Zeitschrift: Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins, des Verbandes Schweizerischer Elektrizitätsunternehmen = Bulletin de l'Association suisse des électriciens, de l'Association des entreprises électriques suisses

Herausgeber: Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätsunternehmen

Band: 79 (1988)

Heft: 21

Artikel: Simulated Annealing : eine Optimierungsmethode aus der statistischen Mechanik

Autor: Bernasconi, J.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-904095

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 13.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Simulated Annealing – eine Optimierungsmethode aus der statistischen Mechanik

J. Bernasconi

Die Komplikationen, die bei komplexen Optimierungsproblemen auftreten, sind eng verwandt mit denjenigen, die man in der statistischen Mechanik von ungeordneten Systemen antrifft. Diese Analogie hat in den letzten Jahren zur Entwicklung einer neuartigen Optimierungsstrategie geführt, die in Anlehnung an die Simulation eines langsamen Abkühlprozesses «Simulated Annealing» genannt wird. Entsprechende Methoden werden heute in verschiedenen Bereichen der Wissenschaft und Technik mit Erfolg angewandt.

Les difficultés, que l'on rencontre dans les problèmes d'optimisation complexes, sont étroitement liées à celles de la mécanique statistique des systèmes désordonnés. Cette analogie a conduit ces dernières années au développement d'une stratégie d'optimisation nouvelle, qui correspond à un processus de refroidissement lent et qui en conséquence est appelée «recuit simulé». Des méthodes, basées sur une telle stratégie, sont aujourd'hui appliquées avec succès dans divers domaines de la science et de la technique.

Adresse des Autors
Dr. *Jakob Bernasconi*, Asea Brown Boveri Forschungszentrum, 5405 Baden

Viele Probleme der Wissenschaft, Technik und Wirtschaft lassen sich als Optimierungsprobleme formulieren. Diese bestehen darin, das Minimum einer vorgegebenen Ziel- oder Kostenfunktion zu suchen, wobei bei realen Anwendungen oft noch viele Nebenbedingungen dazukommen. Die Zielfunktion hängt von einer Anzahl Variablen ab, welche die möglichen Zustände oder Realisierungen des zu optimierenden Systems beschreiben.

Bei komplexen Problemen, die von vielen Variablen abhängen, kann der Aufwand, das globale Minimum der Zielfunktion zu bestimmen, sehr rasch ins Unermessliche anwachsen. Für praktische Anwendungen gibt man sich deshalb oft mit einer fast optimalen Lösung zufrieden, wenn diese dafür innert nützlicher Frist gefunden werden kann. Komplizierte Zielfunktionen haben in der Regel aber sehr viele lokale Minima, und diese erhöhen die Schwierigkeit, eine gute Lösung zu finden, natürlich beträchtlich.

In den letzten Jahren haben nun Ideen aus der statistischen Physik zur Entwicklung von Methoden geführt, die es erlauben, relativ einfach gute Lösungen für schwierige nichtlineare Optimierungsprobleme zu finden. Die Strategie, die diesen Methoden zugrunde liegt, wird *Simulated Annealing* [1] genannt. Sie entspricht der Simulation eines langsamen Abkühlprozesses, wobei die Kostenfunktion des Problems mit der Energie eines physikalischen Systems identifiziert wird, das dann in einen Zustand mit sehr niedriger Energie einfriert. Simulated-Annealing-Methoden werden heute mit Erfolg auf verschiedene komplexe Optimierungsprobleme angewandt [2]. Beispiele sind das klassische Traveling-Salesman-Problem, Plazierungs- und Verdrahtungsprobleme beim Design von integrierten Schaltungen, Probleme der Ablaufplanung und die Optimierung von Codes. Der vorliegende Artikel gibt eine kurze Einführung in die Begründung und Funktionsweise von Simulated-Annealing-Methoden und demonstriert deren Effizienz anhand von zwei illustrativen Beispielen.

