SCHWEIZERISCHE
LEHRERZEITUNG
ORGAN DES SCHWEIZERISCHEN LEHRERVEREINS

Konrad Witz: Christophorus, das Christkind durch das Wasser tragend

(Original in der Öffentlichen Kunstsammlung Basel.) Das Bild des grossen mittelalterlichen Künstlers wird am 11. und 17. Dezember von Dr. Georg Schmidt, Basel, in einer weihnachtlichen Bildbetrachtung des Schulfunks besprochen werden. Dabei sollte jeder Schüler eine Reproduktion vor sich haben. Die Bilder (Vierfarbendruck im Format 29 : 22 1/2 cm zum Preise von 20 Rp. pro Bild bei Bestellung von mindestens 10 Stück) können durch Einzahlung auf Postcheck V 12635 bei der Lokalen Schulfunkkommission Basel bestellt werden.

SLZ | 96. Jahrgang | **Nr. 46** | S. 961 … 984 | Zürich, 16. 11. 1951

Versammlungen

ELEMENTARLEHRER - KONFERENZ DES KANTONS ZÜRICH. Ordentliche Jahresversammlung Samstag, 17. Nov., 14.30 Uhr, in der Aula der neuen Töchter-Handelsschule Minervastr. 14, Strassenbahnhaltestelle Steinwiesplatz. Geschäfte: Jahresbericht, Jahresrechnungen, Jahresbeitrag, Orientierung betreff. Lesebücher- und Lesefibeln-Angelegenheit. Vortrag von Dr. Paul Moor über «Gemütsbildung im Unterricht». Das Thema ist für alle Schulstufen aktuell. Alle Kolleginnen und Kollegen sind freundlich eingeladen.

SCHULKAPITEL ZÜRICH

— **4. Abteilung.** Samstag, 17. Nov., 08.30 Uhr, im Kirchgemeindehaus Unterstrass. Traktanden: Begutachtung der Rechenbücher für die Oberstufe; Totenehrung; Vortrag mit Lichtbildern von Prof. Dr. Gotthard Jedlicka: «Das Problem der Kunst in der Gegenwart.»

LEHRERVEREIN ZÜRICH

— **Lehrergesangverein.** Jeden Freitag, 19.30 Uhr, Hohe Promenade, Probe. — Freitag, 23. Nov., Probe ausnahmsweise in der Aula des Schulhauses Hirschengraben.

— **Lehrerturnverein.** Montag, 19. Nov., 17.45 Uhr, Turnhalle Sihlhölzli. Mädchenturnen III. Stufe, Lektion. Spiel. Leitung: Hans Studer. — **Generalversammlung** Montag, 19. Nov., punkt 19.30 Uhr, im Rest. «Du Pont». (Siehe Beilage zum «Kurier».)

— **Lehrerinnenturnverein.** Dienstag, 20. Nov., 17.30 Uhr, Turnhalle Sihlhölzli. Geräteturnen und Spiel. Leitung: Frau Dr. Mühlemann.

— **Pädagogische Vereinigung. Jahresversammlung** Donnerstag, 22. Nov., 19.30 Uhr, Pestalozzianum (Neubau). Geschäfte: Jahresbericht und Jahresrechnung. Neues Arbeitsprogramm. Vorstandswahlen. Allfälliges. Anschliessend (ca. 20 Uhr) wird uns Frau Dr. Oswald über Leben und Werk Albert Schweitzers berichten.

— — **Arbeitsgemeinschaft der Elementarlehrer.** Nächste Sitzung Donnerstag, 22. Nov., 17.15 Uhr, im Beckenhof, Sitzungszimmer. Thema: Sprachunterricht im 2. Schuljahr.

— — **Arbeitsgruppe Existenzphilosophie.** Freitag, 23. Nov., 20.15 Uhr, im Pestalozzianum. J. P. Sartre, Der Teufel und der liebe Gott.

— — Anleitung für Weihnachtsarbeiten (siehe letzter «Kurier»!). Mittwoch, 21. Nov., 14—18 Uhr. Lokal: Brunnenturm, Zimmer 3, Ecke Spiegelgasse/Obere Zäune.

— **Lehrerturnverein Limmattal.** Montag, 19. Nov., 17.30 Uhr, Kappeli. Geräteturnen II./III. Stufe, Spiel. Leitung: A. Christ.

— **Lehrerturnverein Oerlikon.** Freitag, 23. Nov., 17.30 Uhr, Turnhalle Liguster. 5 Min. Skiturnen, Lektion Mädchen, III. Stufe. Spiel. Leitung: Max Berta.

ANDELFINGEN. Lehrerturnverein. Dienstag, 20. Nov., 18.30 Uhr. Lektion Unterstufe.

BÜLACH. Lehrerturnverein. Freitag, 23. Nov., 17.10 Uhr, in der Turnhalle in Bülach. Mädchenturnen der III. Stufe, Korbball.

HINWIL. Lehrerturnverein. Freitag, 23. Nov., 18.15 Uhr, in Rüti. Allerlei Uebungen mit dem Medizinball.

HORGEN. Lehrerturnverein. Freitag, 23. Nov., 17.30 Uhr, in Horgen. Skiturnen, Knaben II./III. Stufe; anschliessend Generalversammlung im Restaurant «Frohsinn», Horgen.

MEILEN. Lehrerturnverein. Die Generalversammlung muss auf Freitag, den 23. November, verschoben werden.

USTER. Lehrerturnverein. Montag, 19. Nov., 17.30 Uhr, Turnhalle Zürichstrasse. Skiturnen, Spiel. — 19.00 Uhr Generalversammlung im «Schweizerhof».

WINTERTHUR. Lehrerturnverein. Montag, 19. Nov., 18 Uhr. Männerturnen und Spiel.

— **Schulkapitel (Nord- u. Südkreis).** Samstag, 24. Nov., 08.00 Uhr, Kirchgemeindehaus Liebestrasse. Die Methode Trachtenberg im Rechnen der Volksschule.

BASELLAND. Lehrergesangverein. Samstag, 24. Nov., 14 Uhr, im Restaurant «Ziegelhof», Liestal. Probe zum Liederkonzert laut abgegebenem Programm. Während der Pause Vorverkauf innerhalb des Vereins.

— **Lehrerturnverein.** Jahresversammlung Samstag, 1. Dez., 14.15 Uhr, im Restaurant zur «Schützenstube» in Liestal. Traktanden: 1. Begrüssung und Appell; 2. Protokoll der letzten Jahresversammlung; 3. Berichterstattung: Jahresbericht, Kassabericht; 4. Arbeitsprogramm; 5. Budget und Jahresbeitrag; 6. Wahlen; 7. Verschiedenes. Anschliessend an die Verhandlungen folgt ein zweiter, gemütlicher Teil. Werte Kolleginnen und Kollegen, reserviert diesen Nachmittag dem LTV.

— **Lehrerturnverein, Gruppe Lehrer und Lehrerinnen Oberbaselbiet.** Mittwoch, 21. Nov., 14 Uhr, Rotackerturnhalle Liestal. Lektion II. Stufe, Spiel. (Letzte Uebung.)

SCHWEIZERISCHE LEHRERZEITUNG

Beilagen — 6 mal jährlich: Das Jugendbuch, Pestalozzianum, Zeichnen und Gestalten — 4 mal jährlich: Der Unterrichtsfilm 2 mal monatlich: Der Pädagogische Beobachter im Kanton Zürich

96. Jahrgang Nr. 46 16. November 1951 Erscheint jeden Freitag Redaktion: Beckenhofstr. 31 Postfach Zürich 35 Telephon (051) 28 08 95
Administration: Stauffacherquai 36 Postfach Hauptpost Telephon (051) 23 77 44 Postcheck VIII 889

Sondernummer Mathematik

Über den propädeutischen Mathematik-Unterricht in der Primarschule

In der Reihe der Veröffentlichungen des Bureau International d'Education (BIE) — Sitz in Genf — ist im Jahre 1950 eine «Publikation Nr. 120» erschienen; sie trägt den Titel «*L'initiation mathématique à l'école primaire*», deutsch vielleicht am treffendsten wiederzugeben mit «Der propädeutische Mathematik-Unterricht in der Primarschule». Diese Bezeichnung subsumiert die Fächer, die hierzulande «Rechnen» und «Geometrie» heissen. Die Publikation Nr. 120 umfasst eine Liste von Fragen, die an die Erziehungsministerien gerichtet worden waren, ferner eine Übersicht über das Ergebnis der Umfrage und die aus 46 Ländern eingegangenen Antworten. (Die Schweiz ist vertreten durch die Kantone Zürich, Basel-Stadt, Waadt, Neuenburg und Genf.) Die Fragen bezogen sich im wesentlichen auf fünf Punkte des propädeutischen Mathematik-Unterrichtes (p. M. U.) der Primarschule: 1. Beginn, Umfang und Name des p. M. U., 2. Stoffprogramm, 3. Ziel des p. M. U., 4. Unterrichtsmethoden, 5. Varia. Beim letzten Punkt war unter anderem zu beantworten, ob der p. M. U. unlängst gewisse Modifikationen erfahren habe, oder ob solche für die nahe Zukunft vorgesehen seien.

Dem Thema «L'initiation mathématique à l'école primaire» widmete sich auch die gemeinsam vom BIE und von der Unesco (United Nations Educational Scientific and Cultural Organization, Paris) einberufene *XIII. internationale Konferenz für das öffentliche Erziehungswesen*, die im Sommer 1950 in Genf tagte; die Publikation Nr. 120 diente den Teilnehmern — es waren Delegationen aus etwa 40 Staaten — bei ihren Diskussionen als Unterlage, und als Ergebnis der Beratungen erschien eine «Empfehlung Nr. 31 an die Erziehungsministerien»[1]). Ausgehend von gewissen Erwägungen, unterbreitet die Konferenz darin 13 Ratschläge, die den p. M. U. «bis zum 11. oder 12. Altersjahr» betreffen. Diese Ratschläge, die wohl von ganz besonders kompetenten Persönlichkeiten ausgearbeitet wurden, zeigen eine weitgehende Übereinstimmung mit den Forderungen, die führende Mathematiker, die sich um die mathematische Methodik bemühen, auch an den eigentlichen Mathematik-Unterricht — mindestens für die Unterstufe — stellen.

Die «Empfehlung Nr. 31» — in französischer und englischer Sprache abgefasst — hat die Form eines einzigen, allerdings zwei Schreibmaschinenseiten beanspruchenden Satzes. Sie wurde für den vorliegenden Aufsatz ins Deutsche übertragen und in einzelne, durch ***halbfette Kursivschrift*** gekennzeichnete Sätze aufgespalten. Ich erlaubte mir, sie unter möglichst weitgehender Berufung auf unsere kantonalen Primarschul-Lehrpläne und auf solche fremder Staaten so zu kommentieren, wie es meine Erfahrungen im Mathematik-Unterricht mit Gewerbeschülern als angezeigt erscheinen lassen. Es ist erfreulich, wie viele Gedanken der Empfehlung Nr. 31 schon allein unsere kantonalen Primarschul-Lehrpläne enthalten[2]).

Die genannte Konferenz liess sich bei der Ausarbeitung ihrer Ratschläge von folgenden Gedanken (I und II) leiten:

I. Einerseits ist der propädeutische Mathematik-Unterricht einer der wesentlichen und allumfassenden Aspekte einer Schulung zu objektivem und genauem Urteilen; andererseits fördert dieser Unterricht das Arbeiten aus eigenem Antrieb und das Bedürfnis, erhaltene Ergebnisse nachzuprüfen, so aussergewöhnlich, dass er die geistige und sittliche Haltung in einer Weise beeinflusst, die für die Beschäftigung mit anderen Wissenszweigen Gewinn bringt.

Weder in den obigen Erwägungen, noch in den später folgenden 13 Ratschlägen sagt die Konferenz ein Wort vom Wissensstoff selber. Man darf daraus wohl schliessen, dass sie dem allgemeinen Bildungswert des p. M. U. (Schulung des Geistes, Festigung des Charakters, Erziehung zur Ehrfurcht und zur Freude am Wahren) höhere Bedeutung beimisst als einem Anhäufen von Wissensstoff oder einem Beibringen von blossen Fertigkeiten. Diese Gedanken finden in weiten Kreisen Beifall. Einige Beispiele:

Bern: «Die eigentliche Aufgabe des Rechenunterrichtes besteht ... in der Gewöhnung an denkendes Rechnen ... Formeln, Regeln, Rechenvorteile und rechnerische Geläufigkeit werden dem Schüler also nicht beigebracht, sondern von ihm erarbeitet.»

Uri: «Der Rechenunterricht ist am besten geeignet, den Schüler in das folgerichtige, logische Denken einzuführen. Aus diesem Grunde darf er nicht in ein rein schematisches, maschinenmässiges Rechnen ausarten.» Der gleiche Lehrplan stellt allgemein die Forderung auf, dass «grösste Aufmerksamkeit auf die Entwicklung ... der Phantasie gerichtet werden» müsse, und verlangt eine «eifrige Pflege» der «heuristischen Lehrweise».

Zug: «Jedes Rechnen ist Denkrechnen und schliesst alles rein mechanische Arbeiten aus.»

Tessin: «E' abbandonato il criterio secondo cui l'insegnamento dell' aritmetica non aveva che il fine pratico dell' antico 'saper far di conto'[3]).»

Waadt: «Dans tous les degrés, le calcul doit être un travail de l'intelligence et non point l'application mécanique de règles ou principes énoncés.»

Irischer Freistaat: «Um dieses Fach erfolgreich zu unterrichten, ist es nötig, das verfolgte Ziel klar vor Augen zu haben. Jedermann hat für die gewöhnlichen Angelegenheiten des Lebens gewisse Kenntnisse im Rechnen nötig, aber nach kurzer Überlegung stellt man fest, dass deren Umfang minim ist, und dass das Vermitteln dieser Kenntnisse nicht das Hauptziel des Rechenunterrichtes in der Schule sein kann. Man geht über diese unentbehrlichen Kenntnisse hinaus wegen des bildenden Wertes dieses Faches, das die Schüler zu folgerichtigem, streng-logischem Denken anleitet.»

Nach übereinstimmenden Beobachtungen solcher Lehrer, die im mathematischen Unterricht bestrebt sind, den Schüler möglichst wenig in die Rolle des blossen Mitdenkens zu drängen, ihm nicht lauter Schablonenaufgaben zuzumuten und ihm möglichst oft zu eigenen Einfällen zu verhelfen, vermag man ihn dadurch wirklich zum Arbeiten aus eigenem Antrieb anzureizen, in ihm «*Erkenntnisgefühle und die Freude an geistiger Arbeit*» (Solothurn) zu wecken; wenn es ausserdem noch gelingt, ihn durch die häufige Kontrollierbarkeit von Rechenergebnissen «*allmählich von der Kontrolle durch den Lehrer zur erzieherisch höherstehenden Selbstkontrolle*» (Aargau) zu führen, so ist der p. M. U. imstande, eine «*ethische Aufgabe zu erfüllen*» (Solothurn). «*L'enseignement du calcul a donc une réelle influence morale*» (Waadt).

Im p. M. U. dürfte es aber da und dort nicht leicht fallen, eine wichtige Voraussetzung für solche Einflüsse zu schaffen: das gründliche Verständnis für alle verwendeten Begriffe und Verfahren. Die Konferenz sagte dazu folgendes:

II. Der mathematische Unterricht, der zu den schwierigsten gehört, kann sich heutzutage eine grosse Zahl von Errungenschaften der psychologischen und pädagogischen Forschung zunutze machen.

