

Zeitschrift: Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins, des Verbandes Schweizerischer Elektrizitätsunternehmen = Bulletin de l'Association Suisse des Electriciens, de l'Association des Entreprises électriques suisses

Band: 81 (1990)

Heft: 21

Artikel: Vorwärtsfehlerkorrektur bei Block-Codierung : einfaches Mittel, höhere Systemzuverlässigkeit zu gewinnen

Autor: Hofstetter, Ernst

DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-903180>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 15.10.2024

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Vorwärtsfehlerkorrektur bei Block-Codierung

Einfaches Mittel, höhere Systemzuverlässigkeit zu gewinnen

Ernst Hofstetter

Fehler in Informationssystemen lassen sich nie ganz vermeiden. Damit die verlangte Zuverlässigkeit trotzdem eingehalten werden kann, müssen Fehler erkannt und wenn möglich korrigiert werden. Ein einfaches Verfahren zu diesem Zweck liegt in der 1-Bit-Vorwärtsfehlerkorrektur. In diesem Beitrag werden die mit dieser Methode erreichbare Zuverlässigkeit und Sicherheit aus den Codierregeln abgeleitet. Daraus können Hinweise zu einer Code-Auswahl gewonnen werden.

Il n'est pas possible d'éviter totalement des erreurs dans les systèmes d'information. Pour respecter malgré cela la fiabilité demandée, les erreurs doivent être détectées et si possible corrigées. Une méthode simple pour ce faire est celle de la correction directe d'erreurs à un seul bit. Dans cet article on déduit la fiabilité et sûreté obtenues avec cette méthode à partir des règles de codage. Cela permet d'acquérir des indications pour une sélection des codes.

Damit man in einem Informationsblock Fehler erkennen kann, werden einer Gruppe von Nachrichtenzeichen Prüf- oder Kontrollzeichen beigelegt. Diese Prüfzeichen sind durch eine Codiervorschrift derart gegeben, dass eine gewisse Anzahl von Fehlern gefunden und eine kleinere Zahl von Fehlern direkt korrigiert werden können. Wird ein Fehler erkannt, so bestehen folgende Reaktionsmöglichkeiten:

- Die fehlerhafte Nachricht wird nicht weiterverarbeitet.
- Der Empfänger der Nachricht verlangt vom Sender mindestens eine Wiederholung.
- Der Empfänger korrigiert den Fehler ohne Rückfrage beim Sender.

Die Wahl der Lösung hängt vom Zweck und vom Aufbau des Systems ab. Eine Unterdrückung der Weitergabe der Nachricht kann nur bei einfachen Anforderungen zulässig sein oder dann, wenn ohnehin Wiederholungen der Nachricht vorgesehen sind. Rückfragen verlangen besondere Mittel wie einen Rückwärtskanal zu einem Speicher bei der Nachrichtenquelle. Korrektursysteme ohne Rückfrage, als Vorwärtsfehlerkorrektur bezeichnet, sind offensichtlich einfacher als Anlagen mit Rückfrage.

In vielen Fällen ist zudem die Vorwärtsfehlerkorrektur die einzige Möglichkeit zur Verbesserung der Zuverlässigkeit durch Reduktion der Wortfehlerwahrscheinlichkeit. Nach der Theorie ist mit dieser Massnahme jedoch eine Verminderung der Sicherheit durch grössere Restfehlerwahrscheinlichkeit (Wahrscheinlichkeit, dass ein nicht erkennbarer Fehler auftritt) verbunden. Durch diese Untersuchung werden die Vor- und Nachteile der Vorwärtsfehlerkorrektur aus den Codierregeln abgeleitet.

Codierregeln

Für die Codierregeln sind zwei Darstellungsarten üblich: Zyklische Codes können durch die Angabe eines Generatorpolynoms vollständig beschrieben werden. Diese Generatorpolynom-Darstellung enthält eine direkte Anleitung zur Codierung und Decodierung eines seriellen Signals über rückgekoppelte Schieberegister. Für die parallele Verarbeitung der Information und für die Untersuchung der Codiereigenschaften ist aber die Darstellung der Codierregeln als Generator- und Kontrollmatrix besser geeignet. Zudem ist für viele Codes die Angabe eines Generatorpolynoms gar nicht möglich. Beide Darstellungsarten sind in der Literatur, beispielsweise in [1], ausführlich behandelt.