Kombinatorische Optimierung

Kombinatorische Optimierungsprobleme sind dadurch ausgezeichnet, dass die Variablen, von denen die Zielfunktion abhängt, nur endlich viele Werte annehmen können. Solche Probleme treten in den Ingenieur- und Computerwissenschaften sehr häufig auf. Man denke etwa an die Optimierung einer Konfiguration oder einer Reihenfolge oder an Probleme aus der Informationstechnik, wo man es meistens mit binären Variablen zu tun hat. Bei kombinatorischen Problemen ist die Zahl der möglichen Zustände oder Konfigurationen also endlich. Sie wächst aber ungeheuer rasch an, z.B. wie $N!$ oder wie 2^N, wenn die Anzahl N der Variablen zunimmt. Mit zunehmender Variablenzahl wird es daher rasch unmöglich, alle Lösungen durchzuprobieren und dann die beste auszuwählen.

Aber selbst wenn man sich darauf beschränkt, statt der besten nur eine gute Lösung zu finden, stösst man sehr oft auf grosse Schwierigkeiten. Wegen der Inkompatibilität verschiedener Forderungen treten bei komplizierten Zielfunktionen nämlich fast immer sogenannte Frustrationseffekte auf (siehe weiter unten). Diese führen dazu, dass das Problem sehr viele Pseudo-Optima besitzt, von denen vielleicht nur ein kleiner Bruchteil als gut bezeichnet werden kann. Konventionelle Optimierungsstrategien beruhen aber meistens auf einer iterativen, lokalen Verbesserung der Zielfunktion und bleiben deshalb immer im nächstlie-

genden lokalen Optimum stecken. Bei komplexen Optimierungsproblemen (mit sehr vielen lokalen Optima) liefern solche Methoden dann oft keine befriedigenden Resultate, auch wenn das Verfahren mit verschiedenen Anfangsbedingungen wiederholt wird.

Analoge Schwierigkeiten treten in der statistischen Mechanik auf, wenn man für ein komplexes physikalisches System Zustände mit niedriger Energie bestimmen will. Entsprechende Studien haben nun in den letzten Jahren Methoden aufgezeigt, mit denen ein Steckenbleiben in schlechten lokalen Energieminima vermieden werden kann, und *Kirkpatrick* et *al.* [1] haben als erste realisiert, dass diese Methoden im Prinzip auf beliebige Optimierungsprobleme angewandt werden können.

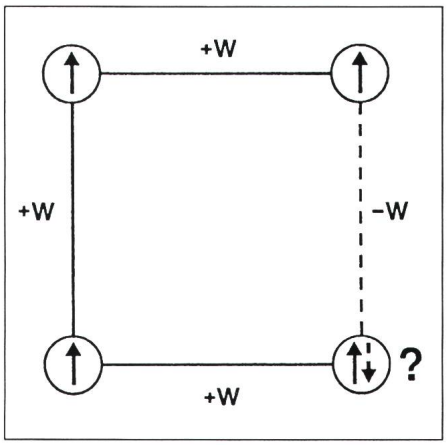
Spin-Systeme und Frustration

Die Schwierigkeiten, die bei der Bestimmung von Zuständen mit möglichst niedriger Energie auftreten können, lassen sich sehr anschaulich am Beispiel eines klassischen Spin-Systems demonstrieren. Solche Systeme dienen den Physikern als einfache Modelle für magnetische Materialien. Ein magnetisches Atom i wird durch einen Spin S_i beschrieben, der im einfachsten Fall nur in zwei Richtungen zeigen kann, z.B. hinauf ($S_i = +1$) oder hinunter ($S_i = -1$). Die Wechselwirkungsenergie zwischen zwei Spins S_i und S_j ist gegeben durch $-W_{ij} S_i S_j$, wobei W_{ij} als Wechselwirkungskonstante bezeichnet wird. Die Gesamtenergie E des Systems erhält man dann durch Summation über alle Spin-Paare,

$$E(\boldsymbol{S}) = -\sum_{(i,j)} W_{ij} S_i S_j, \qquad (1)$$

und die Spin-Konfiguration $\boldsymbol{S} = \{S_1, S_2, ..., S_N\}$ mit der tiefsten Energie nennt man Grundzustand.