In den Primarschul-Lehrplänen ist oft die Rede von der Wichtigkeit des p. M. U., weit weniger oft von den ihm innewohnenden Schwierigkeiten — vielleicht, weil diese nicht immer so klar erkannt werden, wie von jenen bedeutenden Mathematikern, die immer wieder darauf hinweisen, dass der mathematische Unterricht an den Lehrer keine geringen Anforderungen stellt. Einer dieser Mathematiker ist der in der ganzen Welt angesehene *G. Pólya* (Professor an der Stanford University), ein Forscher, der bestrebt ist, den Mathematiklehrern, ob sie nun p. M. U. oder eigentlichen Mathematik-Unterricht erteilen, dadurch an die Hand zu gehen, dass er ihnen die neuesten, für ihren Unterricht verwertbaren Errungenschaften der höheren Mathematik, der Psychologie und der mathematischen Methodik in verständlicher, wenn auch nicht mühelos zu verarbeitender Form, zugänglich macht, z. B. in seiner an dieser Stelle schon gewürdigten «Schule des Denkens», welche die «moderne Heuristik» in den Mathematik-Unterricht aller Stufen tragen möchte.

Auch der genannten Publikation Nr. 120 lässt sich manche Anregung entnehmen, die dazu verhelfen kann, die Schwierigkeiten des p. M. U. besser zu meistern. Ein Beispiel: Im Lehrplan von Salvador heisst es, der p. M. U. habe sich als der schwierigste Unterricht erwiesen und es seien deshalb zur Erreichung besserer Resultate methodische Anweisungen herausgegeben worden. Eine dieser sicher nicht unbekannten — man möchte sagen: in der Natur der Sache verankerten — Anweisungen heisst: «*Lehrer sollten sich durch falsche Antworten ihrer Schüler nicht entmutigen lassen, denn das Aufspüren der Fehlerquelle ist eine vorzügliche mathematische Schulung.*» Wer falsche Antworten sorgfältig analysiert, lockt dadurch häufig die richtige Antwort hervor. Pólya vertritt sogar die Ansicht: «*Keine Idee ist wirklich schlecht, wenn wir nicht unkritisch sind. Wirklich schlecht ist nur, überhaupt keine Idee zu haben.*»

Und nun zu den 13 Ratschlägen der Konferenz:

1. Der propädeutische Mathematik-Unterricht soll Stufe um Stufe den einzelnen Stadien der dem Kinde eigenen geistigen Entwicklung angepasst sein und soll von dessen jeweiligen Kräften vollen Gebrauch machen [4]).

Nur wenn das Kind sich weder an zu leichten Aufgaben langweilt, noch sich entmutigt von zu schweren Aufgaben abwendet, hat es Gelegenheit, von seinen «jeweiligen Kräften vollen Gebrauch zu machen». Der Primarschul-Lehrplan von Natal (Südafrikanische Union) bezeichnet das «Abstufen der Übungen» als «das grosse Geheimnis des Erfolges im Rechen-Unterricht» und gibt den Vergleich mit einer Eisenbahn, der man durch eine angemessene Steigung die Überwindung einer Höhendifferenz ermöglicht und dabei eine Verkürzung der Reisezeit — trotz Verlängerung des Reiseweges — erzielt.

Die beiden nächsten Ratschläge deuten an, wie der p. M. U. dem Kinde Gelegenheit geben kann, seine Erfindungskräfte und schöpferischen Anlagen zu entfalten.

2. Schon die Kleinkinderschule soll dem Kinde Gelegenheit bieten, durch eigenes Erarbeiten die wesentlichen für Zahl und Raum geltenden Beziehungen (z. B. dass ein Teil im Ganzen enthalten ist, Anordnungsbeziehungen, Aehnlichkeitsbeziehungen usw.) zu entdecken.

Wenn man in der deutschsprachigen Schweiz diese Forderung vielleicht da und dort als zu weitgehend betrachtet, so mag das an der etwas verschiebbaren Auffassung über den Begriff Kleinkinderschule liegen. Der Lehrplan der «écoles enfantine et primaire» des Kantons Neuenburg verlangt nämlich z. B. schon von dem am Schluss der «école enfantine» stehenden Kinde, dass es die Zeichen +, —, = «korrekt» anwenden könne. Über den Sinn des in diesem Zusammenhang verwendeten Wortes «korrekt» scheinen die Ansichten allerdings auseinander zu gehen; doch davon sei an anderer Stelle (beim Ratschlag 8) die Rede.

3. Die Einführung in die Rechenverfahren, die das Kind während der ersten Primarschuljahre kennen zu lernen hat, soll sich immer auf ein Erarbeiten stützen, das dem Kinde durch Umgang mit konkreten Dingen und durch Fragen, die sich ihm durch seine spontanen Interessen aufdrängen, gewissermassen das Nachentdecken (Aufspüren) dieser Verfahren ermöglicht.

Ähnliche Gedanken findet man in einigen Primarschul-Lehrplänen:

Tessin: «Il maestro . . . guidi il ragazzo stesso alla scoperta delle regole.» (Der Lehrer führe das Kind so, dass es die Regeln selbst entdeckt. Red.)

Genf: «. . . l'enfant lui-même . . . . l'artisan de son savoir.»

Irischer Freistaat: «So weit als möglich sollten die Schüler dazu geführt werden, Leitgedanken und Methoden selber zu entdecken.»

Ungarn: «Die Schüler werden dazu angehalten, sich selber Aufgaben zu stellen und diese dann zu analysieren und zu lösen.»

Der Ratschlag 3 erinnert sowohl an eine an Gedanken von Herbert Spencer anknüpfende Definition, zu der sich Pólya bekennt: «*Was ist unterrichten? Zum eigenen Erfinden des Lernenden systematisch Gelegenheit geben*», als auch an die folgenden Worte, die eine durch lange Erfahrung im Unterricht gewonnene Überzeugung zum Ausdruck bringen, nämlich, «*dass der Lernende einen Stoff, der ihm in einer ,motiviert' systematischen, seiner Gedankenwelt angepassten Form dargeboten wird, unmissverständlich und mühelos verarbeiten kann*» und dass er es ausserordentlich schätzt, «*wenn die neuen Begriffe nicht plötzlich, sondern als notwendig erwartete, als zwangsläufig erscheinende Dinge in seine Gedankenwelt eintreten.*» (V. Krakowski, Elementare Algebra III, Vorwort).

4. Eng verbunden mit der wachsenden Vertrautheit des Kindes mit Zahlen, biete man ihm durch eine Reihe abgestufter Tätigkeiten Gelegenheit, die einfachen Raumgebilde, ihre gegenseitigen Beziehungen und ihre Ausmessung kennen zu lernen, und zwar so, dass es die zwischen den rechnerischen und den geometrischen Operationen bestehende Korrespondenz klar erfassen kann.

Wenn man beispielsweise in der Geometrie den im Rechnen erarbeiteten Begriff des «Zuzählens» einer Zahl übertragen hat auf das Operieren mit Strecken und mit Winkeln — bei Winkeln muss man sich mit dem Fall auseinandersetzen, dass die «Summe» grösser sein kann als 360° —, wird der Schüler fast ohne Zutun des Lehrers auch den Bezeichnungen «Wegzählen», «Vervielfachen» (mit einer natürlichen Zahl n) und «Teilen» (in n gleiche Teile) für das Operieren mit Strecken und Winkeln einen Sinn beilegen können. Er würde aber in Verlegenheit geraten, wenn er erklären sollte, welchen Sinn die Bezeichnung «Produkt (Ergebnis des Vervielfachens) zweier Winkel» haben könnte. Auch die Bezeichnung «Produkt zweier Strecken» ist solange ein Nonsens, als der Begriff «Produkt» nur für Zahlen definiert worden ist. Deshalb darf man dem Schüler beispielsweise ein Rezept wie etwa:

$$\text{Rechteckfläche} = \text{Länge} \times \text{Breite}$$

— das also vom Produkt zweier Strecken spricht — nicht zumuten, bevor ihm der Sachverhalt, den man mit diesem Rezept erfassen möchte, genau erläutert wurde. Leider zeigt sich allzu häufig, dass die Schüler nicht verstanden haben, dass dieses Rezept eine sehr knappe Fassung der folgenden Aussage ist: Die Masszahl der Fläche eines Rechtecks kann man erhalten, indem man das Produkt der Masszahlen der Länge und der Breite bildet. Und auch diese Aussage ist ja noch nicht erschöpfend genau, denn sie lässt die Frage offen, ob sich die Masszahlen für Länge und Breite auf dieselbe Längeneinheit beziehen müssen oder nicht. Auch darüber muss der Schüler völlig im klaren sein. Man bringe ihm deshalb zum Bewusstsein, dass es zwar oft zweckmässig ist, diese Masszahlen auf dieselbe Längeneinheit zu beziehen, dass es aber nicht sinnlos ist, z. B. bei einem rechteckigen Streifen von 5 m Länge und 3 cm Breite das Produkt von 5 und 3 zu bilden. Die Zahl 15, die ebenso das Produkt von 5 und 3 wie von 50 und 0,3 ist, lässt sich ja auffassen als Flächenmasszahl, die sich auf Quadratdezimeter bezieht, oder aber auch als Zahl, die angibt, wie oft eine allerdings ungewohnte Flächeneinheit — ein Rechteck von 1 m Länge und 1 cm Breite — im auszumessenden Rechteck Platz hat.

5. Besondere Sorgfalt soll bei dieser Erarbeitung mathematischer Verfahren auf die Sicherung eines gründlichen Erfassens der qualitativen und logischen Zusammenhänge verwendet werden, weil davon das nachfolgende Verständnis des Kindes für die logische Struktur seiner Aufgaben und die darin enthaltenen numerischen Data abhängt.

Die Verfasser eines Lehrplanes, die zwar den «Verbalismus ächten», aber gleichzeitig beispielsweise die Herleitung von Rechenregeln über Brüche so verurteilen: «Le programm d'études ... condamne explicitement ... les démonstrations sur les opérations appliquées aux fractions» (Belgien), haben für den obigen Ratschlag vielleicht wenig übrig. Wer aber bestrebt ist, seinen Schülern ein möglichst umfassendes Verständnis und nicht ein gefährliches Halbwissen zu vermitteln, ihnen das Anwenden von Regeln aus eigener Überzeugung und nicht aus blindem Glauben an die Autorität des Lehrers ermöglichen möchte, muss ihnen Gelegenheit bieten, diese Regeln selber zu finden oder wenigstens ihre Herleitung zu überprüfen, denn eine mathematische Regel «versteht» man, «1. wenn man sie anwenden kann oder 2. wenn man ihre Herleitung in allen Teilen überprüft hat oder 3. wenn man ihren Beweis selbständig wiederfinden kann. Erst auf der dritten Stufe kann man vom ,Verstehen' im eigentlichen Sinne sprechen» (A. Ostrowski, Differential- und Integralrechnung I).

Der Ratschlag 5 erheischt, bei einem Thema «*in aller Ruhe zu verweilen, eine Sache in Musse zu Ende zu führen*» (Basel-Stadt) und damit der Bezeichnung «*Schule*» im Sinne der alten Griechen — die Etymologen versuchen, sich diesem Sinne zu nähern durch «Uebersetzungen» wie etwa «sich Zeit lassen», «beschauliche Musse» — Ehre zu machen.

In dieser Richtung weist auch ein Ratschlag aus dem Kanton Waadt: «*... dans ce domaine (calcul), le temps ,gagné' est le plus souvent du temps perdu.*»

Wenn ich an meine eigene Primarschulzeit zurückdenke, glaube ich mich noch zu erinnern, wie ich den Satz «2 geteilt in 3 gibt zwei Drittel» anfänglich nur widerwillig über die Lippen brachte. Weil man mir vorher gesagt hatte, $^2/_3$ sei «nur eine andere Schreibweise für die Aufgabe 2 : 3», wusste ich offenbar — ohne damals natürlich einen klaren Einwand formulieren zu können — dem Wort «gibt» keinen Sinn abzugewinnen. Erst viel später erkannte ich, dass ich damals durch jene nur scheinbar nebensächliche Unklarheit dazu abgerichtet worden war, etwas Unverdautes, das mir lange Zeit schwer auflag, nachzuschwatzen. «*A quoi sert à l'écolier de savoir que pour diviser deux fractions ordinaires l'une par l'autre, ,on multiplie la première par la seconde renversée', s'il ne sait pas dire pourquoi? Ici surtout, il ne faut pas se payer de mots!*» (Neuenburg).

6. In nächsthöheren Klassen sollen Aufgaben, die neue Begriffe (wie etwa Zeit, Geschwindigkeit usw.) enthalten, erst dann angepackt werden, nachdem ausreichende weitere Erfahrung gewonnen wurde, was in jedem Fall wieder der praktischen, auf den besonderen Fall bezogenen Tätigkeit ruft und das Bewusstwerden der verwendeten logischen Begriffe erheischt.

Die Verkettung der Begriffe ist im mathematischen Lehrgebäude besonders ausgeprägt und verlangt rigoros, dass man sie schon im p. M. U. beachtet, denn kein mathematischer Begriff lässt sich gründlich erfassen, ohne dass man die Begriffe, die zur Bildung des neuen Begriffes veranlassten, verstanden hat. Verschiedene Primarschul-Lehrpläne weisen mit Nachdruck auf diese Tatsache hin. «*Die Notwendigkeit der logischen Verkettung im Rechenunterricht und die Wichtigkeit der Tatsache, dass ein neuer Schritt erst dann gewagt werden darf, wenn der Schüler die vorangehenden Rechenverfahren völlig beherrscht, machen diesen Gegenstand traditionsgemäss zu einem der abstraktesten und akademischsten im Programm der Elementarschule*» (Neuseeland). Für Lehrer, welche Schüler aus einer tiefern Stufe zu übernehmen haben, ist der obige Ratschlag 6 von besonderer Wichtigkeit. Sie müssen peinlich darauf achten, dass keine Lücken entstehen — «*Ein solider Rechenunterricht duldet keinen Sprung und keine Lücke*» (Zug) — und sie, die Lehrer, müssen «*sich bewusst sein, dass sie ein Glied in einer Kette sind, die so stark ist wie ihr schwächstes Glied*» (Transvaal).

7. Die Anrufung der Erfindungskräfte und der Eigentätigkeit des Kindes sei von einer immerwährenden Forderung nach Bestätigung gefundener Ergebnisse begleitet, damit das Kind Gelegenheit erhalte, die Genauigkeit seines Urteils an jeder Neuaneignung eines Operations- beziehungsweise Beziehungssystem zu schärfen.

Gleichzeitig mit der Forderung, wenn immer möglich Proben vorzunehmen, wird in vielen Lehrplänen auch das Abschätzen des zu erwartenden Ergebnisses als ein wertvolles «Hilfsmittel im Kampf gegen die Gedankenlosigkeit im Rechnen» (Schaffhausen) empfohlen. «Si abitui l'allievo a far la prova delle operazioni; a controllare i risultati del calcolo a norma di buon senso, e confrontarli eventualmente con quelli che si possono ottenere più rapidamente da un calcolo mentale su dati approssimativi arrotondati» (Tessin)[5].

8. Besondere Aufmerksamkeit schenke man den sprachlichen Formulierungen der vom Kinde gehandhabten Rechenverfahren und dem Gebrauch eines korrekten, dem jeweiligen Niveau angepassten Wortschatzes.

«Das Rechnen hat auch der Förderung des sprachlichen Ausdruckes zu dienen, indem es zur Klarheit, Kürze und Schärfe des Ausdruckes erzieht» (Solothurn). Natürlich darf die Pflege der mündlichen Formulierungen nicht so ausarten, dass der Schüler beispielsweise ein Gesetz über das Bruchrechnen wie ein Gedicht hersagt; der Lehrer sollte sich immer wieder überzeugen, ob dem Schüler der durch die Worte bezeichnete Sachverhalt völlig klar ist. «... la connaissance des *choses* précède la connaissance des *mots*» und «Les définitions, les règles, les formules, etc., doivent naturellement découler des faits» (Waadt).