Bei einem n Bit langen Codewort mit einem Anteil von k Informationsbits hat die Generatormatrix G k Zeilen und n Kolonnen. Aus einem k -stelligen Informationsvektor c ($c_1 \dots c_k$) kann man das vollständige Codewort v ($v_1 \dots v_n$) als Modulo-2-Matrixoperation

$$v = c \cdot G \quad (1)$$

gewinnen. Für die Kontrolle des Codewortes wird mit der transponierten Kontrollmatrix H^T der $r = (n - k)$ -stellige Syndromvektor

$$s = v \cdot H^T \quad (2)$$

berechnet. Bei fehlerfreiem Wort (oder bei nicht erkennbarem Fehler) sind alle r Stellen des Syndroms $s_i = 0$. Beispiel für Generatormatrix G und Kontrollmatrix H des Codes (16,11,4) siehe Bild 1.

Generatormatrix und Kontrollmatrix sind in Bild 1 in der systemati-

Adresse des Autors:

Ernst Hofstetter, Dipl. Ing. ETH, Integra-Signum AG, 8304 Wallisellen

Begriffe und Definitionen

- Wort:** Folge von Zeichen, die in einem bestimmten Zusammenhang als eine Einheit betrachtet wird.
- Block:** Eine begrenzte, fallweise festgelegte Anzahl von Bits oder Zeichen, die z.B. zum Zweck der gesicherten Übertragung als Einheit betrachtet wird.
- Restfehlerwahrscheinlichkeit:** Wahrscheinlichkeit für das Auftreten von Fehlern, die mit einem Übertragungssicherungsverfahren nicht erkennbar und nicht korrigierbar sind.
- Bitfehlerwahrscheinlichkeit:** Wahrscheinlichkeit für das Auftreten von fehlerhaften Bits
- Wortfehlerwahrscheinlichkeit:** Wahrscheinlichkeit für das Auftreten von fehlerhaften Wörtern
- Code:** Bezeichnung als (n, k, d) mit
 n = Wortlänge in Anzahl Bits
 k = Anteil Informationsbits
 $r = n - k$ = Anteil Redundanzbits
 d = Hammingdistanz des Codes
- Hammingdistanz des Codes:** Minimale Anzahl der Stellen, an denen sich zwei Codewörter unterscheiden. Ein Code mit Hammingdistanz d kann $d - 1$ Fehler pro Codewort erkennen. Bei gerader Hammingdistanz d kann der Code $d/2 - 1$, bei d ungerade $(d - 1)/2$ Fehler korrigieren.
- Syndrom:** Resultat der Prüfung des codierten Wortes. Bei $s = 0$ ist das Wort fehlerfrei oder der Fehler nicht erkennbar.
- Syndromgewicht:** Anzahl der Eins-Stellen im Syndromvektor

Tabelle I

Die Restfehlerwahrscheinlichkeit des d -Bit-Fehlers lässt sich somit angeben als

$$P_R = 0,5^{r-1} \cdot \binom{n}{d} \cdot p^d \cdot (1-p)^{n-d} \quad (10)$$

bei gerader und als

$$P_R = 0,5^r \cdot \binom{n}{d} \cdot p^d \cdot (1-p)^{n-d} \quad (11)$$

bei ungerader Hammingdistanz.