Um die Energie zu erniedrigen, sollten zwei Spins S_i und S_j also in die gleiche Richtung zeigen, wenn W_{ij} positiv ist, und in entgegengesetzte Richtungen, wenn W_{ij} negativ ist. In speziellen Fällen lässt sich der Grundzustand deshalb sehr einfach bestimmen. Sind zum Beispiel alle W_{ij} positiv, so wird die Energie minimal, wenn alle Spins in die gleiche Richtung zeigen, d.h. der Grundzustand ist ferromagnetisch. Einer viel schwierigeren Situation begegnet man, wenn die Vorzeichen der Wechselwirkungskonstanten zufällig verteilt sind. Dann kann es nämlich vorkommen, dass die Richtung eines Spins durch die Wechselwirkungen mit den andern Spins nicht festgelegt ist. Dieses Phänomen nennt man *Frustration*, und Systeme mit zufällig verteilten W_{ij} werden als *Spin-Gläser* bezeichnet. Ein einfaches Beispiel ist in Figur 1 dargestellt. Um die Energie des Systems möglichst klein zu machen, sollte der Spin unten rechts einerseits in die gleiche Richtung zeigen wie sein linker Nachbar, sich anderseits aber antiparallel zum darüberliegenden Nachbarspin einstellen. Er weiss also nicht, was er tun soll, d.h. er ist frustriert.



Figur 1 Einfaches Beispiel eines «frustrierten» Spin-Systems

Frustrationseffekte treten in vielen komplexen Systemen auf, nicht nur in Spin-Gläsern. In grossen Systemen führen sie dazu, dass es sehr viele lokale Energieminima gibt, die das Auffinden von tief-energetischen Zuständen äusserst schwierig gestalten.

Statistische Mechanik

Die statistische Mechanik beschreibt die Eigenschaften von physikalischen Systemen, die aus einer grossen Anzahl von Teilchen bestehen und die sich im thermodynamischen Gleichgewicht befinden. Sie sagt uns zum Beispiel, dass die Wahrscheinlichkeit $P_T(\boldsymbol{S})$, ein System mit der Energiefunktion $E(\boldsymbol{S})$ bei einer Temperatur T im Zustand $\boldsymbol{S} = \{S_1, S_2, ..., S_N\}$ zu finden, durch die Boltzmann-Verteilung

$$P_T(\boldsymbol{S}) = \frac{1}{Z(T)} e^{-E(\boldsymbol{S})/T} \qquad (2)$$

gegeben ist, wobei die S_i jetzt natürlich beliebige Zustandsvariablen darstellen können und $Z(T)$ die sogenannte Zustandssumme[1] bezeichnet, welche die Wahrscheinlichkeitsfunktion P_T auf 1 normiert.

$$Z(T) = \sum_{\boldsymbol{S}} e^{-E(\boldsymbol{S})/T}, \qquad (3)$$

Aus der Form von $P_T(\boldsymbol{S})$ ist ersichtlich, dass sich das System bei abnehmender Temperatur in Zustände mit immer niedrigerer Energie begibt. Im Prinzip sollte es also möglich sein, Zustände (Konfigurationen) mit sehr tiefer Energie durch die Simulation eines langsamen Abkühlprozesses zu finden.

Metropolis et *al.* [3] haben schon vor über 30 Jahren einen Algorithmus eingeführt, der dazu benutzt werden kann, die zeitliche Evolution eines Systems im Konfigurationsraum bei vorgegebener Temperatur T zu simulieren. Bei jedem Schritt dieses Metropolis-Verfahrens wird durch zufällige Änderung des aktuellen Zustands $\boldsymbol{S}$ ein neuer Zustand $\boldsymbol{S}'$ erzeugt. Wenn die Energiedifferenz $\Delta E = E(\boldsymbol{S}') - E(\boldsymbol{S})$ negativ ist, d.h. wenn der neue Zustand $\boldsymbol{S}'$ eine tiefere Energie hat als der Ausgangszustand $\boldsymbol{S}$, wird die Änderung immer akzeptiert, und $\boldsymbol{S}'$ wird zum Ausgangszustand für den nächsten Schritt. Hat der Zustand $\boldsymbol{S}'$ hingegen eine höhere Energie als $\boldsymbol{S}(\Delta E > 0)$, so wird er nur mit einer Wahrscheinlichkeit

