit ist eine wesentliche Arbeits- und Papierersparnis möglich.

Literatur

- [1] R. Strigel: Ausmessung von elektrischen Feldern. Karlsruhe, Verlag G. Braun, 1949.
- [2] W. Claussnitzer und H. Heumann: Ausmessung elektrischer Felder mit halbleitenden Schichten. VDE-Fachberichte 14(1950)-, S. 160..164.
- [3] K. Knörrich und A. Koller: Digitale Berechnung von ebenen und rotationssymmetrischen Potentialfeldern mit beliebigen Randbedingungen. ETZ-Report 5, 1971.
- [4] Internationales Symposium Hochspannungstechnik (ISH), ETZ-A 93(1972)6.
- [5] L. Hoefnagel: The electrolytic laminated paper model in the design of high-voltage apparatus. Electro-Technik 42(1964)12, p. 267..271.
- [6] F. H. Kreuger: Determination of fieldstrength in an electrolytic analogue. Electro-Technik 42(1964)12, p. 272...275.
- [7] D. Kind: Einführung in die Hochspannungs-Versuchstechnik. Braunschweig, Vieweg-Verlag, 1972.

Adresse des Autors:

H. Krauss, dipl. Ingenieur, Messwandler-Bau GmbH., Nürnberger Strasse 199, D-86 Bamberg.

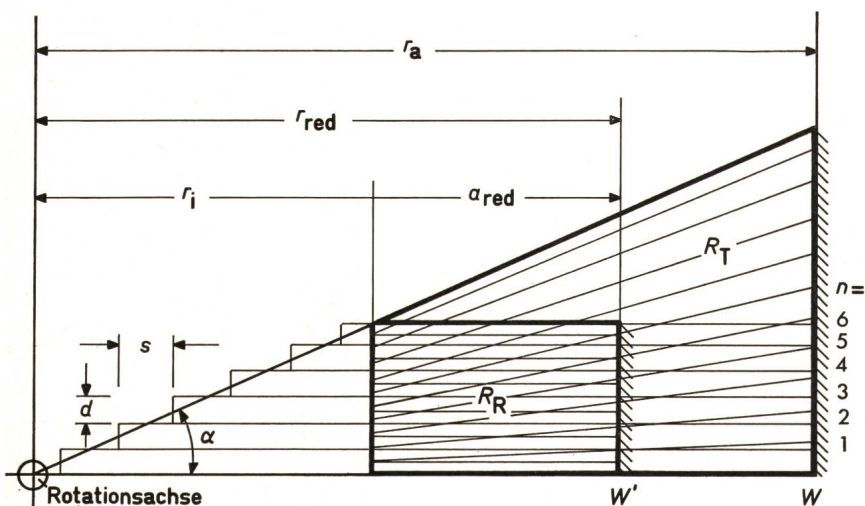


Fig. 7
Feldbildvereinfachung

- r_i interessierender Bereich
- r_a wirklicher Wandabstand von der Rotationsachse
- r_{red} reduzierter Wandabstand
- R_T wirklicher Widerstand des Trapezquerschnitts, der zwischen Wand W und interessierendem Bereich liegt

$$R_T = \frac{1}{\tan \alpha} \ln \frac{r_a}{r_i} = \frac{s}{d} \ln \frac{r_a}{r_i}$$

R_R = Widerstand eines reduzierten Rechteckquerschnitts zwischen herangerückter Wand W' und interessierendem Bereich

$$R_R = \frac{r_{red} - r_i}{n d} = \frac{a_{red}}{n d}$$

n Stufenzahl

Aus $R_R = R_T$ folgt

$$a_{red} = n s \ln \frac{r_a}{r_i}$$