Wortfehlerwahrscheinlichkeit mit und ohne Vorwärtsfehlerkorrektur

Die Wahrscheinlichkeit, dass ein n -Bit-Wort mit i Fehlern auftritt, ist

$$P_{ni} = \binom{n}{i} \cdot p^i \cdot (1-p)^{n-i} \quad (12)$$

Sicher erkennbar sind die Wortfehler bis $i = d - 1$. Die Wahrscheinlichkeit des erkennbaren Wortfehlers beträgt daher

$$P_{\text{erk}} = \sum_{i=1}^{d-1} \binom{n}{i} \cdot p^i \cdot (1-p)^{n-i} \quad (13)$$

Der grösste Anteil zu dieser Summe ergibt sich bei $i = 1$ mit angenähert $n \cdot p$. Der 1-Bit-Fehler kann gemäss Bild 3 einfach festgestellt und auch korrigiert werden. Nach der 1-Bit-Korrektur tritt der grösste Anteil zur Wortfehlerwahrscheinlichkeit beim 2-Bit-Fehler auf mit $\binom{n}{2} \cdot p^2$.

Die 1-Bit-Fehlerkorrektur verkleinert daher die Wortfehlerwahrscheinlichkeit auf den Bruchteil $p \cdot (n - 1)/2$ des Wertes ohne Korrektur.

Bei Hammingdistanz 4 entspricht die 1-Bit-Korrektur der Grenze der Korrekturfähigkeit. Grössere Hammingdistanzen erlauben nach der Theorie grössere Korrekturmöglich-

keiten mit noch kleineren Wortfehlerwahrscheinlichkeiten. Die Korrektur grösserer Fehlerzahlen wird aber bald aus Zeit- oder Aufwandsgründen untragbar. Als Alternative dazu wird daher hier die 1-Bit-Vorwärtsfehlerkorrektur auch bei d grösser als 4 untersucht. Bei Codes mit gerader Hammingdistanz führen gerade Fehlerzahlen auf gerade Syndromgewichte, was den Decodiervorgang vereinfachen kann. Die Qualitäten der 1-Bit-Korrektur werden daher an den geraden Hammingdistanzen 4, 6 und 8 nachgewiesen.

Restfehlerwahrscheinlichkeit Nach 1-Bit-Vorwärtsfehlerkorrektur

Unter den genannten Voraussetzungen läuft die 1-Bit-Vorwärtsfehlerkorrektur nach Bild 4 ab. Bei fehlerfreiem Wort ist der Weg 1-2-3 gleich lang wie beim System ohne Fehlerkorrektur. Die Auswertung «Syndromgewichte gerade» bringt in vielen Fällen eine Abkürzung durch Verzicht auf die Suche nach der Fehlerstelle.

Für die Fehlersuche nach 5 und 6 kann angegeben werden, dass bei r Redundanzbits durch das Syndrom 2^{r-1} 1-Bit-Fehlerstellen definierbar sind. Für ein Codewort der Länge n beträgt daher die Wahrscheinlichkeit, dass