$$p(\Delta E) = e^{-\Delta E/T} \qquad (4)$$

akzeptiert. Bei hohen Temperaturen geht $p(\Delta E)$ gegen Eins. Dann werden also praktisch alle Zustandsänderungen akzeptiert, d.h. das System wandert völlig zufällig im Konfigurationsraum umher. Wenn T klein ist, geht das System aber nur selten in einen Zustand mit höherer Energie.

Unter sehr allgemeinen Voraussetzungen an die zugelassenen Zustandsänderungen kann man nun zeigen, dass das Metropolis-Verfahren tat-

[1] Aus der Zustandssumme lassen sich alle thermodynamischen Grössen wie die mittlere Energie, die spezifische Wärme, die Entropie usw. berechnen.

sächlich die Gleichgewichtsverteilung $P_T(S)$ simuliert, wenn es bei gegebener Temperatur T nur genügend lange angewandt wird. Durch langsames Absenken der Temperatur lassen sich mit dem Verfahren dann also Zustände (Konfigurationen) mit sehr niedriger Energie erzeugen. «Langsam» ist dabei sehr wichtig, damit sich das System immer in einem Quasi-Gleichgewicht befindet und nicht in einem relativ hochenergetischen Zustand einfriert.

Simulated-Annealing-Strategien

Formal kann man die Zielfunktion $E(S)$ eines beliebigen Optimierungsproblems als Energiefunktion eines physikalischen Systems auffassen. Die Optimierungsaufgabe entspricht dann genau dem Problem, Zustände oder Konfigurationen S mit möglichst niedriger Energie zu finden, und die Überlegungen des letzten Abschnitts haben gezeigt, dass man solche Zustände durch Simulation eines langsamen Abkühlprozesses (Simulated Annealing) erzeugen kann.

Simulated-Annealing-Strategien sind also nichts anderes als die Kombination des Metropolis-Algorithmus mit einem geeigneten Abkühlfahrplan:

0. Bestimme die Startwerte: $T = T_0$, $S = S_0$, $E = E(S_0)$.
1. Erzeuge eine zufällige Zustandsänderung $S \Rightarrow S'$.
2. Berechne die zugehörige Änderung der Zielfunktion: $\Delta E = E(S') - E(S)$.
3. a. $\Delta E \leq 0$: Ersetze S durch S' und E durch $E + \Delta E$
   b. $\Delta E > 0$: Würfle eine zufällige Zahl z zwischen Null und Eins. Wenn $z < \exp(-\Delta E/T)$, ersetze S durch S' und E durch $E + \Delta E$, andernfalls lasse S und E unverändert.
4. Erniedrige T gemäss Abkühlfahrplan.
5. Beende das Verfahren, wenn ein Abbruchkriterium erfüllt ist. Andernfalls gehe zu 1.

Bei allgemeinen Optimierungsproblemen spielt die «Temperatur» T in einem solchen Verfahren natürlich einfach die Rolle eines Kontrollparameters, und die Effizienz von Simulated-Annealing-Strategien hängt entscheidend von der Wahl des entsprechenden «Abkühlgesetzes» ab.

Konventionelle Optimierungsstrategien entsprechen einem unendlich schnellen Abkühlen des Systems, d.h. man setzt sofort $T = 0$, so dass nur Schritte mit $\Delta E < 0$ erlaubt sind. Das führt natürlich dazu, dass diese Verfahren unweigerlich im nächstliegenden lokalen Minimum enden. Beim Simulated Annealing hingegen wird T nur sehr langsam erniedrigt. Damit kann man ein Steckenbleiben in schlechten lokalen Minima vermeiden, da bei nicht zu tiefen Temperaturen immer wieder Schritte mit $\Delta E > 0$ zugelassen werden.