Dieselbe Sorgfalt wie die sprachlichen Formulierungen verdienen aber auch diejenigen Formulierungen von Gedankengängen, die sich der mathematischen Zeichensprache bedienen. Der Lehrplan von Luzern verlangt in den «Normen» für den Rechenunterricht, dass das Gleichheitszeichen «nicht *sinnwidrig* angewendet werden» soll und gibt für sinnwidrige Anwendungen zwei Beispiele an:

1. $\frac{2}{7} + \frac{4}{7} = 2 + 4 = \frac{6}{7}$
2. 5 m Tuch = 35 Fr.
   9 m Tuch = 35 Fr. : 5 = 7 Fr. × 9 = 63 Fr.

Die in der letzten Zeile verwendete «Sprache» ist vielleicht vergleichbar mit Koppelungen sinnvoller Worte (wie etwa «Kauderwelsch» und «Welschland») zu sinnlosen Gebilden («Kauder-Welsch-Land»), wie sie der «Nebelspalter» gelegentlich zur Belustigung bringt. Im eigentlichen Mathematik-Unterricht kann man beobachten, dass sich die Schüler von solchen Verstössen gegen die Erziehung zum Denken nur schwer erholen und sich z. B. nur mit viel Mühe die korrekte Verwendung des Gleichheitszeichens aneignen. Die Sinnlosigkeit von Verwendungen des Gleichheitszeichens, wie etwa in «5 m Tuch = 35 Fr.» geht vielleicht am krassesten aus einer «Gleichung» hervor, wie sie etwa auf einem im Maßstab 1 : 50 gezeichneten Plan stehen könnte: 2 cm = 1 m. Lehrern, die beispielsweise bei Dreisatzaufgaben zwischen 5 m Tuch und 35 Fr. unbedingt ein kurzes Zeichen setzen möchten, wäre zu empfehlen, sich des in der Mathematik gelegentlich verwendeten Zeichens $\triangleq$ (lies z. B.: ist entsprechend) zu bedienen.

Für einen späteren Mathematik-Unterricht sehr nachteilig ist es auch, wenn abweichend von der in der Mathematik gültigen Festsetzung, in der Primarschule eine Schreibweise wie etwa $2 + 3 \times 4$ aufgefasst wird als Ausdruck für die Aussage «vermehre 2 um 3 und vervielfache das Ergebnis mit 4».

9. Uebungen zur Förderung der Gewandtheit im Rechnen, besonders im Kopfrechnen, nehme man erst dann vor, wenn das Kind den Sinn der Rechenverfahren durch Spiel und Versuch erfasst hat und begriffen hat, dass es Umstände gibt, die eine Rechengewandtheit erfordern.

Diese Forderung wendet sich gegen das Aufzwingen mechanischer Rechenfertigkeiten, die gedankenloser Routinearbeit Vorschub leisten, Barrikaden gegen die geistige Entwicklung errichten können; die Forderung sagt aber nichts gegen Automatismen, die solche Gedankenketten überspringen, die oft zu wiederholen wären und die der Schüler mindestens einmal durchgearbeitet hat. Die Lehrpläne nehmen zur Forderung nach einer gewissen Gewandtheit im Rechnen nicht immer ganz unmissverständlich Stellung. Wenn einerseits der Lehrplan von Appenzell AR beispielsweise fordert: «In den obern Klassen ist besonders Gewicht auf Fertigkeit in den Rechenoperationen zu legen», so will er damit sicher ebensowenig dem Eintrichtern von unverstandenen Rechenrezepten das Wort reden, als andererseits etwa der Lehrplan von Bolivien wohl die Notwendigkeit der Beherrschung des Einmaleins in Frage stellen möchte, wenn es darin heisst: «Rein abstrakte, mechanische, mnemotechnische und dogmatische Verfahren sind vollkommen wertlos.»

10. Es sollen Methoden verwendet werden, die das Zusammenarbeiten in Gruppen mit sich bringen, um dadurch das Interesse der Kinder zu wecken und zu erhöhen und um ihnen Gelegenheit zu geben, ihre Probleme zu diskutieren und die Ergebnisse gegenseitig zu prüfen.

Da die Primarschul-Lehrpläne zum aktuellen Thema «Gruppenunterricht» sozusagen keine Anregung bieten und meine eigene Tätigkeit mir kein Urteil darüber ermöglicht, möchte ich mich bei diesem Punkte auf einen Hinweis auf das Sonderheft «Gruppenunterricht» der SLZ (Nr. 35/1950) beschränken.

11. Die Lehrer sollen mit allen ihnen zur Verfügung stehenden Mitteln — auch durch Verwendung psychologischer Tests — systematisch zu entdecken versuchen, wo und warum ihre Schüler versagen und sollen Schritte unternehmen, um die Ursachen des Versagens durch geeignete Mittel und Wege in jedem einzelnen Fall zu beheben.

Ein wichtiges Mittel, um Ursachen des Versagens festzustellen, ist das im Primarschul-Lehrplan Schwedens verlangte «sorgfältige Korrigieren aller schriftlichen Arbeiten», das meines Erachtens am erspriesslichsten ist, wenn es im Beisein des Schülers erfolgt. Mathematische Aufgaben sorgfältig korrigieren heisst mehr als nur auf das Ergebnis achten; wie oft trifft man doch richtige Ergebnisse an, die auf einem Weg erhalten wurden, der mehr als einen Fehler aufweist. Der Lehrer vergesse aber auch nie, die Ursachen des Versagens bei sich selber zu suchen; eine schlechte Zensur als Ventil für das schlechte Gewissen des Lehrers ist leider allzu naheliegend.

12. Der p. M. U. soll so eng wie möglich mit andern Themen verknüpft werden und Uebungen und Aufgaben sollen dem täglichen Leben entnommen werden und zwar dem Erlebniskreis des Kindes und sollen nur Zahlen von vernünftiger Grösse enthalten.

Wenn man bestrebt ist, solche Fragen zu beantworten, die sich dem Kinde in seinem täglichen Leben tatsächlich darbieten, ist man der Sorge um «Verknüpfung mit andern Themen» und um «Zahlen von vernünftiger Grösse» automatisch enthoben. Solche Aufgaben bieten gegenüber den oft «perfekt» gestellten Aufgaben des Rechenbuches auch den Vorteil, dass das Kind daran lernen kann, dass Grössen, die vielleicht anfänglich nicht berücksichtigt wurden, unentbehrlich sind, und dass umgekehrt Grössen, die für die Lösung einer Aufgabe zunächst als notwendig erschienen, sich als überflüssig erweisen. Ferner wird das Kind dazu gezwungen, das Lösungsverfahren, das sich im Rechenbuch oft aus einer Überschrift erraten lässt, selber ausfindig zu machen.

13. Die Primarlehrer-Seminarien mögen eingeladen werden, sich die obigen Prinzipien zu eigen zu machen und ihre Absolventen zu ermutigen, sie in die Tat umzusetzen.

Emil Treichler

[1]) In einem Kurzbericht der SLZ (Nr. 33/1950) über die genannte Konferenz las man, es sei noch «eine besondere Publikation von Prof. Piaget, dem Direktor des BIE» vorgesehen, um die dieser Empfehlung «zugrundeliegenden neuen theoretischen Erkenntnisse der Genese des mathematischen Begriffsvermögens allgemein verständlich darzustellen».

[2]) Wenn im folgenden bei zitierten Stellen als Quellenangabe lediglich der Name eines Kantons oder eines Landes steht, handelt es sich immer um den betreffenden kantonalen Primarschul-Lehrplan oder um eine Stelle aus dem Beitrag des betreffenden Landes zur Publikation Nr. 120.

[3]) «Aufzugeben ist der veraltete Gesichtspunkt, wonach der Unterricht in der Arithmetik nur den Zweck des ‚Rechnenkönnens' hatte.» *Red.*

[4]) Die Formulierung stimmt fast wörtlich mit Pestalozzis vier Entwicklungs- und den vier dazugehörigen methodischen Grundsätzen überein. *Red.*

[5]) «Man gewöhne den Schüler die Probe der ausgeführten Rechnungen zu machen; die Rechnungsresultate durch das Urteil des gesunden Menschenverstandes zu kontrollieren und sie eventuell mit den Ergebnissen schätzungsweiser ‚Kopfrechnungen' mit abgerundeten Zahlen zu vergleichen.» (Red.)

Die Erwanderung des Tausenders (III. Klasse)

Vorbemerkung

Spannungsgeladen sitzen die Drittklässler in ihren Bänken und sind bereit, neue «rechnerische Räume» mit Schwung zu erobern. Alles Grössere, sich Steigernde besitzt einen seltsamen Reiz, den auszukosten einem tiefverwurzelten, menschlichen Drang entspricht. Wollen wir diese psychologische Tatsache nicht auch dem Rechenunterricht dienstbar machen, ohne dass wir dem allzu verbreiteten materialistischen Tun und Trachten Vorschub leisten? Unser rechnerisches Streben mit den Drittklässlern ist ja vor allem ein geistiges Suchen und Tasten in den Regionen des nächsthöheren Zahlbegriffes.

Wieviel wirkliche Entdeckerfreude kann davon ausstrahlen, wenn wir vorerst *rein spielerisch* den Sprung über die Hundertergrenze hinaus wagen. Alles Schwere (auch das Gedanken- und Begrifflichschwere) lassen wir vorläufig aus unseren Rechenübungen weg. Gleichsam in spielerischem Turnen hüpfen wir einmal wie zufällig über die allzu starre Schranke des Hunderters hinaus und tummeln uns munter und frohgemut im Raume bis Tausend. Auch schwächere Schüler können durch ihr fröhliches Mitgehen anzeigen, dass ihnen der neue «rechnerische Lebensraum» nicht notwendig fremdes Land bedeuten muss.

Vorarbeit

So dürfen leichtere Zählbeispiele ganz unbemerkt zur ernsteren, begrifflichen Erarbeitung des Tausenders hinführen. Wir denken da an naheliegendes Sachrechnen mit Rp. und Fr., l und hl, kg und q, cm und m.

Auf dem Bauernhof: Wir wiegen Kartoffelsäcke, 45 kg, 36 kg, 51 kg, 48 kg. — Wir legen eine Liste an und tragen die Gewichte ein. Wir zählen immer das Gewicht zweier Säcke zusammen:
43 kg + 51 kg, 48 kg + 37 kg, 54 kg + 50 kg (!)

Wir füllen Kartoffeln in Säcke ab, je 50 kg. Auf einer Tabelle tragen wir die Anzahl Säcke ein: 1 Sack = 50 kg, 2 Säcke = 100 kg, 3 Säcke = 150 kg . . . 20 Säcke = 1000 kg. (Auch als Vorstufe zum grossen Einmaleins.)

Wir zählen — an die Säcke denkend — 50 kg, 100 kg, 150 kg. Ohne Benennung: 50, 100, 150 . . . vor- und rückwärts.

Sozusagen unbemerkt zählt der Schüler schon im Tausenderraum. Auch andere Zahlgruppen lassen sich leicht tabellarisch üben. Wir gehen z. B. von Litern aus. Süssmost wird in 20-l-Flaschen abgefüllt: 1 Flasche = 20 l, 2 Flaschen = 40 l, 3 Flaschen = 60 l . . . 10 Flaschen = 200 l. — Wir zählen in Litern: 20 l, 40 l, 60 l. Unbenannt, vor und zurück. Wer kann's mit grossen Fässern zu 100 l Inhalt? 100 l, 200 l, 300 l; unbenannt, vor- und rückwärts.

Übungen im cm/m-Verhältnis und mit Fr. / Rp. ergänzen die spielerischen Formen im Tausenderraum.

400 cm + 200 cm	Der Schreiner sagt das kürzer:
300 cm + 600 cm	4 m + 2 m; 3 m + 6 m.
500 Rp. + 200 Rp.	Das Ladenfräulein rechnet schneller:
800 Rp. — 400 Rp.	5 Fr. + 2 Fr., 8 Fr. — 4 Fr.

Der Tausender

Für den Lehrer und später auch für den Schüler ist es wichtig, sich klare Rechenschaft über den *Begriff* des Tausenders zu geben. *Begriffe aber basieren auf Anschauung.*

Die verregnete Turnstunde

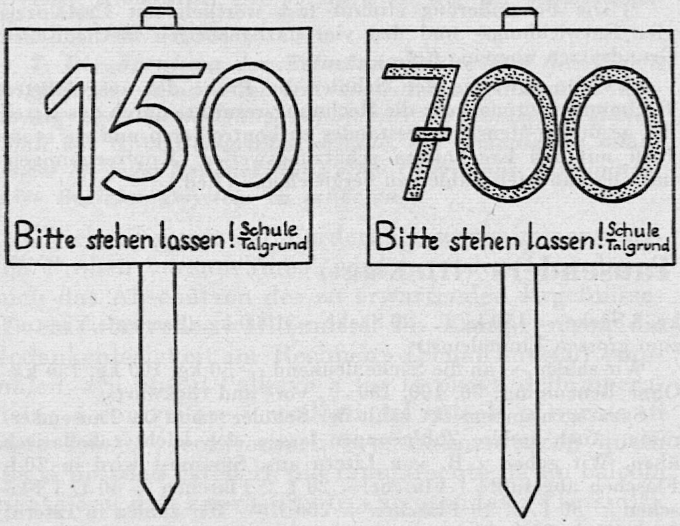
Als die schlechte Witterung das Abhalten der nächsten Mädchenturnstunde im Freien nicht gestattete (wegen Überlastung der Halle), teilte ich den Schülerinnen, ohne vorerst die Absicht bekanntzugeben, rechteckige Kartonstücke aus, die wir alle auf das gleiche Mass zuschnitten. Wir wiederholten nochmals die 50er-Gruppen bis zum Tausender und hielten die einzelnen Zahlen an der Tafel in folgender Weise (durch zwei Farben auseinandergehalten) fest: 50, 150, 250, 350... (grün); 100, 200, 300, 400... (rot).

Die eine Klassenhälfte schrieb nun mit grossen Ziffern die reinen Hunderter auf die Kartontafeln, die andere die jeweiligen 50er-Gruppen. Durch Nachziehen mit Tinte und entsprechendes Ausmalen mit Farben erhielten die Tafeln ein gefälliges Aussehen. Mit deutlich lesbarer Schrift wurde jedem Karton noch folgender Wunsch mitgegeben: Bitte stehen lassen! Schule Talgrund.

Sonderbar! Was führt wohl der Lehrer im Schild? Noch rätselhafter wurde für sie die Angelegenheit, als ich sie dringend bat, den Knaben ja nichts zu verraten.

Die Rechenstunde der Knaben

Auf dem Tisch liegen zwanzig zugeschnittene Pfählchen, breitköpfige Bastnägel und ein Hammer, ebenso die von den Mädchen in aller Stille beschrifteten Tafeln. Dasselbe fragende Erstaunen auf den Gesichtern der Knaben. Wir teilen die Klasse in Gruppen ein. Einige nageln die Kartons sorgfältig auf die Pfähle. Die andern aber sind damit beschäftigt, auf dem Schulplatz die Strecke von 50 m abzumessen. — Was soll denn das geben? Mutmassungen werden laut, ein aufgeregtes Hin- und Herraten hält die Knaben in Bann. Forschende Blicke suchen auf meinem Gesicht des Rätsels Lösung. — Auf die mit dem Bandmass abgesteckte Strecke von 50 m Länge wird eine Schnur gelegt. Die somit erhaltene Schnurlänge von 50 m bildet das Grundmass zum Abstecken eines Kilometers im freien Gelände. Nun vereinigen sich die «Schreinergruppe» und die «Geometergruppe». Jeder Knabe hat ein Schildchen unter den Arm geklemmt. Die vordersten tragen den sorgfältig aufgewickelten Bindfaden. Aber wohin geht es denn?