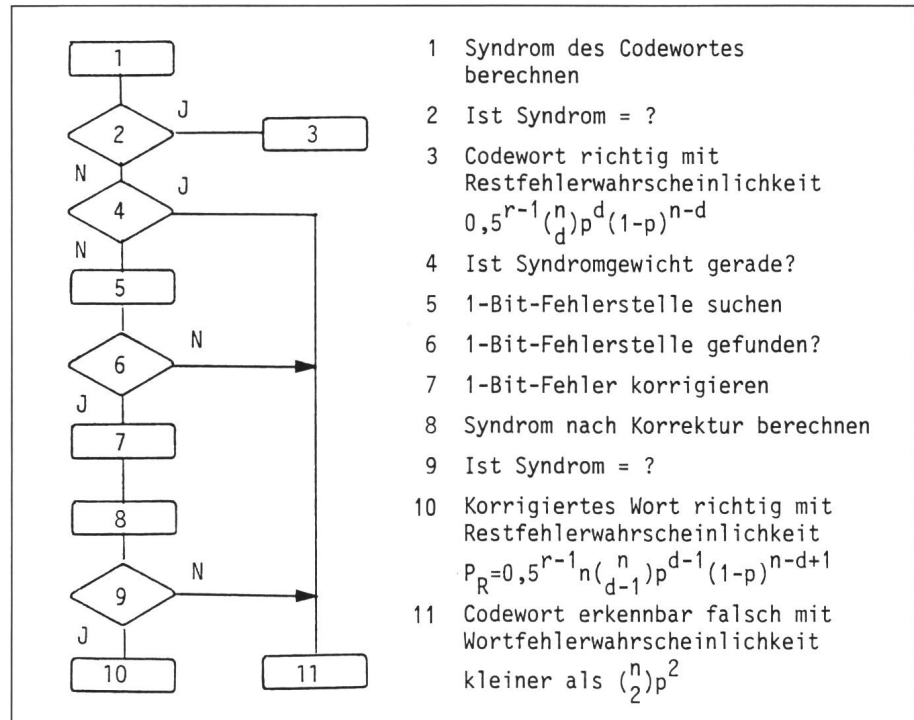


Bild 4 Ein-Bit-Vorwärtsfehlerkorrektur bei Codes mit gerader Hammingdistanz

Code				ohne Korrektur		mit Einbit-Korrektur	
n	k	d	k/n	Wortfehler	Restfehler	Wortfehler	Restfehler
16	11	4	0,69	0,16E-02	0,11E-13	0,12E-05	0,56E-09
32	26	4	0,81	0,32E-02	0,11E-12	0,50E-05	0,50E-08
64	57	4	0,89	0,64E-02	0,99E-12	0,20E-04	0,42E-07
128	120	4	0,94	0,13E-01	0,83E-11	0,81E-04	0,34E-06
15	6	6	0,40	0,15E-02	0,20E-22	0,11E-05	0,18E-17
31	20	6	0,65	0,31E-02	0,72E-21	0,47E-05	0,51E-16
63	50	6	0,79	0,63E-02	0,17E-19	0,20E-04	0,11E-14
127	112	6	0,88	0,13E-01	0,32E-18	0,80E-04	0,20E-13
16	5	8	0,31	0,16E-02	0,13E-30	0,12E-05	0,18E-25
32	16	8	0,50	0,32E-02	0,32E-29	0,50E-05	0,33E-24
64	42	8	0,66	0,64E-02	0,21E-28	0,20E-04	0,19E-23
128	99	8	0,77	0,13E-01	0,53E-28	0,81E-04	0,45E-23

Tabelle II
Wortfehlerwahrscheinlichkeit und Restfehlerwahrscheinlichkeit bei Bitfehlerwahrscheinlichkeit $p = 0,1 \cdot 10^{-3}$ ohne Korrektur und mit Ein-Bit-Vorwärtsfehlerkorrektur

Vorwärtsfehlerkorrektur verbessert die Wortfehlerwahrscheinlichkeit, verschlechtert aber die Restfehlerwahrscheinlichkeit. Durch die Wahl einer höheren Hammingdistanz kann der Nachteil bei bleibendem Vorteil behoben werden.

Herkunft der Codes der Tabelle:
Für $d = 4$: Reed-Muller nach [1]
Für $d = 6$: BCH-Code für $d = 5$ erweitert auf $d = 6$: nach [1], teilweise [3]
Für $d = 8$: Reed-Muller nach [1]

Folgerungen

Bei Eisenbahnsicherungs- und anderen Betriebsanlagen ist es üblich, in der Spezifikation Grenzen der Wortfehlerwahrscheinlichkeit als Zuverlässigkeitskriterium und der Restfehlerwahrscheinlichkeit als Sicherheitskriterium bei vorgegebener Bitfehlerwahrscheinlichkeit vorzuschreiben. Die 1-Bit-Vorwärtsfehlerkorrektur hat den Vorteil, dass diese Spezifikationswerte einfach berechnet werden können.