Im Gegensatz zum Simulated Annealing konvergieren konventionelle Verfahren aber sehr rasch und können daher innerhalb derselben Rechenzeit für eine grosse Zahl verschiedener Startkonfigurationen wiederholt werden. Um die potentiellen Vorteile einer Annealing-Strategie voll auszunutzen, müssen die Parameter des Verfahrens, und insbesondere der Abkühlfahrplan, möglichst gut dem Problem angepasst werden. Es hat sich gezeigt, dass die *thermodynamischen Eigenschaften* eines Optimierungsproblems dabei sehr nützliche Hinweise geben können.

Das Traveling-Salesman-Problem

Das klassische Problem des Handlungsreisenden (Traveling Salesman), der die kürzeste Rundreise durch eine grosse Anzahl von Städten bestimmen will, kann als Prototyp eines schwierigen kombinatorischen Optimierungsproblems angesehen werden. Es wird deshalb oft als Testbeispiel für Simulated-Annealing-Strategien benutzt. Die Figur 2 illustriert das Auffinden einer (pseudo-)optimalen Rundreise durch 400 Städte im Verlauf eines entsprechenden Abkühlprozesses.

Man startet mit einer zufällig ausgewählten Tour, und dann werden Veränderungen der jeweiligen Tour gemäss der im letzten Abschnitt beschriebenen Strategie entweder akzeptiert oder zurückgewiesen. Die Zielfunktion $E(S)$ ist hier natürlich die Länge der Tour, und eine Konfiguration S repräsentiert die Reihenfolge, mit der die Städte besucht werden. Eine solche Konfiguration (z.B. ABCDEFGH...) wird dadurch verändert, dass die Teilstrecke zwischen zwei zufällig ausgewählten Städten (z.B. C und F) rückwärts durchlaufen wird (Fig. 2). In der neuen Tour ABFEDCGH... fallen also die Wegstrekken BC und FG weg und werden durch zwei neue (BF und CG) ersetzt.

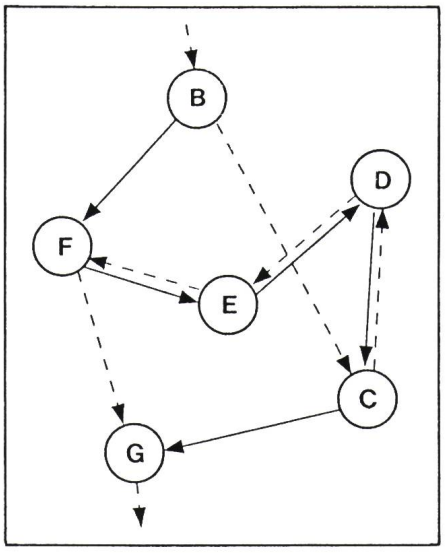
Bei hohen «Temperaturen» T werden fast alle Änderungen akzeptiert, so dass die erzeugten Touren völlig zufällig aussehen (Figur 3a). Durch das Absenken von T startet man den Einfrierprozess, und es beginnen sich gewisse grob optimierte Strukturen herauszukristallisieren (Figur 3b). Bis zum vollständigen Einfrieren werden diese dann nur noch im Detail weiter optimiert (Figur 3c).

Traveling Salesman und verwandte Probleme treten in vielen Bereichen der Technik auf, insbesondere beim Design von integrierten Schaltungen, wo Simulated-Annealing-Methoden heute bereits routinemässig eingesetzt werden. Simulated-Annealing-Algorithmen lassen sich sehr einfach implementieren und führen in vielen Fällen zu besseren Lösungen als existierende konventionelle Verfahren [2].