Die stille Vorarbeit des Lehrers

Auf dem Gemeindeplan habe ich eine günstige Strassenstrecke ausgesucht und sie in einer wenig befahrenen, schnurgeraden Allee gefunden. Das ist das Ziel unserer Wanderung. Wie wir nun am Anfang der Strassenflucht stehen, teile ich den Knaben mit, was wir durchführen wollen: «Wir beabsichtigen heute, die Länge eines Kilometers abzustecken.» Ein erlösendes Aha geht durch die Reihen der Knaben, die sofort mit der Arbeit beginnen wollen. Vorerst überlegen wir uns aber genau die Aufgabe und teilen sie entsprechend ein. Zwei Knaben werden als Messgehilfen gewählt, einer als Messchef, ein anderer schlägt mit dem Hammer die Pfählchen ein, der Rest prüft und kritisiert die Arbeit ihrer Kameraden. Um zum voraus eine gewisse Übersicht zu erhalten, kommen wir in der Diskussion überein, die 100er-Zahlen auf der rechten Seite, die 50er-Gruppen auf der linken Seite einzuschlagen. Am Ausgangspunkt setzen wir eine etwas überhöhte Stange mit einer weissen Fahne. Und dann geht's los. Die harte Beschaffenheit des Wegrandes bereitet hie und da ordentlich Mühe. Doch nach fleissiger Arbeit landen wir glücklich bei der Zahl 1000, die ebenfalls mit einer Flagge ausgezeichnet wird, und schauen der pfeilgeraden Strasse entlang zurück. Weit, weit hinten flattert das andere weisse Fähnchen. «*So* lang ist ein Kilometer», ertönt es fast einstimmig.

Auswertung

Da die «Rechenstunde» längstens zu Ende ist, und der Rückweg noch eine gute Viertelstunde beansprucht, überlassen wir die Auswertung einem andern Tag. Unsere Aufschrift auf den Tafeln ersucht ja alle Spaziergänger (auch die jugendlichen und übermütigen unter ihnen!), die Markierung stehen zu lassen, so dass wir an den kommenden Tagen die praktische Auswertung im Gelände vornehmen können.

Möglichkeiten

Wir *wandern* (jetzt als Gesamtklasse) den Kilometerstreifen ab und lassen bei jeder 50-m-Marke einen Schüler stehen. Jetzt zeigt es sich, wie gut es war, dass wir die Tafeln gruppierten (die 100er- bzw. 50er-Gruppen auf je einer Seite). Wir lassen bei 500 m eine grössere Schülergruppe zurück. So können wir die *Zweiteilung* der Strecke sehr gut überblicken.

Während des Erwanderns des Tausenders schieben wir *Schätzungsübungen* ein. Drei oder vier Schülern werden die Augen verbunden. Kameraden führen sie. Die Schätzungsaufgabe besteht darin, der nächsten 50-m-Marke am nächsten zu kommen. — Wir lassen auch 2—3 Schüler vorausgehen. Zu jedem gehört ein Schätzungsmeister, der mit der Klasse zurückbleibt. Durch Zuruf gibt der Schätzungsmeister bekannt, dass sein wandernder Stab anzuhalten hat.

Wir *messen* die Zeit für 100 m Spazieren, Marschieren, Schnellgehen, Laufschritt, Schnellauf und sammeln damit wertvollen Stoff für Sachaufgaben, bei denen das Kind von bekannten Vorstellungen ausgehen kann. (Ein Knabe und ein Mädchen sind als Protokollführer ernannt.)

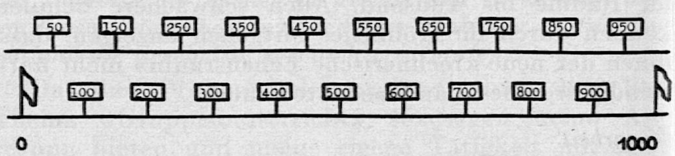
Wir *schreiten* 50 m ab und zählen die Schritte. Der Unterschied in der Schrittlänge bedingt auch einen Unterschied in der Schrittzahl. (Verblüffende Ergebnisse!) Gerne stellt sich auch der Lehrer für die Schrittzählung zur Verfügung.

Mit Leichtigkeit lassen sich auch *turnerische Übungen* und Spielformen einschalten. Stafetten in verschiedener Art, Telephonstafetten. Zum Abschluss der gemeinsamen Freilichtstunde führt uns der Weg durch einen lockeren Auenwald, wo wir noch ein paar Versteckenspiele einbauen. Bevor die Sucher in Aktion treten, müssen sie mit in den Armen vergrabenen Gesichtern in 10er-Schritten auf 500 oder gar auf 1000 zählen.

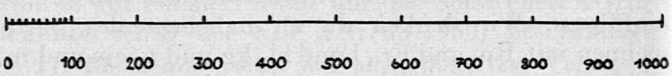
Ergebnisse

Die folgende Unterrichtsstunde hält das Erlebnis der *Tausenderwanderung* nochmals fest. Als Zusammenfassung schält sich folgendes heraus:

a) Darstellung der Allee an der Wandtafel



b) Auflösung der Allee in eine Strecke



c) Festigende Zähl- und Denkaufgaben:

100 m + 100 m — 200 m + 200 m
200 m + 100 m — 400 m + 200 m
300 m + 100 m — 500 m + 200 m
. . . bis Tausend und zurück.

200 m + 400 m	800 m — 200 m
800 m + 100 m	300 m — 100 m
300 m + 500 m	500 m — 200 m
100 m + 700 m	600 m — 300 m

Ergänzungsübungen:

400 m + ? m = 1000 m	1000 m = 200 m + ? m

Ergänzen zum nächsten Hunderter:

250 m + ? m = 300 m	850 m + ? m = 900 m
170 m + ? m = 200 m	360 m + ? m = 400 m

Ergänzen zum Tausender:

350 m + ? m = 1000 m	780 m + ? m = 1000 m

Ergänzen zum nächsten Hunderter:

124 m + ? m = 200 m	148 m + ? m = 200 m
357 m + ? m = 400 m	862 m + ? m = 900 m

Ergänzen zum Tausender:

834 m + ? m = 1000 m	156 m + ? m = 1000 m

Vertiefung

Eine gedankliche Vertiefung des Tausendbegriffes bietet die Anwendung des Gewichtsverhältnisses von g und kg. Alle obenstehenden Übungen lassen sich ebenfalls mit den Gewichtsbezeichnungen durchführen, wenn zur Veranschaulichung nötig auch mit einzelnen Beispielen aus der Haushaltung.

Eine weitere abstrakte Festigung des Tausenderbegriffes stellt die 1000er-Tabelle von Kühnel dar, auf der sich besonders gut die Zahlen in ihren Grössenwerten erfassen lassen. *tw.*

Erstes Bruchrechnen

Bis heute gehen die Rechenbücher bei der Einführung ins Bruchrechnen getrennte Wege: die einen operieren zunächst nur mit den Halben, dann mit den Vierteln usw., die andern dagegen lösen nach einer Erklärung des Bruchbegriffs gleich Aufgaben aus allen Bruchreihen. Was sagen der Mathematiker, der Psychologe und der Praktiker zu dieser Frage?

Der Mathematiker: Unser Mathematiklehrer am Seminar gab uns für das Bruchrechnen die Wegleitung mit: «Das Rechnen mit Brüchen ist ein Rechnen mit *neuen Einheiten*. Wie es bei den ganzen Zahlen die Einmaleinsreihen gibt, so gibt es *unter* der Grösse des Ganzen die *Bruchreihen*. Daher ist es richtig, eine Bruchreihe nach der andern einzuüben. Das Kind denkt bei einem halben Franken nicht an die Hälfte des Frankens, sondern an 50 Rappen.»

Der Psychologe: An einer Konferenz von Rechenlehrern wurde kürzlich darauf hingewiesen, dass experimentell festgestellt wurde, dass die Freude am Lernen beim Kinde nur dann aufkommt, wenn wir ihm Gelegenheit geben, etwas Neugelerntes zu befestigen, darin sicher zu werden, bevor wir ihm etwas Neues bieten. Als ich dieses Votum hörte, musste ich zustimmend an das Wort des Erfahrungs-Psychologen Amos Comenius denken, das er aus der Beobachtung des Kindes über den Lernprozess aussprach: «In der Natur geht alles wachstümlich vor sich, sie macht keine Sprünge.»

Der Praktiker: Mathematiker und Psychologe weisen uns den richtigen Weg. Die Praxis zeigt, wie die Fünftklässler mit Lust ins Bruchrechnen hineinwachsen, wenn wir sie in einer Reihe nach der andern heimisch werden lassen. Bei Wiederholungen mit gemischten Beispielen kann man die Früchte dieses naturgemässen Arbeitens ernten — eine Sicherheit tritt zu Tage, über die sich Lehrer und Schüler gleicherweise freuen. Überflüssig, zu sagen, dass besonders schwächere Schüler das Bruchrechnen auf diesem Wege Schritt für Schritt erarbeiten können. Zugegeben, wenn wir dem Schüler anfangs vorführen, wie z. B. der Bruch $^{3}/_{4}$ gebildet wird, indem wir von einem Ganzen den 4. Teil dreimal nehmen oder von 3 Ganzen den 4. Teil einmal, so wird er auch verstehen können, wie die Brüche $^{7}/_{8}$, $^{11}/_{12}$ usw. entstehen, und er kann sich ans Lösen von Aufgaben aus allen Bruchreihen wagen; dieser Weg kann auch zum Ziele führen — *der Weg durch die Einzelreihen aber ist klarer!* Die Wegstrecken zur Erarbeitung einer Bruchreihe, z. B. der Halben, sind die folgenden:

Begriffsbildung:

Ein Apfel, ein kleiner Kuchen soll an 2 Kinder verteilt werden: die Hälfte von 1 Apfel ist ein halber Apfel! Wird womöglich vorgeführt; für den Kuchen eignet sich der Kreis mit halbierendem Durchmesser. — Gesprochen: 1 Ganzes hat 2 Halbe; Geschrieben: $1 = {}^{2}/_{2}$.

Übungen zur Begriffsbildung:

a) Verwandeln von ganzen Zahlen in Halbe: Wie viele Halbe sind 5 Ganze? Wie viele Halbe sind 96 Ganze 1 Halbes? usw.
b) Verwandeln Halber in ganze Zahlen: Wie viele Ganze und Halbe sind 15 Halbe? — Geschrieben: $^{15}/_{2} = 7^{1}/_{2}$; $^{193}/_{2} = 96^{1}/_{2}$ usw.
c) Ergänzen zur nächsten ganzen Zahl: Wichtig für das spätere Überschreiten eines Ganzen mit Brucheinheiten: $^{1}/_{2} + ? = 1$; $5^{1}/_{2} + ? = 6$ usw.
d) Abzählen von Brucheinheiten von ganzen Zahlen: Wieviel ist 1 Ganzes weg 1 Halbes? $1 — {}^{1}/_{2} = {}^{1}/_{2}$; $7 — {}^{1}/_{2} = 6^{1}/_{2}$ usw.

Zuzählen:

a) Unechte Brüche: $^{3}/_{2} + {}^{6}/_{2} = {}^{9}/_{2} = 4^{1}/_{2}$; $^{13}/_{2} + {}^{9}/_{2} = {}^{21}/_{2} = 10^{1}/_{2}$ usw.
b) Halbe zu Ganzen: $1 + {}^{1}/_{2} = 1^{1}/_{2}$; $6 + 1^{1}/_{2} = 7^{1}/_{2}$ usw.
c) Mit Überschreiten der Ganzen: $9^{1}/_{2} + {}^{3}/_{2} = 10 + {}^{2}/_{2} = 11$ (bei Halben selten).
d) Mit gemischten Zahlen: $3^{1}/_{2} + 5^{1}/_{2} = 8^{1}/_{2} + {}^{1}/_{2} = 9$ usw.
e) Reihen: $2^{1}/_{2} + 2^{1}/_{2}$ bis 25; $7^{1}/_{2} + 7^{1}/_{2}$ bis 75 usw.
f) Auch schriftlich zu lösende Beispiele: $396^{1}/_{2} + 415^{1}/_{2} + 1179^{1}/_{2} = ?$

Abzählen:

a) Halbe von Einern: $6 — {}^{1}/_{2}$ usw.
b) Gemischte Zahlen: $6 — 2^{1}/_{2}$; $10^{1}/_{2} — 3^{1}/_{2}$ usw.
c) Verbindungen von Zu- und Wegzählen, mündlich und schriftlich: $7^{1}/_{2} + 6^{1}/_{2} + ? = 20$ usw.; $14^{1}/_{2} + 15^{1}/_{2} — 16^{1}/_{2} = ?$ $834^{1}/_{2} + 539^{1}/_{2} — 687^{1}/_{2} = ?$

Vervielfachen:

a) Von unechten Brüchen: $\frac{3}{2} \cdot 7 = \frac{21}{2} = 10\frac{1}{2}$ usw.
b) Von gemischten Zahlen: $1^{1}/_{2} \cdot 7 = 7 + 3^{1}/_{2} = 10^{1}/_{2}$ usw. $195^{1}/_{2} \cdot 634 = ?$ (schriftlich).

Messen:

a) Mit unechten Brüchen: $^{5}/_{2} : {}^{1}/_{2} = 5 \times$.
b) Von ganzen Zahlen: $185 : {}^{1}/_{2} = {}^{370}/_{2} : {}^{1}/_{2} = 370 \times$.
c) Von gemischten Zahlen: $12^{1}/_{2} : {}^{1}/_{2} = {}^{25}/_{2} : {}^{1}/_{2} = 25 \times$.
d) Gemischte Zahlen mit gemischten Zahlen: $25^{1}/_{2} : 1^{1}/_{2} = {}^{51}/_{2} : {}^{3}/_{2} = 17 \times$ usw.

Teilen:

$1 : 2 = {}^{1}/_{2}$ (gesprochen: die Hälfte von $1 = {}^{1}/_{2}$, frühere und noch da und dort beibehaltene, deutlichere Teilungsdarstellung: $^{1}/_{2}$ von $1 = {}^{1}/_{2}$).
$3 : 2 = 1^{1}/_{2}$; $97 : 2 = 48^{1}/_{2}$ usw.; auch schriftliche Aufgaben: $15\,193 : 2 = 7596^{1}/_{2}$ usw.

Angewandte Beispiele:

a) Anwendung der Bruchrechnung bei der Sortenverwandlung:
Verwandle in die niedere Sorte:

$^{1}/_{2}$ Fr.	= ? Rp.	$^{1}/_{2}$ l	= ? dl
$^{1}/_{2}$ h	= ? min	$^{1}/_{2}$ kg	= ? g
$^{1}/_{2}$ Jahr	= ? Monate	$^{1}/_{2}$ Gros	= ? Stück
$^{1}/_{2}$ km	= ? m		

aber auch: $^{5}/_{2}$ h = ? min; $^{13}/_{2}$ kg = ? g; $^{42}/_{2}$ Dtzd. = ? Stück. $5^{1}/_{2}$ Dtzd. = ? Stück. usw.

Verwandle in die höhere Sorte:

50 Rp. = ? Fr. ? = $^1/_2$ Fr.	5 dl = ? l	
450 Rp. = ? Fr. ? = $4^1/_2$ Fr.	25 dl = ? l	
950 Rp. = ? Fr. ? = $9^1/_2$ Fr.	30 min = ? h	
6 Stck. = ? Dztd.	90 min = ? h	
216 Stck. = ? Gros	30 h = ? T.	usw.

b) Beispiele aus dem praktischen Leben:

Die Strasse von A nach B misst $3^1/_2$ km, die von B nach C $2^1/_2$ km. Wie weit ist es von A nach C?

Von einem Stoffballen, der 24 m misst, werden $5^1/_2$ und $3^1/_2$ m verkauft. Das Reststück misst?

$5^1/_2$ kg Ware werden zu einem Paket verpackt, das Packmaterial wiegt $1^1/_2$ kg. Wieviel das Postpaket? (Netto, Tara, Brutto).

Ein Erdbeerbeet ist $1^1/_2$ m breit, die Länge misst $2^1/_2$ m mehr als die Breite. Wie lang ist es? Wieviel misst der Umfang?