Für die Vorwärtsfehlerkorrektur sprechen aber auch andere Gründe:
- Infolge der Verkleinerung der Wortfehlerwahrscheinlichkeit als Funktion der Bitfehlerwahrscheinlichkeit können Übertragungsmittel besser ausgenutzt werden [4].
- Kleinere Wortfehlerwahrscheinlichkeiten lassen unter Umständen auf einen Rückfragekanal verzichten, was das System vereinfacht.
- Bei Systemen ohne Rückwärtskanal (z.B. Satellitenempfang, Informationsübertragung Gleis-Fahrzeug bei Eisenbahnsicherungsanlagen) ist die Vorwärtsfehlerkorrektur ein einfaches Mittel zur Qualitätsverbesserung.

eine 1-Bit-Fehlerstelle gefunden werden kann,

$$n/2^{r-1} = 0,5^{r-1} \cdot n \tag{14}$$

Ist bei Fehlerzahl $d - 1$ eine 1-Bit-Fehlerstelle ermittelt worden, so entsteht aus deren Korrektur ein nichterkennbarer d -Bit-Fehler. Die Wahrscheinlichkeit für diesen Fall, nämlich die Restfehlerwahrscheinlichkeit nach 1-Bit-Vorwärtsfehlerkorrektur, beträgt somit

$$0,5^{r-1} \cdot n \cdot \binom{n}{d-1} \cdot p^{d-1} \cdot (1-p)^{n-d+1} \tag{15}$$

Zahlenwerte

Bei Annahme einer Bitfehlerwahrscheinlichkeit von $p = 10^{-4}$ ergeben sich für Codes der Länge 15 bis 128 und Hammingdistanzen von 4, 6 und 8 Wort- und Restfehlerwahrscheinlichkeiten nach Tabelle II oder nach Bild 5.