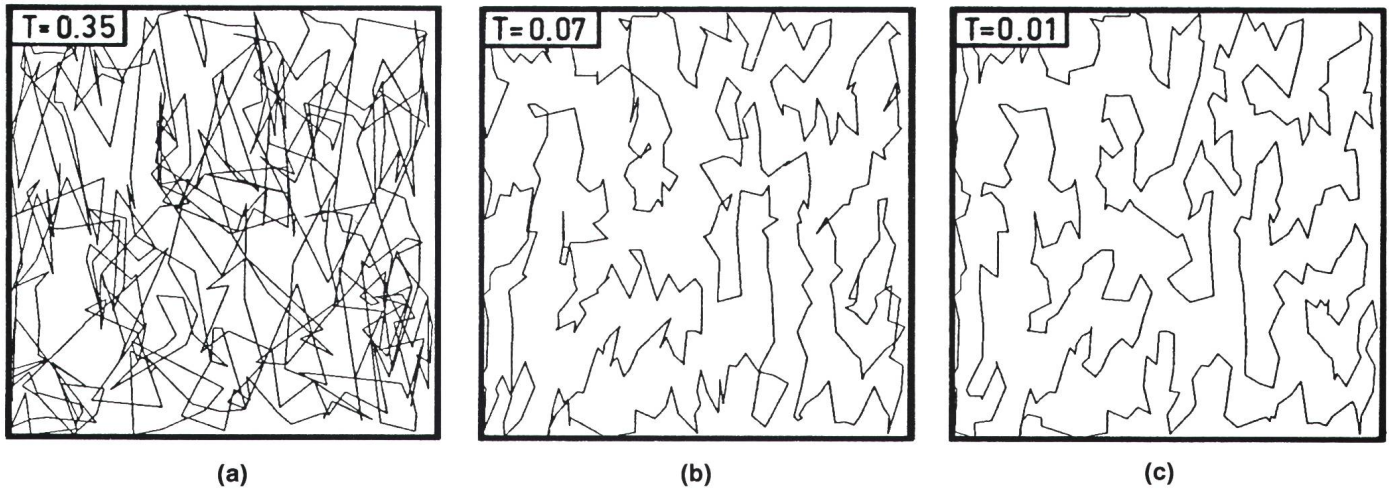
Binäre Sequenzen mit kleinen Autokorrelationen

Ein weiteres schwieriges Problem, auf das Simulated-Annealing-Methoden mit Erfolg angewendet werden können, ist das Auffinden von langen binären Sequenzen,

$$S = \{S_1, S_2, ..., S_N\}, \quad S_i = \pm 1, \qquad (5)$$



Figur 2 Traveling Salesman-Problem
Beispiel für eine elementare Änderung des Zustandes
------- Ursprüngliche Teilroute zwischen den Städten B und G
——— Geänderte Teilroute



Figur 3 Simulated Annealing für ein Traveling Salesman-Problem mit 400 Städten
Gezeigt sind typische Touren während des Abkühlprozesses (Die Berechnungen hat *M. Dietiker*, ABB-Forschungszentrum, 5405 Baden, durchgeführt.)

mit möglichst kleinen Off-Peak-Autokorrelationen R_k, $k \neq 0$ [4], d.h. von Sequenzen, deren Autokorrelationsfunktion anähernd einer Dirac-Funktion entspricht. Die Autokorrelationsfunktion

$$R_{\pm k} = \sum_{i=1}^{N-k} S_i S_{i+k}, \; k = 0, 1, ..., N-1, \quad (6)$$

einer solchen Sequenz soll also im Vergleich zum zentralen Peak $R_0 = N$ möglichst kleine Nebenimpulse ergeben. Binäre Sequenzen mit entsprechenden Autokorrelationseigenschaften spielen in vielen kommunikationstechnischen Anwendungen (Synchronisierung, Distanzmessung mit gepulstem Radar usw.) eine wichtige Rolle.