Wieviel kosten 3 m Stoff zu $33^1/_2$ Fr.? Wieviel $15^1/_2$ kg zu Fr. 1.20?

Wie viele Haushaltungen kann der Milchmann mit 40 l Milch bedienen, wenn jede $2^1/_2$ l bestellt?

Zwei Familien kaufen zusammen 557 kg Äpfel und verteilen sie gleichmässig. Wie viele kg erhält jede und wieviel hat jede zu bezahlen, das kg zu 42 Rp.?

E. Rudolf, Esslingen (ZH)

Über eine Verallgemeinerung von bekannten Teilbarkeitsregeln

Die Aufgabe, die Teiler einer natürlichen Zahl n zu bestimmen, hat eine — scheinbar sehr einfache — allgemeine Lösung: Man probiert alle Primzahlen $p < \sqrt{n}$ als Teiler. Für kleinere Teiler (2, 3, 5, 11) gibt es die bekannten Teilbarkeitsregeln. Im folgenden sollen auf *elementare Weise* für grössere Primzahlen Teilbarkeitskriterien angegeben und hergeleitet werden, wie sie sich aus einer *Verallgemeinerung* der bekannten *7er-Regel* und der ähnlich lautenden *19er-Regel* ergeben. — Doch sei bemerkt, dass trotz solcher Regeln (und es gibt ja für jede Primzahl Teilbarkeitsregeln) die Zerlegung einer grossen Zahl in ihre Faktoren oft mit viel Arbeit verbunden ist. Sie kann indessen etwas erleichtert werden durch Verwendung von Faktorentafeln[1]), durch möglichst rationelles Probieren[2]), durch Herbeiziehen weiterer Hilfsmittel, wie Rechenschieber, Rechenwalze usw.[3]).

1. Um irgendwelche Zahlen, z. B. 616, 3395, auf ihre *Teilbarkeit durch* 7 zu untersuchen, kann man bekanntlich so vorgehen[4]):

$$\begin{array}{r} 61|6 \\ -12 \\ \hline 49 \end{array} \; ; \; 12 = 2 \cdot 6 \qquad \begin{array}{r} 339|5 \\ -10 \\ \hline 32|9 \\ -18 \\ \hline 14 \end{array} \; \begin{array}{l} ; \; 10 = 2 \cdot 5 \\ \\ ; \; 18 = 2 \cdot 9 \end{array}$$

Dann und nur dann, wenn die so erhaltenen Zahlen (hier 49, 14) durch 7 teilbar oder 0 sind, sind es auch die ursprünglichen Zahlen. Diese Regel liesse sich etwa so formulieren:

«Man streiche die letzte Ziffer und multipliziere die durch sie dargestellte Zahl mit 2. Man subtrahiere dieses Produkt von der durch die restlichen Ziffern dargestellten Zahl. Den absoluten Betrag des Restes prüfe man auf analoge Weise weiter, bis man zu einer Zahl gelangt, über deren Teilbarkeit durch 7 man ohne weiteres entscheiden kann.»

Wird das in vorstehender Regel erwähnte Produkt addiert, so erhält man eine *Teilbarkeitsregel für 19*. Beispiele: 323, 1653

$$\begin{array}{r} 32|3 \\ +6 \\ \hline 38 \end{array} \; ; \; 6 = 2 \cdot 3 \qquad \begin{array}{r} 165|3 \\ +6 \\ \hline 171 \end{array} \; ; \; 6 = 2 \cdot 3 \qquad \begin{array}{r} 17|1 \\ +2 \\ \hline 19 \end{array} \; ; \; 2 = 2 \cdot 1$$

Die beiden Zahlen sind durch 19 teilbar, weil 38 und 19 es sind.

2. Worauf beruht — elementar betrachtet — die 7er-Regel? Wir sehen dies ein, wenn wir die Untersuchung von 616 (siehe oben) wie folgt deuten:

$$\frac{616-6}{10} - 2 \cdot 6 = \frac{616 - 6 - 2 \cdot 10 \cdot 6}{10} = \qquad$$
$$= \frac{616 - 21 \cdot 6}{10} = 49 \qquad \text{(A)}$$

Wie der letzte Bruch zeigt, wird ein Vielfaches von 7 (nämlich in unserm Falle $21 \cdot 6$) subtrahiert und die Differenz durch 10 dividiert. Es ist klar, dass diese beiden Operationen an der Teilbarkeit durch 7 nichts ändern. Ist somit das Ergebnis durch 7 teilbar, so ist es auch die ursprüngliche Zahl; ist es nicht durch 7 teilbar, so ist es auch die ursprüngliche Zahl nicht.

Betrachten wir die 19er-Regel! Wir deuten die obige Untersuchung von 323 so:

$$\frac{323-3}{10} + 2 \cdot 3 = \frac{323 - 3 + 20 \cdot 3}{10} = \frac{323 + 19 \cdot 3}{10} = 38 \qquad \text{(B)}$$

Also: Addition eines Vielfaches von 19 und Division durch 10. Wiederum ändern diese Operationen an der Teilbarkeit durch 19 nichts. Es genügt deshalb, das Ergebnis, 38, weiter zu untersuchen.

3. Die Ähnlichkeit zwischen diesen Regeln legt den Gedanken nahe, für andere Primzahlen analoge Kriterien zu suchen.

Zuerst wollen wir einige *Verallgemeinerungen der 7er-Regel*, im folgenden kurz «*Subtraktionsregeln*» genannt, angeben.

Mit n bezeichnen wir die zu untersuchende natürliche Zahl, mit $p > 7$ die Primzahl, für welche eine Regel gefunden werden soll. Wie die Berechnung (A) zeigt, handelt es sich nun darum, ein Vielfaches von p zu finden, welches auf 1 endigt. Streichen wir diese Endziffer 1, so stellen die restlichen Ziffern den Faktor f, $f > 0$, dar, mit welchem wir multiplizieren müssen. Das Produkt von f und der durch die Endziffer z von n dargestellten Zahl ist dann zu subtrahieren.

Beispiel:

$p = 37$; $n = 1517$, somit $z = 7$.

Das kleinste Vielfach von 37, welches auf 1 endigt, ist 111, deshalb ist $f = 11$ und $f \cdot z = 77$.

Nun prüfen wir so:

$$\begin{array}{r} 151|7 \\ -77 \\ \hline 74 \end{array} \quad (= 2 \cdot 37), \text{ 1517 ist also durch 37 teilbar.}$$

Die folgende Tabelle gibt für einige Primzahlen p die zugehörigen Faktoren f:

Primzahl p	Faktor f	Primzahl p	Faktor f
11	1	31	3
13	9	37	11
17	5	41	4
19	17	43	30
23	16	47	14
29	26		usw.

(C)

Nun geben wir einige *Verallgemeinerungen der 19er-Regel*. Wir wollen sie als «*Additionsregeln*» bezeichnen. Wie die Berechnung (B) zeigt, haben wir ein Vielfaches von p zu finden, welches auf 9 endigt. Addieren wir dazu 1 und lassen wir die letzte Ziffer, 0, weg, so erhalten wir den Faktor f. Das Produkt aus f und z ist dann zu addieren.

Beispiel:

$p = 59$; $n = 3127$, somit $z = 7$.

Das kleinste Vielfache von 59, welches auf 9 endigt, ist 59, deshalb ist $f = 6$ und $f \cdot z = 42$.

Nun prüfen wir so:

$$\begin{array}{r} 312|7 \\ +\,42 \\ \hline 354 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 35|4 \\ +\,24 \\ \hline 59 \end{array} \;;\; 24 = 6 \cdot 4$$

, also ist 3127 teilbar durch 59.

In der folgenden Tabelle sind für einige Primzahlen die zugehörigen Faktoren f angegeben.

Primzahl p	Faktor f	Primzahl p	Faktor f	
11	10	31	28	
13	4	37	26	(D)
17	12	41	37	
19	2	43	13	
23	7	47	33	
29	3		usw.	

4. *Zusammenfassung:* Aus den obigen Tabellen (C) und (D) entnehmen wir: Für die Primzahlen p mit den Endziffern 1 oder 7 ist die Subtraktionsregel, für solche mit den Endziffern 3 oder 9 ist die Additionsregel im allgemeinen einfacher, weil dann jeweils der kleinere der Faktoren f verwendet werden kann. Beachten wir ferner, wie die f mit den p zusammenhängen, so lassen sich die folgenden Formeln geben, welche im letzten Abschnitt allgemein bewiesen werden sollen:

Es sei a die Zahl, welche entsteht, wenn man bei der Primzahl p die Endziffer streicht. Die Primzahlen $p > 7$ sind dann gegeben durch die Ausdrücke:

$$10\,a + 1, \quad 10\,a + 3, \quad 10\,a + 7, \quad 10\,a + 9 \qquad \text{(E)}$$

Die Faktoren f, $f > 0$, für die verallgemeinerten 7er- bzw. 19er-Regeln finden wir dann aus der nachstehenden Tabelle:

Primzahl p	Regel	Faktor f	
$10\,a + 1$	*Subtraktionsregel*	*a*	
$10\,a + 1$	Additionsregel	$9\,a + 1$	
$10\,a + 3$	Subtraktionsregel	$7\,a + 2$	
$10\,a + 3$	*Additionsregel*	*$3\,a + 1$*	
$10\,a + 7$	*Subtraktionsregel*	*$3\,a + 2$*	(F)[5]
$10\,a + 7$	Additionsregel	$7\,a + 5$	
$10\,a + 9$	Subtraktionsregel	$9\,a + 8$	
$10\,a + 9$	*Additionsregel*	*$a + 1$*	

Wir können unsere Untersuchung folgendermassen zusammenfassen:

1. Für die Primzahlen p von der Form $10\,a + 1$ und $10\,a + 7$ benützen wir zweckmässig die Subtraktionsregel. Der Faktor f mit dem die wegzulassende Endziffer z der gegebenen Zahl n zu multiplizieren ist heisst a bzw. $3\,a + 2$.

2. Für die Primzahlen p von der Form $10\,a + 3$ und $10\,a + 9$ verwenden wir die Additionsregel. Der dazugehörende Faktor f ist $3\,a + 1$ bzw. $a + 1$.

Auf diese Weise operieren wir in jedem Falle mit dem kleinsten Faktor f.

Beispiele: I. Gegeben: $p = 29$, $n = 986$. Dann ist $p = 10\,a + 9$, $a = 2$, somit nach der Tabelle (F) $f = a + 1 = 3$. $f \cdot z = 18$.

Wir rechnen:

$$\begin{array}{r} 98|6 \\ +\,18 \\ \hline 11|6 \\ +\,18 \\ \hline 29 \end{array}$$

; 986 ist also durch 29 teilbar.

II. Gegeben: $p = 31$, $n = 1147$. Dann ist $p = 10\,a + 1$, $a = 3$, somit nach der Tabelle (F) $f = a = 3$ $f \cdot z = 21$.

Wir rechnen:

$$\begin{array}{r} 114|7 \\ -\,21 \\ \hline 93 \end{array}$$

$(= 3 \cdot 31)$, 1147 ist also durch 31 teilbar.

5. *Allgemeine Lösung:* n, $p > 7$, $f > 0$, z haben die bisherige Bedeutung. Bei der Bestimmung von f für die *Subtraktionsregel* handelt es sich dann um die Lösung der Kongruenz[6]):

$$(f \cdot 10 + 1) \cdot z \equiv 0 \qquad (\text{mod. p.})$$

Bei der Bestimmung von f für die *Additionsregel* handelt es sich um die Kongruenz:

$$(f \cdot 10 - 1) \cdot z \equiv 0 \qquad (\text{mod. p.})$$

Nun sind z und p teilerfremd, also $(z, p) = 1$, deshalb sind diese Kongruenzen gleichbedeutend mit:

$$f \cdot 10 + 1 \equiv 0 \qquad (\text{mod. p}) \qquad \text{(G)}$$

$$f \cdot 10 - 1 \equiv 0 \qquad (\text{mod. p}) \qquad \text{(H)}$$

Es sei f_G eine Lösung von (G) und f_H eine Lösung von (H) nach dem gleichen Modul p. Dann folgt:

$$10\,(f_G + f_H) \equiv 0 \qquad (\text{mod. p})$$

oder, da $(10, p) = 1$

$$f_G + f_H \equiv 0 \qquad (\text{mod. p}) \qquad \text{(J)}$$

Wegen $(10, p) = 1$ haben (G) und (H) immer eine und nur eine Lösung modulo p. Die kleinsten f von (G) und (H) sind die in der Tabelle (F) angegebenen, wie man sich leicht durch Einsetzen überzeugt. Man sieht auch, dass diese f der Kongruenz (J) genügen.

Eine grobe Abschätzung nach Tabelle (F) zeigt ferner, dass man durch Anwendung dieser Regeln tatsächlich zu kleineren Zahlen kommt, welche man weiter zu prüfen hat.

Ernst Roth und *Robert Ineichen*, Luzern

---

1) D. N. Lehmer, Factor Table for the first then millions (Washington, 1909).

2) Solche Methoden gaben Euler, Lambert und viele andere. Vgl. z. B. J. H. Lambert, Mathematische Werke, Band I (Zürich, 1946).

3) Vgl. P. Finsler, Über die Faktorenzerlegung natürlicher Zahlen, Elemente der Mathematik, Band II, Seite 1 (1947).

4) Für mehr als dreistellige Zahlen lässt sich die Teilbarkeit durch 7 auch durch Bildung einer alternierenden Summe feststellen. Siehe L. Locher, Arithmetik und Algebra, Seite 260 (Zürich 1945).

5) Vgl. die Formulierung eines Teils dieser Regel bei O. Hofmann, zitiert in Naturforschung und Medizin in Deutschland, Band I, 1. Teil (Wiesbaden 1948).

6) Die Kongruenz $a \equiv b$ (mod. p) ist gleichbedeutend mit der Aussage, dass die Differenz $a - b$ durch p teilbar ist. Vgl. etwa L. Locher, loc. cit., Seite 304.

Einige Eigenschaften von Dezimalbrüchen

Ins Gebiet der elementaren Arithmetik, wie sie im Schulunterricht gelehrt wird, ragt an einigen Stellen die Zahlentheorie hinein. So etwa bei der Frage nach Anzahl und Verteilung der Primzahlen, beim Aufsuchen von Teilbarkeitsregeln, bei der Bestimmung des kleinsten gemeinsamen Vielfachs usw. Aber auch die Dezimalbrüche zeigen recht viele Besonderheiten, deren Begründung demselben Fragenkreis angehört. Allerdings wird in den meisten Schulbüchern wenig auf sie und die ihnen zugrunde liegenden allgemeinen Sätze eingegangen, obwohl ihre Untersuchung schon dem Schüler unterster Mittelschulklassen manche «Forscherfreude» bieten kann[1]). Hingegen findet man Darstellungen dieser Sätze in verschiedenen Lehrbüchern der Zahlentheorie; schon Gauss behandelt in seinen «Disquisitiones arithmeticae» (Art. 313—318) ausführlich Fragen, welche die «fractiones decimales» betreffen. Indessen werden dabei verschiedene Begriffe der höhern Mathematik vorausgesetzt, deshalb wollen wir im folgenden versuchen, einige der hier geltenden Gesetzmässigkeiten elementar anzugeben. Es ist dann natürlich eine gewisse Breite der Darlegung unumgänglich.