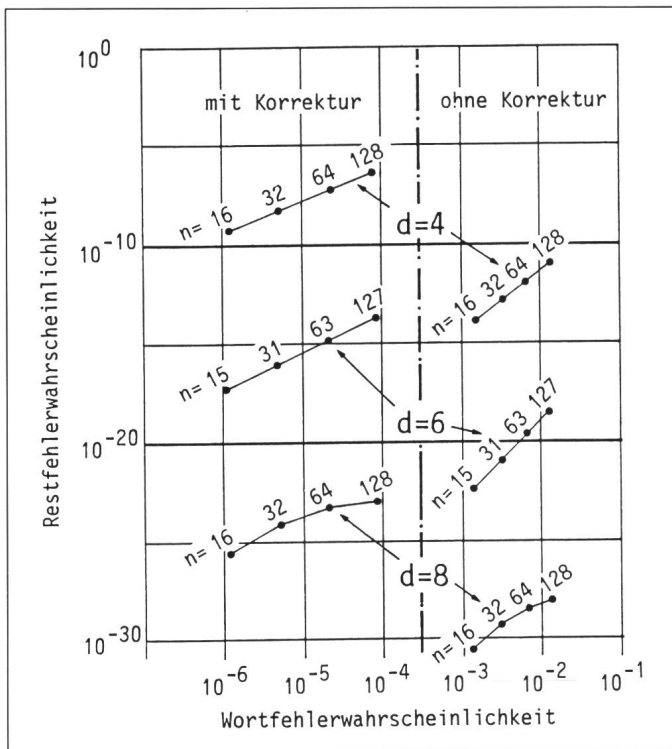
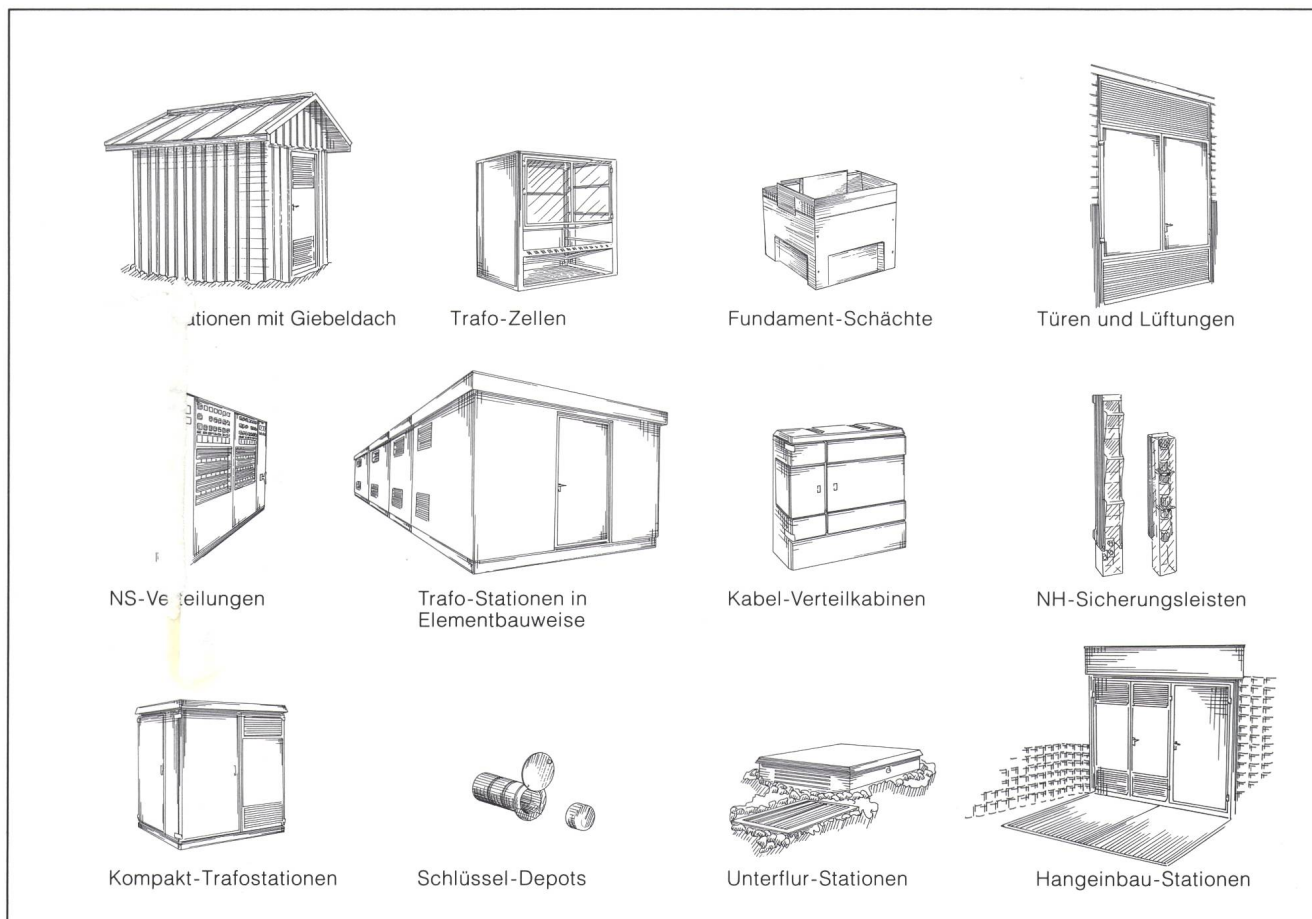


Bild 5
Restfehlerwahrscheinlichkeit als Funktion der Wortfehlerwahrscheinlichkeit mit und ohne Ein-Bit-Vorwärtsfehlerkorrektur bei $p = 0,1 \cdot 10^{-3}$ Bitfehlerwahrscheinlichkeit

Literatur

[1] F.J. Furrer: Fehlerkorrigierende Block-Codierung für die Datenübertragung. - Lehr- und Handbücher der Ingenieurwissenschaften, Band 36 - Basel u. a., Birkhäuser-Verlag, 1981.
[2] Daten- und Textkommunikation. Begriffe. NTG-Empfehlung 1203/1983. NTZ 36(1983)10, S. 697...708, und Nr. 11, S. 767...777.
[3] G. List: Codierungsfragen bei der Übertragungssicherheit. E und I 105(1988)10, S. 450...453.
[4] R. Brönnimann: Satelliten im Dienste der Nachrichtenübertragung. BULL. SEV/VSE 81(1990)1, S. 13...18.

Hinter einer zuverlässigen Energieverteilung steckt noch weit mehr als hinter dieser Antwortkarte.