Oft wird die entsprechende Eignung einer Sequenz mit einem Gütefaktor F gemessen [4],

$$F = N^2 \left[2 \sum_{k=1}^{N-1} R_k^2 \right]^{-1}, \quad (7)$$

der also möglichst gross sein sollte. Das führt auf ein Optimierungsproblem mit einer sehr komplizierten Zielfunktion

$$E(S) = \sum_{k=1}^{N-1} R_k^2 = \sum_{k=1}^{N-1} \sum_{i=1}^{N-k} \sum_{j=1}^{N-k} S_i S_{i+k} S_j S_{j+k}, \quad (8)$$

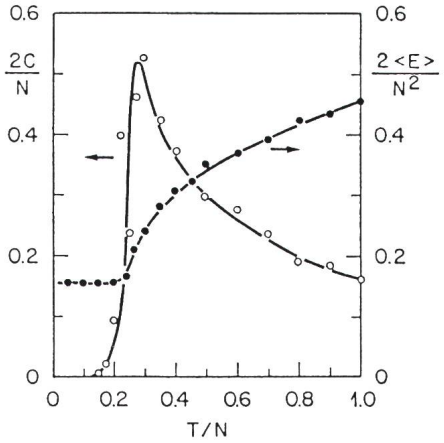
die zu minimieren ist. Man beachte, dass $E(S)$ nur die Seitenimpulse berücksichtigt. Da es 2^N verschiedene binäre Sequenzen der Länge N gibt, kommt ein Durchprobieren aller Sequenzen nur für relativ kleine N-Werte in Frage. Für viele Anwendungen werden aber lange Sequenzen benötigt ($N \gtrsim 100$), und dann wird das Problem, Sequenzen mit grossen F-Werten zu finden, äusserst schwierig.

Gewisse Abschätzungen deuten darauf hin, dass der maximal erreichbare Gütefaktor für sehr lange Sequenzen bei $F = 12{,}32$ liegen sollte [4]. Tatsächlich hat man mit konventionellen Optimierungsverfahren aber keine Sequenzen der Länge $N > 100$ gefunden, deren Gütefaktor wesentlich höher ist als etwa $F = 6{,}5$ [5]. Mit einer Simulated-Annealing-Strategie lassen sich deutlich bessere Resultate erzielen [6; 7], allerdings nur dann, wenn man das Abkühlverfahren dem «thermodynamischen» Verhalten des Problems anpasst. Figur 4 zeigt die T-Abhängigkeit der mittleren «Energie» $<E>$, wobei mit E die Zielfunktion in Gleichung (8) gemeint ist, und der entsprechenden «spezifischen Wärme» C,

$$C = \frac{d<E>}{dT} = T^{-2} \left[<E^2> - <E>^2 \right]. \quad (9)$$

Aus dem Verlauf dieser Grössen kann man entnehmen, dass der Einfrierprozess bei $T \approx 0{,}25\ N$ abgeschlossen ist. Ein Abkühlen unter diese «Temperatur» würde also nur eine Verschwendung von Rechenzeit bedeuten. Das Abkühlgesetz sollte zudem so gewählt werden, dass das Verfahren den grössten Teil seiner Zeit in der Nähe von $T \approx 0{,}3$ N verbringt, wo die Fluktuationen von E, die ja durch die spezifische Wärme gemessen werden, am grössten sind.

Die Daten in Figur 5 demonstrieren, dass eine solchermassen angepasste Annealing-Strategie wesentlich effizienter ist als ein konventionelles Suchverfahren, das nur auf lokalen Verbesserungen der Zielfunktion beruht. Im für technische Anwendungen



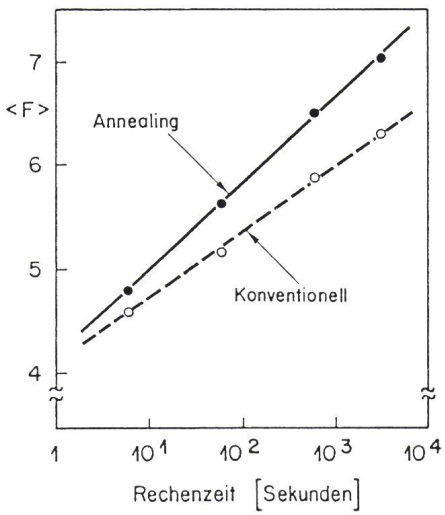
Figur 4 «Thermodynamisches» Verhalten binärer Sequenzen
Die Daten beziehen sich auf Sequenzen der Länge $N = 31$, sind jedoch so normiert, dass die Kurven für beliebige N gelten.