I. Endliche und unendliche Dezimalbrüche[2])

1. Endliche Dezimalbrüche: Betrachten wir vorerst Brüche wie $\frac{3}{25}$, $\frac{7}{32}$ oder $\frac{9}{6400}$, deren Nenner also nur sogenannte dekadische Primfaktoren (das sind 2 und 5) enthalten! Ihre allgemeine Form kann etwa so gegeben werden:

$$\frac{a}{b} = \frac{a}{2^g \cdot 5^h},\ a = 1, 2, 3 \ldots;\ g, h = 0, 1, 2, 3 \ldots;\quad b = 2^g \cdot 5^h$$

Dabei soll a zu b teilerfremd sein; g und h sollen nicht beide Null sein. Durch Erweitern mit einer entsprechenden Potenz von 5 oder 2 lassen sich diese Brüche auf die Form $\frac{a'}{10^i}$ bringen, wo i die grössere der Zahlen g und h oder $i = g = h$ ist. Wir erhalten somit stets einen endlichen Dezimalbruch mit i-Stellen.

Beispiel:

$$\frac{9}{6400} = \frac{9}{2^8 \cdot 5^2} = \frac{140\,625}{10^8} = 0{,}00140625$$
$$(g = 8,\ h = 2;\ i = 8)$$

Offenbar lässt sich umgekehrt jeder endliche Dezimalbruch in die Form $\frac{a}{2^g \cdot 5^h}$ überführen.

Ergebnis: Gekürzte Brüche $\frac{a}{2^g \cdot 5^h}$, deren Nenner also nur dekadische Primzahlen enthalten, und nur diese, ergeben endliche Dezimalbrüche mit g- oder h-Stellen, je nachdem $g > h$ oder $h > g$.

2. Periodische Dezimalbrüche: Betrachten wir nun Brüche, wie $\frac{5}{63}$, $\frac{7}{45}$ oder $\frac{19}{220}$, deren Nenner also nur nichtdekadische oder dekadische und nichtdekadische Primfaktoren enthält! Ihre allgemeine Form wollen wir so geben: $\frac{a}{b}$. Dabei sollen a und b teilerfremd sein. Man sieht ohne weiteres, dass sich solche Brüche nie durch Erweitern auf die Form $\frac{a'}{10^i}$ bringen lassen. Führen wir die Division $a : b$ aus, so ist zunächst klar, dass das Divisionsverfahren nicht abbrechen kann, sonst hätten wir ja den im vorigen Abschnitt behandelten Fall vor uns. Bei dieser Division können die Reste 1, 2, ... $(b - 1)$ auftreten. Dann muss also spätestens bei der b-ten Division einer der schon vorhandenen Reste wiederkehren. Es kehren dann aber auch alle folgenden Reste wieder, samt den zugehörigen Quotienten. Wir erhalten entweder einen rein- oder einen unreinperiodischen Dezimalbruch[3]).

3. Rein- und unreinperiodische Dezimalbrüche: An zwei Beispielen wollen wir kurz in Erinnerung rufen, wie solche Dezimalbrüche umgeformt werden können. Das allgemeine Verfahren ist daran ebenfalls ersichtlich. Es sei der reinperiodische Dezimalbruch $x = 0{,}\overline{117}\ldots$ gegeben.

Wir bilden: $\quad 10^3 \cdot x = 117,\ \overline{117}\ldots$

Durch Subtraktion:

$$(10^3 - 1) \cdot x = 117,\ \overline{117}\ldots - 0{,}\overline{117}\ldots = 117$$

$$\text{Somit wird: } x = \frac{117}{10^3 - 1} = \frac{117}{999} = \frac{13}{111}$$

Wir sehen, dass bei diesem Verfahren auch nach eventuellem Kürzen nur ein (gekürzter) Bruch entstehen kann, dessen Nenner keinen dekadischen Primfaktor enthält. Dies gilt für jede Periode[4]).

Es sei jetzt der unreinperiodische Dezimalbruch $x = 0{,}104\ \overline{09}\ldots$ gegeben.

Wir bilden $\quad 10^5 \cdot x = 10\,409,\ \overline{09}\ldots$

und ferner $\quad 10^3 \cdot x = 104,\ \overline{09}\ldots$

Durch Subtraktion:

$$10^3\,(10^2 - 1) \cdot x = 10409{,}09\ldots - 104{,}09\ldots = 10\,305$$

$$\text{Somit wird}\quad x = \frac{10\,305}{10^3\,(10^2 - 1)} = \frac{10\,305}{99\,000} = \frac{229}{2200}$$

Wir sehen, dass bei diesem Verfahren auch nach eventuellem Kürzen[5]) nur ein (gekürzter) Bruch entstehen kann, dessen Nenner mindestens einen dekadischen Primfaktor enthält. Dies gilt für jede Periode[6]).

Diese beiden Feststellungen sind umkehrbar, was leicht durch indirekten Beweis gezeigt werden kann.

Ergebnis: Gekürzte Brüche, deren Nenner keine dekadischen Primfaktoren enthalten, und nur diese, ergeben reinperiodische Dezimalbrüche. — Gekürzte Brüche, deren Nenner dekadische und nichtdekadische Primfaktoren enthalten, und nur diese, ergeben unreinperiodische Dezimalbrüche.

II. Die Periode

Wir untersuchen jetzt gekürzte Brüche $\frac{a}{b}$, deren Nenner ohne dekadische Primfaktoren sind.

1. Gleiche Perioden: Nach den Darlegungen des vorigen Abschnittes ergibt $\frac{a}{b}$ einen reinperiodischen Dezimalbruch $m + o, \overline{c_1\, c_2 \ldots c_n}\ldots$, wo $m \geqq o$ eine ganze Zahl und $c_1\, c_2 \ldots c_n$ die Periode bedeuten. Es habe nun ein anderer Bruch $\frac{a'}{b}$ dieselbe Periode. Dann gilt also:

$$\frac{a}{b} = m + 0,\ \overline{c_1\, c_2 \ldots c_n}\ldots \text{ und}$$

$$\frac{a'}{b} = m' = 0,\ \overline{c_1\, c_2 \ldots c_n}\ldots$$

$$\text{Daraus folgt } \frac{a - a'}{b} = m - m'$$

oder $a - a' = (m - m') \cdot b$; d. h die Differenz der Zähler ist durch den gemeinsamen Nenner teilbar; oder auch: die Zähler ergeben bei der Division durch den Nenner denselben Rest[7]).

Haben umgekehrt zwei Zähler bei der Division durch den gemeinsamen (teilerfremden) Nenner denselben Rest, ist also $a - a' = f \cdot b$, so folgt daraus

$\frac{a}{b} - \frac{a'}{b} = f$, d. h. die Differenz der Brüche ist eine ganze Zahl f. Dann müssen aber ihre Perioden gleich sein.

Ergebnis: Zwei gekürzte Brüche $\frac{a}{b}$ und $\frac{a'}{b}$, welche reinperiodische Dezimalbrüche ergeben, haben dann und nur dann gleiche Perioden, wenn ihre Zähler bei der Division durch den gemeinsamen Nenner den gleichen Rest haben.

Beispiele: $\frac{4}{11} = 0,\overline{36}\ldots$; $\frac{59}{11} = 5,\overline{36}\ldots$ (Rest 4), hingegen $\frac{56}{11} = 5,\overline{09}\ldots$ (Rest 1).

2. Anzahl der verschiedenen Perioden: Wir untersuchen Brüche $\frac{a}{b}, \frac{a'}{b}$, usw. und stellen die Frage, wie viele verschiedene Perioden bei gleichem Nenner auftreten können. Nach dem Ergebnis von II, 1 heisst dies: Wie viele Zahlen $a, a', a'' \ldots$ gibt es, welche zu b teilerfremd sind und bei der Division durch b verschiedene Reste ergeben[8]). — Ist z. B. der Nenner $b = 21$, so genügt es — wie man sofort sieht — die Zahlen 1, 2 . . . 21 zu nehmen und jene zu streichen, die mit 21 einen Teiler gemeinsam haben. Es bleiben die 12 Zahlen 1, 2, 4, 5, 8, 10, 11, 13, 16, 17, 19, 20. Für Brüche mit einer dieser Zahlen als Zähler und 21 als Nenner ergeben sich in der Tat lauter verschiedene Perioden:

$$\frac{1}{21} = 0,\overline{047619}\ldots, \quad \frac{4}{21} = 0,\overline{190476}\ldots \text{ usw.}$$

Für irgend einen Nenner b lässt sich die Anzahl der Zahlen $a, a' \ldots$ mit den obigen Eigenschaften nach einer einfachen Formel berechnen, die wir hier ohne Beweis angeben wollen:

Es habe b die Primfaktorzerlegung $b = p_1^{b_1} p_2^{b_2} \ldots p_n^{b_n}$. Dann ist die Anzahl der zu b teilerfremden Zahlen aus der Reihe 1, 2, . . . b gegeben durch:

$$\varphi(b) = b\left(1 - \frac{1}{p_1}\right)\left(1 - \frac{1}{p_2}\right)\ldots\left(1 - \frac{1}{p_n}\right)$$

Man nennt $\varphi(b)$ die Eulersche φ-Funktion.

Wir wollen diese Formel zunächst für den Fall verifizieren, dass b selbst eine Primzahl ist, also $b = p$. Dann ist $\varphi(p) = p - 1$. Dies stimmt offensichtlich, denn von den Zahlen 1, 2 . . . p sind alle bis auf p zu p teilerfremd.

Für den Nenner $b = 21 = 3 \cdot 7$ ergibt sich $\varphi(21) = 21\left(1 - \frac{1}{3}\right)\left(1 - \frac{1}{7}\right) = 12$, dies stimmt mit dem oben erhaltenen Resultat überein.

Ergebnis: Es sei $b = p_1^{b_1} p_2^{b_2} \ldots p_n^{b_n}$ der Nenner von gekürzten Brüchen, welche reinperiodische Dezimalbrüche ergeben. Dann treten genau

$$\varphi(b) = b\left(1 - \frac{1}{p_1}\right)\left(1 - \frac{1}{p_2}\right)\ldots\left(1 - \frac{1}{p_n}\right)$$

verschiedene Perioden auf. Ist b speziell eine Primzahl, so treten genau $b - 1$ verschiedene Perioden auf.

Beispiel: $b = 99 = 3^2 \cdot 11$;

$\varphi(99) = 99\left(1 - \frac{1}{3}\right)\left(1 - \frac{1}{11}\right) = 60$; also 60 verschiedene Perioden: $\frac{1}{99} = 0,\overline{01}\ldots$, $\frac{17}{99} = 0,\overline{17}\ldots$ usw.

3. Länge der Perioden: Es sei unter den bisherigen Voraussetzungen $\frac{a}{b} = m + o, \overline{c_1 c_2 \ldots c_n}\ldots$ Lässt sich über die Länge n der Periode — wir nennen n die Periodenzahl — etwas aussagen? Sicher hat $\frac{10^n \cdot a}{b}$ die gleiche Periode $\overline{c_1 c_2 \ldots c_n}$. Dann muss aber nach dem Ergebnis von II, 1 die Differenz der Zähler dieser zwei Brüche durch b teilbar sein:

$10^n \cdot a - a = (10^n - 1) \cdot a = r \cdot b$; r eine ganze Zahl. Weil a und b nach Voraussetzung zueinander teilerfremd sind, so folgt daraus, dass $10^n - 1$ durch b teilbar ist, wir schreiben: $10^n - 1 = s \cdot b$.

Die Periodenzahl n hat also die Eigenschaft, dass $10^n - 1$ durch b teilbar ist. Weiter ist aber dieses n die kleinste Zahl mit dieser Eigenschaft. Gäbe es nämlich eine kleinere, n', so hätten nach II, 1 schon $\frac{10^{n'} \cdot a}{b}$ und $\frac{a}{b}$ die gleiche Periode, was mit der obigen Darstellung von $\frac{a}{b} = m + o, \overline{c_1 c_2 \ldots c_n}\ldots$ unvereinbar ist[9]). Offensichtlich hängt n nicht von a ab. Wie ohne Beweis angeführt sei, ist diese Periodenzahl n stets unter den Teilern von $\varphi(b)$ zu finden[10]). Dabei sind aber die «unechten Teiler» Teiler 1 und $\varphi(b)$ ebenfalls zu berücksichtigen.

Ergebnis: Ist $\frac{a}{b}$ ein gekürzter Bruch, welcher einem reinperiodischen Dezimalbruch entspricht, so ist dessen Periodenzahl n die kleinste Zahl, für welche $10^n - 1$ durch b teilbar ist. n findet sich unter den Teilern von $\varphi(b)$.

Beispiel: $b = 111$; $n = 3$, da $10^3 - 1 = 999 = 9 \cdot 111$: 3 ist Teiler von $\varphi(111) = 72$; $\frac{1}{111} = 0,\overline{009}\ldots$

4. Cyklische Vertauschung der Ziffern der Periode: Aus einer n-stelligen Periode lassen sich durch cyklische Vertauschung $n - 1$ weitere Perioden bilden. Sie entsprechen Multiplikationen mit einer Potenz von 10. Beispiel:

$$\frac{1}{37} = 0,\overline{027}\ldots; \quad \frac{10}{37} = 0,\overline{270}\ldots;$$

$$\frac{100}{37} = 2 + \frac{26}{37} = 2 + 0,\overline{702}\ldots; \quad \frac{1000}{37}$$

würde wieder die Periode 027 ergeben, denn $10^3 - 1$ ist durch 37 teilbar (vgl. II, 1).

Da nun $\varphi(b)$ verschiedene Perioden vorhanden sind, nach dem eben Gesagten je n durch cyklische Vertauschung auseinander hervorgehen, so sind jeweils $\varphi(b) : n = k$-Perioden vorhanden, von denen keine durch cyklische Vertauschung aus einer andern hervorgeht. Beispiel: Für den Nenner 37 ist $n = 3$, k somit 12. Diese Perioden sind $\overline{027}$, $\overline{054}$, $\overline{081}$, $\overline{135}$, $\overline{162}$, $\overline{198}$, $\overline{243}$, $\overline{297}$, $\overline{378}$, $\overline{459}$, $\overline{486}$, $\overline{567}$. Jede ergibt durch cyklische Vertauschung 3 weitere, wodurch die $\varphi(37) = 36$ Perioden entstehen.

5. Einige weitere Beispiele:

Eingliedrige Periode: $n = 1$, b findet sich unter den Teilern von $10^1 - 1 = 9$, ist also 3 oder 9. $\frac{1}{3} = 0,\overline{3}\ldots$ $\frac{2}{9} = 0,\overline{2}\ldots$

Zweigliedrige Periode: $n = 2$, b findet sich unter den Teilern von $10^2 - 1 = 99$. Für 11, 33, 99 ist 2 der kleinste Exponent im Sinne von II, 3. Diese Nenner sind also die einzigen mit zweigliedrigen Perioden. Tatsächlich ist etwa

$$\frac{3}{11} = 0,\overline{27}\ldots; \quad \frac{7}{33} = 0,\overline{21}\ldots$$

Dreigliedrige Periode: Durch analoge Überlegungen findet man, dass solche nur für die Nenner $b = 27, 37, 111, 333, 999$ auftreten können. Es ist beispielsweise

$$\frac{5}{27} = 0,\overline{185}\ldots; \quad \frac{8}{333} = 0,\overline{024}\ldots$$

Perioden von maximaler Länge: Für den Nenner $b = 7$ ist die Anzahl verschiedener Perioden $\varphi\,(7) = 6$, die Periodenlänge ist auch 6; es müssen somit alle Perioden aus einer durch cyklische Vertauschung hervorgehen. Das ergibt die bekannten Ziffernfolgen:

$$\frac{1}{7} = 0,\overline{142857}\ldots \quad \frac{2}{7} = 0,\overline{285714}\ldots \quad \frac{4}{7} = 0,\overline{571428}$$

$$\frac{3}{7} = 0,\overline{428571}\ldots \quad \frac{6}{7} = 0,\overline{857142}\ldots \quad \frac{5}{7} = 0,\overline{714285}$$

Für folgende Zahlen < 110 ist die Periodenzahl $n = \varphi\,(b)$, also maximal[11]):

7, 17, 19, 23, 29, 47, 49, 59, 61, 97, 109.