Elektrische Energie ist eine der grössten Selbstverständlichkeiten unserer Industriegesellschaft: Auf Knopfdruck hat sich die Welt zu drehen.

Diese hohen Anforderungen immer und überall zu erfüllen, ist Aufgabe eines leistungsfähigen, intelligent konzipierten Energieverteilnetzes und der dafür Verantwortlichen. Und das wiederum ruft nach geeigneten **Trafostationen, Schaltanlagen und Verteilkkabinen** auf allen Spannungsebenen.

Wer die Tücken dieses heiklen Objektes kennt, und wer bereits so seine Erfahrungen mit den unerbittlichen Reaktionen verärgelter Konsumenten gemacht hat, weiss einen starken Partner bei Planung, Realisierung und Instandhaltung seines Verteilnetzes zu schätzen.

ABB Proelektra hat alles, was es dazu braucht: Zeit und Kompetenz für ein Gespräch von Fachmann zu Fachmann, Ingenieure und Techniker, die Ihre Verteilung neu dimensionieren, eine breite Produktpalette von der Trafostation bis zur Kabel-Verteilkabine, Monteure, die Ihnen beim Realisieren helfen, die langjährige Erfahrung und vieles mehr. Und fast unbeschränkte Kapazität mit einer ABB im Rücken.

ABB Proelektra AG

St. Gallerstrasse 71, CH-9500 Wil
Telefon 073/23 60 30, Telefax 073/23 17 09

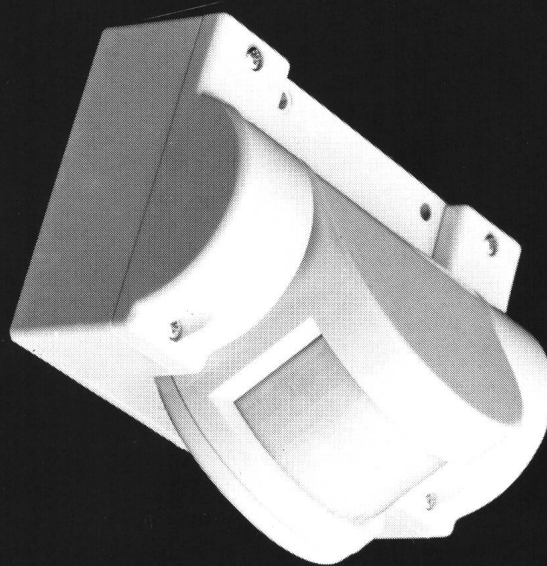
ABB
ASEA BROWN BOVERI

Damit Sie nicht im Dunkeln tappen . . .

Sicherheitsschalter MZ-2000

Passiv-
infrarot-
Bewegungsmelder
mit 180 Grad
Erfassungsbereich.

- Schaltet Licht
- steuert Treppenhaus-
automaten oder
Relais
- überwacht Türen
- löst Alarm aus
- Übermittlung von
Schaltsignalen
mit Funk



- Überwachungsbereich
180 Grad auf
mehreren Ebenen
- Reichweite 15 m
- Integrierter
Dämmerungssensor
- Integrierter Timer
- Schutzart IP 54
- SEV-geprüft

Weitere Modelle:
Kurzimpuls Version
9-Volt Gong Version
Funk Version



M. Züblin AG

Bächlerstrasse 31 CH-8046 Zürich
Tel. 01 372 00 05 Fax 01 371 61 96



Elektromagnetische Verträglichkeit (EMV) ein entscheidendes Qualitätskriterium für elektronische Apparate und Anlagen

Unser Entstörungslabor

- prüft die Störempfindlichkeit und das Störvermögen,
- bestimmt Störschutz- und Schirmmassnahmen,
- kontrolliert Apparate und Anlagen auf Einhaltung der gesetzlichen Störschutzbestimmungen,
- führt Prototyp- und serienmässige Entstörungen aus,
- steht Fabrikations- und Importfirmen für fachmännische Beratung in EMV-Problemen zur Verfügung.

PRO RADIO-TELEVISION, Entstörungslabor, 3084 Wabern, Telefon 031 / 54 22 44