$<E>$	Mittelwert der Zielfunktion in Gl. (8)
C	spezifische Wärme Gl. (9)
T	Temperatur
●	$2<E>/N^2$
○	$2C/N$

wichtigen Bereich von $N \approx 100$ beträgt der Gewinn an Rechenzeit mehr als einen Faktor 10, wenn man nach Sequenzen mit $F > 6{,}5$ sucht. Mit einer optimierten Simulated-Annealing-Strategie lassen sich deshalb leicht Sequenzen der Länge $N \gtrsim 100$ finden, die einen Gütefaktor zwischen 7 und 8 haben. Der Rekord liegt zurzeit bei $F = 9{,}56$ für eine Sequenz der Länge $N = 103$ [7].

Schlussbemerkungen

Simulated Annealing ist ein perfektes Beispiel dafür, wie Ideen, die in einem bestimmten Gebiet entwickelt wurden, plötzlich in ganz anderen Bereichen grossen und unerwarteten Nutzen bringen können. Es hat sich gezeigt, dass man sehr wertvolle Informationen über die Eigenschaften eines Optimierungsproblems erhalten kann, indem man die «statistische Mechanik» des entsprechenden Systems studiert. Simulated-Annealing-Strategien haben sich in vielen Fällen als wesentlich effizienter erwiesen als konventionelle Optimierungsverfahren. Für einige praktische Optimierungsprobleme existieren zwar spezielle Algorithmen, die ebenso gute oder sogar bessere Resultate liefern als die neuen Techniken, aber solche Methoden sind immer problemspezifisch, und ihre Entwicklung erfordert grosses Spezialwissen und oft monate- oder gar jahrelange Arbeit. Simulated Annealing hingegen stellt eine sehr allgemein anwendbare Strategie dar und ist zudem sehr einfach zu implementieren.



Figur 5 Vergleich der Simulated Annealing-Strategie mit einem konventionellen Suchverfahren

Die Rechenzeiten beziehen sich auf eine VAX 8600

$\langle F \rangle$ Mittlerer Gütefaktor von pseudo-optimalen Sequenzen der Länge $N = 103$

Die Liste der erfolgreichen Anwendungen von Simulated-Annealing-Strategien ist heute schon sehr lang [2]. Neben verschiedenen Plazierungs-, Verdrahtungs- und Zuordnungsproblemen umfasst sie Probleme der Bildverarbeitung ebenso wie die Konstruktion von fehlerkorrigierenden Codes oder die Planung von Bürogebäuden. Sogar das Zuschneiden von Kleiderstoffen und die Müllabfuhr von Grenoble hat man mit Simulated-Annealing-Methoden optimiert.

Literatur

[1] *S. Kirkpatrick, C. D. Gelatt* and *M. P. Vecchi:* Optimization by simulated annealing. Science 220(1983)-p. 671...680.

[2] *P.J. M. Van Laarhoven* und *E. H. L. Aarts:* Simulated annealing: Theory and applications. - Mathematics and its applications 37 - Dordrecht, D. Reidel, 1987.

[3] *N. Metropolis* a. o.: Equation of state calculations by fast computing machines. Journal of Chemical Physics 21(1953)6, p. 1087...1092.

[4] *M. J. E. Golay:* The merit factor of long low autocorrelation binary sequences. IEEE Trans. IT 28(1982)3, p. 543...549.

[5] *G. F. M. Beenker, T.A.C.M. Claasen* and *P.W.C. Hermens:* Binary sequences with a maximally flat amplitude spectrum. Philips J. Res. 40(1985)5, p. 289...304 + Nr. 6, p. 399.

[6] *J. Bernasconi:* Low autocorrelation binary sequences: statistical mechanics and configuration space analysis. Journal de Physique 48(1987)4, p. 559...567.

[7] *J. Bernasconi:* Optimization problems and statistical mechanics. In: Chaos and complexity. Edited by R. Livi a. o. Singapore, World Scientific, 1988.