Der Bruch $\frac{1}{109}$ hat also eine 108stellige Periode; sie heisst übrigens:

0,009	174	311	926	605	504	587	155	963
302	752	293	577	981	651	376	146	788
990	825	688	073	394	495	412	844	036
697	247	706	422	018	348	623	853	211..

Bildet man $\frac{2}{109}, \frac{3}{109}, \frac{4}{109}$ usw., so erhält man stets die gleiche Ziffernfolge, welche aber immer mit einer andern Ziffer beginnt, d. h. man erhält eben die cyklischen Vertauschungen der obigen Periode.

Perioden der Brüche von der Form $\frac{1}{3^m}$, $m > 1$.

Ihre Periodenzahl ist stets 3^{m-2}. Dies stimmt offensichtlich für:

$$m = 2: \quad \frac{1}{9} = 0,\overline{1}\ldots$$

$$m = 3: \quad \frac{1}{27} = 0,\overline{037}\ldots$$

$$m = 4: \quad \frac{1}{81} = 0,\overline{012345679}\ldots$$

Durch vollständige Induktion lässt sich leicht zeigen, dass für jedes $m > 1$ die Periodenzahl 3^{m-2} ist: Ist nämlich 3^m in $(10^{3^{m-2}} - 1)$ enthalten — es ist also hier $n = 3^{m-2}$ —, so ist 3^{m+1} auch in $(10^{3^{m-1}} - 1)$ enthalten. Diese Klammer lässt sich nämlich so zerlegen: $(10^{3^{m-2}} - 1)\,(10^{2\cdot 3^{m-2}} + 10^{3^{m-2}} + 1)$. Der erste dieser Faktoren ist nach Annahme durch 3^m teilbar, der zweite ist durch 3 teilbar, wie die Quersummenregel zeigt. Somit ist das Produkt durch 3^{m+1} teilbar. Indirekt lässt sich auf analoge Weise zeigen, dass der hier auftretende Exponent der kleinste ist im Sinne des Abschnittes II, 3.

Die hier angeführten Beispiele liessen sich beliebig vermehren. Es ergibt sich so manche Gelegenheit, mit Zahlen zu «experimentieren».

III. Die Vorperiode

Es ist beispielsweise $\frac{1}{148} = \frac{1}{2^2\cdot 37} = 0,00\overline{675}\ldots$

Wir haben also noch gekürzte Brüche von der Form $\frac{a}{2^g\cdot 5^h\cdot b}$ zu betrachten. b soll dabei ohne dekadischen Primfaktor sein.

Wir bilden $\frac{10^i\cdot a}{2^g\cdot 5^h\cdot b}$; i sei dabei gleich der grössern der Zahlen g und h oder dann sei $i = g = h$. Dann kürzen wir und erhalten nach dem Abschnitt I · 3:

$$\frac{2^{i-g}\cdot 5^{i-h}\cdot a}{b} = m + 0,\overline{c_1\,c_2\ldots c_n}\ldots$$

Nach Division durch 10^i erhalten wir wieder den ursprünglichen Bruch:

$$\frac{a}{2^g\cdot 5^h\cdot b} = r + 0,d_1\,d_2\ldots d_i\,\overline{c_1\,c_2\ldots c_n}\ldots$$

Die Vorperiode hat nicht weniger als i-Stellen, sonst hätte ja oben schon 10^{i-1} ausgereicht, um alle dekadischen Primfaktoren wegzuheben.

Ergebnis: Ist $\frac{a}{2^g\cdot 5^h\cdot b}$, wo b keine dekadischen Primfaktoren enthält, ein gekürzter Bruch, dem ein unperiodischer Dezimalbruch entspricht, so hat seine Vorperiode g- oder h-Stellen, je nachdem $g > h$ oder $h > g$.

Beispiel: $\frac{1}{12} = \frac{1}{2^2\cdot 3} = 0,08\overline{3}\ldots;\; g = 2$

Damit haben wir einige Eigenschaften von Dezimalbrüchen aufgezeigt und begründet. Wird die eine oder andere gelegentlich im Unterricht erwähnt und an Beispielen illustriert, so mag dies dazu beitragen, den etwas spröden Stoff «Dezimalbrüche» für die Schüler anziehender zu gestalten und geweckte Schüler anzuleiten, selber nach ähnlichen Gesetzmässigkeiten Ausschau zu halten.

Dr. *Robert Ineichen*, Luzern

[1]) Zahlreiche Beispiele findet man in den Büchern über Unterhaltungsmathematik von Schubert, Lietzmann, Wolff und andern Verfassern.

[2]) Von den wenigen Schulbüchern, die die Darlegungen dieses Abschnittes ausführlich darstellen und beweisen, sei vor allem V. Krakowski, Elementare Algebra (Zürich 1944), erwähnt.

[3]) Unperiodische Dezimalbrüche sind Irrationalzahlen und ergeben sich nie aus (rationalen) Brüchen.

[4]) Die Periode 9 sei ausgeschlossen, $0,\overline{9}\ldots = 1$.

[5]) Könnte durch 10 gekürzt werden, so müssten Periode und Vorperiode mindestens in der letzten Stelle übereinstimmen. Daraus würde folgen, dass die Periode schon früher beginnt.

[6]) Die Periode 9 sei ausgeschlossen; es ist z. B. $0,35\,\overline{9}\ldots = 0,36$.

[7]) Die Zähler sind kongruent modulo b, $a \equiv a'$ (mod. b).

[8]) Sie bilden ein reduziertes Restsystem modulo b.

[9]) n heisst «Ordnung der Restklasse 10 modulo b».

[10]) Folgt aus dem kleinen Satz von Fermat, der hier $10^{\varphi\,(m)} \equiv 1$ (mod. b) lautet.

[11]) Für diese ist 10 primitive Wurzel modulo b.

Instruktive Herleitung der Volumenformel für den Pyramidenstumpf

Zunächst behandeln wir einen *Sonderfall*.

Grundfläche, also auch Deckfläche, sei ein gleichschenklig-rechtwinkliges Dreieck. Die Kathete des Grundflächendreiecks messe a, die des Deckflächendreiecks b Längeneinheiten L. Dabei seien als Flächeneinheit F das Quadrat mit der Seite L und als Volumeneinheit der Würfel mit der Kante L gedacht. Ferner soll die Verbindungsstrecke der Scheitel S und S' (Fig. 1) der beiden rechten Winkel senkrecht zur Ebene der Grundfläche, also auch der Deckfläche, stehen (in Fig. 1 ist $AS = BS$ und $\sphericalangle\, ASB = 90°$. Analoges gilt für das Deckflächendreieck $(A'\,B'\,S')$. SS' stellt somit die Höhe des Pyramidenstumpfes dar; sie messe h Längeneinheiten L. Dieser Pyramidenstumpf lässt sich nun in folgende drei dreiseitige Pyramiden mit der gemeinsamen Spitze A zerlegen: $A\,(BSB')$, $A\,(B'SS')$ und $A(B'A'S')$; dabei deutet die eingeklammerte Buchstabenfolge die jeweilige Grundfläche an (Fig. 2 zeigt einzeln die drei Pyramiden).

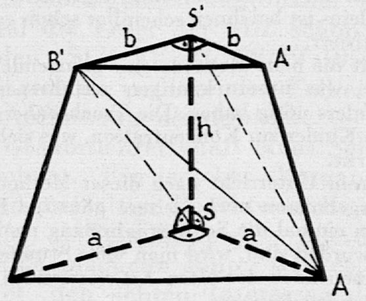


Fig. 1

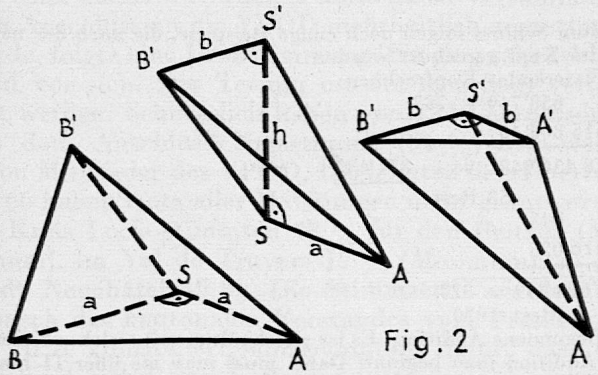


Fig. 2

Nun ist die Pyramide $A\,(BSB')$ als Pyramide $B'\,(BAS)$ auffassbar und letztere hat nach einem bekannten Satz (Pyramiden mit inhaltsgleichen Grundflächen und gleichen Höhen sind volumengleich) das gleiche Volumen wie die Pyramide $S'\,(BAS)$. (In Fig. 1 ist die Seitenkante $S'B$ dieser Pyramide nicht eingezeichnet.) Daher gilt:

$$V_{A\,(BSB')} = \frac{h}{3} \cdot \frac{a^2}{2} = \frac{ha^2}{6} \qquad (1)$$

Da die drei Kanten BS, AS und SS' des Pyramidenstumpfes aufeinander senkrecht stehen, ist AS als Höhe der Pyramide $A\,(B'SS')$ auffassbar. Folglich ist:

$$V_{A(\,B'SS')} = \frac{a}{3} \cdot \frac{bh}{2} = \frac{hab}{6} \qquad (2)$$

Schliesslich ist nach dem erwähnten Pyramidensatz die Pyramide $A\,(B'A'S')$ volumengleich der Pyramide $S\,(B'A'S')$. (In Fig. 1 ist die Seitenkante SA' dieser Pyramide nicht eingezeichnet.) Daher folgt:

$$V_{A\,(B'A'S')} = \frac{h}{3} \cdot \frac{b^2}{2} = \frac{hb^2}{6} \qquad (3)$$

Aus (1), (2) und (3) ergibt sich somit für das Volumen unseres Pyramidenstumpfes die Formel:

$$V_{(ABS)\ (A'B'S')} = \frac{h}{6}\,(a^2 + ab + b^2) \qquad (4)$$

Nun wenden wir uns dem *allgemeinen Fall* zu. Die Grundfläche (beliebiges einfaches Vieleck) messe G, die Deckfläche (ein der Grundfläche ähnliches Vieleck) D Flächeneinheiten F und die Höhe messe h Längeneinheiten L. Der Leitgedanke ist, den allgemeinen Fall auf den behandelten Sonderfall zurückzuführen. Zu diesem Zweck denken wir uns die Grundfläche in ein gleichschenklig-rechtwinkliges Dreieck (Kathete a Längeneinheiten L), ebenso die Deckfläche (Kathete b Längeneinheiten L) verwandelt. a und b sind sofort aus $G = \frac{a^2}{2}$ und $D = \frac{b^2}{2}$ errechenbar, nämlich $a = \sqrt{2\,G}$ und $b = \sqrt{2\,D}$. Diese Dreiecke betrachte man als Grund- und Deckfläche eines Pyramidenstumpfes, bei dem die Verbindungsstrecke der Scheitel der beiden rechten Winkel der Dreiecke senkrecht zur Ebene der Grundfläche stehen soll. Wir wollen doch den Pyramidenstumpf unseres Sonderfalles haben! Man braucht jetzt nur noch die Volumengleichheit dieses soeben konstruierten Pyramidenstumpfes mit dem Ausgangspyramidenstumpf nachzuweisen, um dann durch Einsetzung der für a und b vorhin ermittelten Werte in (4) die herzuleitende Formel zu gewinnen:

$$V_{Pyramidenstumpf} = \frac{h}{6}\,(2\,G + \sqrt{2\,G} \cdot \sqrt{2\,D} + 2\,D) = \frac{h}{3}\,(G + \sqrt{GD} + D)$$

Die Volumengleichheit weisen wir durch Heranziehung eines dem Pyramidensatz ähnlichen Satzes nach. Dieser lautet: Haben zwei Pyramidenstümpfe inhaltsgleiche Grundflächen, inhaltsgleiche Deckflächen und gleiche Höhen, so haben sie auch gleiches Volumen. Zum Beweis dieses Satzes genügt es, zu zeigen, dass die Höhen der Ergänzungspyramiden beider Stümpfe einander gleich sind. Es mögen, auf die Längeneinheit L bezogen, d_1 bzw. d_2, g_1 bzw. g_2 die Masszahlen homologer Seiten von Deck- und Grundfläche des ersten bzw. zweiten Pyramidenstumpfes und h_1 bzw. h_2 die Masszahl der Höhe der zugehörigen Ergänzungspyramide bedeuten, ferner sei h die Masszahl der Höhe der Pyramidenstümpfe. Aus der Ähnlichkeit von Deckfläche und Grundfläche desselben Pyramidenstumpfes folgt offensichtlich:
$D_1 : G_1 = d^2{}_1 : g^2{}_1$ und $D_2 : G_2 = d^2{}_2 : g^2{}_2$, wobei D_1 bzw. D_2 und G_1 bzw. G_2 die auf die Flächeneinheit F bezogenen Masszahlen von Deck- und Grundfläche des ersten bzw. zweiten Pyramidenstumpfes bedeuten. Weil aber nach Voraussetzung $D_1 = D_2$ und $G_1 = G_2$, ergibt sich aus den angeschriebenen Proportionen die Proportion $d_1 : g_1 = d_2 : g_2$. Aber $d_1 : g_1 = h_1 : (h_1 + h)$ und $d_2 : g_2 = h_2\,(h_2 + h)$. Folglich gilt: $h_1 : (h_1 + h) = h_2 : (h_2 + h)$ und hieraus erhält man: $h_1 = h_2$.

Viktor Krakowski

Erfahrungen mit der Rechenmethode Trachtenberg im Rahmen einer Werkklasse

Dem obigen einleitenden Satz entsprechend, wurde dieser Beitrag gerne aufgenommen, obschon er nur eine *Anpreisung* einer Rechenmethode enthält und nichts über sie selbst aussagt. Offenbar entspricht dies der Absicht des Autors der Methode, der — er ist ein Emigrant — sich nicht an das traditionelle, wissenschaftliche, heute vielleicht naive Verfahren hält, wonach Erkenntnisse zu allgemeinem Nutzen freudig weitergegeben werden, und der Autor sich wohl das geistige Eigentum, z. B. für die Buchausgabe, vorbehält, nicht aber die Entdeckung selbst. Es mag an der Not liegen, die viele heute in unvorsehbaren Formen trifft, dass altbewährte Verhaltensweisen nicht mehr allgemein gelten.

Fraglos besteht aber hierzulande noch gegenüber Methoden, die nicht frei publiziert werden — ein gewisses Misstrauen — was zur Folge hat, dass die Fachleute skeptisch beiseite stehen. Oder sollte es anders sein? Das Wort ist frei.

Nachdem dies schon gesetzt war, kam uns die Nachricht vom Hinschied des Herrn Trachtenberg, eines gebürtigen Russen, der Ende Oktober einer Herzattacke erlegen ist, zur Kenntnis. *Red.*

*

Wir Lehrer haben die Pflicht, alles zu prüfen und eventuell im Unterricht zu verwenden, wenn es für die Schüler eine Erleichterung des Lernens darstellt. Das Problem, *was* die Schüler lernen oder nicht lernen sollen, wird hier von mir nicht behandelt.

Nachdem ich von der Rechenmethode Trachtenberg gehört und in der Schweizer Illustrierten und andern Zeitungen davon gelesen hatte, setzte ich mich mit Herrn Trachtenberg in Verbindung. Ich liess mir einige seiner Privatschüler vorführen. Ihre Leistungen verblüfften mich. Hierauf nahm ich bei Herrn Trachtenberg Stunden, um diese Rechenmethoden genau ergründen zu können. Ich möchte betonen, dasse es sich um *fixierendes Kopfrechnen* handelt.

Erst dann wagte ich es, meine Schüler, im Einverständnis von Herrn Trachtenberg, nach seinen Methoden zu unterrichten.

Ich führe eine sogenannte Werkklasse (Versuchsklasse). Die 28 Schüler stehen im 8. Schuljahr und sind durchschnittlich 14—15 Jahre alt. Sie sind vorwiegend *schlechte* Rechner. In der Stadt Zürich werden die Schüler für die Werkklassen ein wenig ausgewählt, währenddem wir in Winterthur alle Schüler zu nehmen haben, welche laut Zeugnis das Lehrziel der 6. Klasse erreicht haben und die Sekundarschule nicht besuchen können. Entlastet sind wir nur noch von den paar wenigen Schülern, die freiwillig die 6. Klasse repetieren, und den Repetenten, welche am Ende der 6. Klasse definitiv erklären, nur noch ein Jahr in die Schule gehen zu wollen. Diese Schüler können die einzige Abschlussklasse der Stadt Winterthur besuchen, sofern es dort noch Platz hat; diese Abschlussklasse kann nur 24 Schüler aufnehmen. Es ist nach dem eben Gesagten nicht verwunderlich, dass in den Werkklassen auch schlechte Rechner zu finden sind. So habe ich in der ersten Klasse verschiedentlich eine 3, ja sogar 2—3 ins Zeugnis setzen müssen. Um so erfreulicher für die Erfolge der Werkklassen ist die Tatsache, dass z. B. in meiner Klasse eine Schülerin sitzt, die freiwillig die Werkklasse, anstatt der ihr offen gestandenen Sekundarschule besucht, und dass ich eine Reihe von Schülern habe, die jetzt freiwillig im 9., eine Schülerin sogar im 10. Schuljahr stehen. Wenn die Eltern und ihre Kinder nicht das Gefühl hätten, in den Werkklassen könne man noch viel lernen, hätten wir sicher nicht so viele freiwillige Schüler.

Erstaunlich sind nun die Erfolge, welche die Schüler mit der Methode Trachtenberg im Rechnen erreicht haben. Sie haben bis jetzt 12 Rechenstunden nach der neuen Methode erhalten. (Meistens waren es halbstündige Lektionen.)

Sie können nun ehemals schriftliche Vervielfachungsaufgaben im Kopfe ausrechnen und beherrschen auch schon die Anfangskenntnisse seiner Divisionsart. *Beliebig grosse* Zahlen multiplizieren sie im Kopf, d. h. ohne Zwischenresultate aufzuschreiben, mit 3-, 4-, 5- usw. -stelligen Zahlen. Beliebig grosse Zahlen dividieren sie im Kopfe vorläufig durch 2stellige, bald auch durch 3-, 4stellige Zahlen.

Dazu haben sie einen der Trachtenbergschen Kontrollschlüssel gelernt, mit denen sie ihre Rechnungen sicher und sehr rasch auf Fehler nachprüfen.

Sie haben also in der *Rechenfertigkeit* grosse Fortschritte gemacht; dies ist aber nicht die Hauptsache. Viele Schüler haben ja oft Angst vor dem Rechnen. Ich habe gerade jetzt einen Schüler in der Klasse, der jahrelang am Morgen wegen der kommenden Rechnungsstunde weinte und wegen des Rechnens einen Hass auf die Schule hatte. Heute ist seine Angst vor dem Rechnen verschwunden. Er will nun plötzlich auch freiwillig nächstes Jahr die 3. Werkklasse besuchen. *Ich stelle bei allen Schülern eine Zunahme des Selbstvertrauens fest, und das halte ich als das wichtigste Ergebnis der Anwendung der Methoden Trachtenberg.*

Bevor ich mit der eigentlichen neuen Rechenmethode begann, habe ich einige Stunden lang das kleine Einmaleins repetiert; denn die Methode Trachtenberg beruht auf der Kenntnis und guten Beherrschung des kleinen Einmaleins. Alle Leute sollten einmal erleben können, wie unsicher und langsam ein Teil unserer Schüler nach 7 Schuljahren in der Beherrschung des kleinen Einmaleins ist. Wer das einmal untersucht hat, findet es nun wirklich übertrieben, wenn dafür in unsern Rechenbüchern «moderne, interessante» Rechenaufgaben stehen, die die Schüler ohne lange Erklärung des Lehrers selber nicht lösen können; auch den meisten Erwachsenen ginge es nicht besser. Ich erinnere mich in dem Zusammenhang an eine Äusserung des Radioreporters Heiner Gautschi aus New York, welcher in der Sendung «Echo der Zeit» vom 28. Mai 1951 vom Alpdruck einer bestimmten Rechenaufgabe aus seiner Schulzeit berichtete, den er bis heute nicht hätte vergessen können. Stoffabbau auch im Rechnen, vereinfachen der Rechenaufgaben, üben der Grundrechnungsarten und *vereinfachen der Rechnungsmethoden* wäre nach meiner Meinung als Fortschritt zu bezeichnen.

Bei den bessern Schülern konnte ich beobachten, dass sie das Ergebnis einer Multiplikation im Zahlenraum des kleinen Einmaleins, und auf das wird die ganze Rechnerei vereinfacht, blitzschnell im Kopfe fanden, ohne eigentlich zu rechnen. Das kleine Einmaleins ist bei ihnen scheinbar schon ganz eingeschliffen oder automatisiert.

Auch stellt die neue Methode eine glänzende Konzentrationsschulung dar, was unsere heutigen zerfahrenen und flüchtigen Schüler besonders nötig haben. Die Trachtenbergschen Methoden gewöhnen die Kinder zur Konzentration, was sich auch auf andere Fächer auswirkt.

Bei längerem Unterricht nach dieser Methode sind nach den bisherigen Ergebnissen noch weitere günstige Ergebnisse zu erwarten. Wenn einmal die Schüler jahrelang nach dieser Methode unterrichtet worden sind, wird man viele Stunden, die man heute für das Rechnen nach der alten Art verwenden muss, für etwas anderes verwenden können.

Sollten diese Zeilen dazu führen, dass Versuche mit dieser Methode auf breiterer Basis durchgeführt werden, haben sie ihren Zweck erfüllt.

*

Zum Schluss folgen noch einige Beispiele, die nach der neuen Art im Kopf gerechnet wurden:

Fixierendes Kopfrechnen:

$$\frac{658'749 \times 783}{\underline{515\,800\,467}}$$

$$78\,436\,948 : 94 = \underline{834\,435}$$

58 Rest

$$\frac{645^2}{\underline{416\,025}}$$

$$\sqrt{678\,349} = 823$$

Rest 1020

Begonnene Addition: Es ist gleichgültig, mit welcher Kolonne der Addition man beginnt. Dabei muss man nie über 11 hinaus zusammenzählen.

48 768
32 498
76 543
9 584
84 265
526
79 604
54
8 763
24 584
3.5.8.

Werner Huber

Zur Gründung einer Lehrergewerkschaft

Wie die Schweizer Presse auf Grund einer Agenturmeldung mit und ohne Kommentare meldete, hat die *Société pédagogique Neuchâteloise* (SPN) am 3. November 1951 in Neuchâtel, anlässlich der ordentlichen Jahresversammlung, mit ungefähr Zweidrittelmehrheit beschlossen, den bisherigen kantonalen Primarlehrerverein in eine Sektion der Gewerkschaft des «*Verbandes des Personals öffentlicher Dienste*» (VPOD) umzuwandeln. Die Vereinigung der Lehrer an Mittel- und Hochschulen hat als *Section de Neuchâtel de la VPOD du Corps enseignant secondaire et supérieur* diesen Anschluss schon im Herbst 1950 vollzogen.

Wenn die Presse meldet, die *Sekundarlehrer* hätten sich schon früher dem Syndikat angeschlossen, so ist das nach deutschschweizerischem Sprachgebrauch unrichtig. Es handelt sich um die Lehrer der *Mittelschulen* (Gymnasien usw.). Der Schultypus der Sekundar- bzw. Bezirks- oder Realschule, der als erhöhter Typus der «Volksschule» im alemannischen Sprachgebiet besteht, findet sich im Welschland nur im Berner Jura.

Es ist schon aufgefallen, dass der Übergang zum Syndikalismus, den nun in Neuchâtel auch die Primarlehrer vollzogen haben, bei diesen letzteren viel mühsamer vor sich ging und nicht ohne ziemliche Opposition. Ist der Mittelschullehrer da und dort eher dazu geneigt, sich als Spezialisten zu betrachten, als «Fachmann» im engeren Sinne des Wortes, und nicht in erster Linie als berufener Volksbildner? So wenigstens könnte man erklären, dass der rein gewerkschaftlichen Organisation gegenüber weniger Widerstand bestand als bei den Primarlehrern, nachdem die wirtschaftliche Lage zu wünschen übrig lässt — was im besagten Kanton wirklich der Fall ist.

Über die *Vorgeschichte* dieses ersten syndikalistischen Übertritts einer ganzen kantonalen Volksschullehrerschaft sind die Leser der SLZ schon mehrmals orientiert worden (SLZ 21, 24, 28/29 1951). Es geschah dies, weil sich im vorliegenden Fall eine *neue* — nach unserer Auffassung *abzulehnende* — Organisationsform der Gesamtlehrerschaft eines Schulhoheitsgebietes abzeichnet. Ein solcher Vorgang bedingt Information und sorgfältige Beachtung. Er interessiert hier aber lediglich als Schulbeispiel, — allerdings eines, das nicht «Schule machen» sollte, weil es, auf weite Sicht betrachtet, den echten Interessen der Lehrerschaft u. E. nicht dienen kann.

Nachdem im letzten Sommer in Auvernier anlässlich einer ausserordentlichen kantonalen Versammlung dem Anschluss an die VPOD mehrheitlich zugestimmt wurde, folgte eine Urabstimmung. Sie ging sehr schleppend vor sich. Der Termin musste mehrfach verlängert werden. Schliesslich haben von 427 Lehrpersonen 224 dem Anschluss zugestimmt (54 %); 13 waren schon Mitglieder des VPOD, 130 lehnten den Übertritt ab, 66 haben trotz aller Mahnungen nicht geantwortet. Im Kreis Locle stimmten 78 % für den Beitritt (Maximum), im Val de Travers 17 % (Minimum), in der Stadt Neuchâtel 49 %. Die Stimmzettel wurden auf Wunsch des kantonalen Vorstandes vom Präsidenten der SPR kontrolliert, ein Symptom dafür, dass der Vorstand selbst der Auffassung ist, dass man ihn in der Angelegenheit als befangen einschätzt. Sein Vorgehen hinterliess für den Beobachter den Eindruck, dass er fest entschlossen war, seine Anträge auch gegen gewichtige Widerstände unverzüglich durchzusetzen.

Haupttraktandum der entscheidenden Jahresversammlung war die *Statutenrevision*. Eine Diskussion der Beschlüsse von Auvernier wurde in der eine Woche vor der Versammlung im «Educateur» erschienenen Einladung zum vorneherein abgelehnt. Das Kernstück der Revision war ein Antrag, wonach ab 1. Dezember 1951 in die SPN, also in den kantonalen Lehrerverein, nur noch aufgenommen werden könne, wer vorher sich unterschriftlich verpflichtet, Einzelmitglied des VPOD zu werden. (Der VPOD nimmt statutengemäss nur Einzelmitglieder und keine kollektiven Gruppen als solche auf.) Die kantonale Primarlehrerschaft wird nun, nachdem diese Statutenänderung angenommen wurde, in verschiedene Gruppen aufgespaltet: 1. in sozusagen «reguläre» Mitglieder, die beiden Verbänden angehören; diese allein können den Vorstand wählen, denn er muss der Sektion VPOD angehören; 2. in (mit der Zeit aussterbende) Mitglieder, die nur der SPN angehören wollen (und damit um wohlerworbene Rechte kommen); 3. eventuell in solche, die *nur* dem VPOD angehören wollen. (Der VPOD lehnt es nach seinen Statuten ab, solche zu veranlassen, sich der SPN anzuschliessen.) Schliesslich wird es 4. nach dem 1. Dezember 1951 wohl Lehrpersonen geben, die sich weigern, die Einzelmitgliedschaft zum VPOD zu unterschreiben, wodurch sie aus dem kantonalen Lehrerverein ausgeschlossen bleiben. Niemand kann sie aber hindern, einmal einen neuen kantonalen Lehrerverein zu gründen.

Die Lehrerschaft der meisten Kantone hat sich bei Gelegenheit mit Beamten und ähnlichen Gruppen jeweils zusammengeschlossen, um Lohnregulative u. ä. gemeinsam durchzusetzen. Das ist vollkommen in Ordnung. Arbeitnehmervereine erhalten durch Zusammenschlüsse mehr Gewicht und Einfluss. Doch sind solche Aktionen auf den engen Bereich materieller Forderungen, Lohn, Pension usw., beschränkt. Etwas anderes aber ist es, wenn eine kantonale Lehrerschaft, und dazu mit ausdrücklichem Ausschluss aller nicht syndikalistisch eingestellter Kollegen, sich in erster Linie als Sektion einer grossen Gewerkschaft bezeichnet, damit einer Koalition angehört, die, obschon theoretisch und statutengemäss politisch neutral, in der praktischen Politik doch als parteipolitisch geleitet gilt.

Der Rechtsberater der SPN, M. Barrelet, hatte in seinem Rechtsgutachten festgestellt (Educateur 18, 1951), dass die SPN und die SPR statutengemäss in *erster* Linie *kulturelle* Ziele haben, wie Verbesserung des öffentlichen Unterrichts, die Vervollkommnung der allgemeinen Bildung (culture générale) und nur in *zweiter* Linie gewerkschaftliche Ziele für ihre Mitglieder. Anderseits sei das ideale Ziel des VPOD: «*principalement la défense des intérêts économiques de ses membres*». Die Unterstellung der SPN unter den VPOD als Sektion stellt somit die Verteidigung der ökonomischen Interessen in erste Linie und kehrt damit die traditionellen Verhältnisse um. Die SPN ist nur noch sekundäres Anhängsel. Für Uhrenmacher oder Bauarbeiter und tausend andere Betätigungszweige wird die totale Gewerkschaft die gegebene Koalitionseinteilung sein. In unsern Verhältnissen eignet sie sich aber nicht für den Stand des Volkserziehers.

In rechtsstehenden Organen wird denn auch der beschriebene Anschluss mit einem kollektiven Übergang der Lehrerschaft zur Sozialdemokratischen Partei identifiziert. Anderseits begrüsst der «Vorwärts» die Neuerung als «die Konzentration der Kräfte im grossen Verband des VPOD».

Kein Wort gegen die Gewerkschaften! Sie sind notwendige Kräftekonzentrationen gegen andere ebenso konkrete Interessenvertretungen. Es ist Sache der Gewerkschaften, sich politisch nach ihrem Behagen einzurichten. Der Lehrer der allgemeinen Volksschule aber muss sich *persönlich* innerhalb des Rahmens der freiheitlichen Demokratie politisch unbehindert entscheiden können, und die *Verbände* der Lehrer sind parteipolitisch streng neutral zu führen. Die Einflusssphäre der Lehrer zugunsten der allgemeinen Schule des ganzen Volkes und für ihre Standesinteressen darf nicht einmal durch den Schein einseitiger Parteinahme vermindert werden.

Beschlüsse wie jener in Neuchâtel führen nicht nur Zersplitterung in den Verbänden herbei. Auf längere Frist gesehen, öffnen sie einem subventionierten Privatschulwesen die Tore. Es gibt — rein materiell gesehen — keine Einrichtung, die Ansprüche und Stellung der Lehrer mehr schwächen kann als die allgemeine Errichtung sich konkurrenzierender Schulen. Man frage z. B. in Holland nach.

Doch sind auch diese Gefahren untergeordneter Natur gegenüber jenen, die in Behinderungen und Voreingenommenheiten liegen, wenn der Stand der Volkserzieher sich als Ganzes parteipolitischer Klassifizierung aussetzt. Die Bildungsaufgabe kann nur erfüllt werden, wenn ihre Träger grundsätzlich im Vertrauen des ganzen Volkes stehen. Politisch gesehen heisst das, dass die Interessen von Schule und Lehrerschaft von den Lehrern selbst wie von den Freunden der Schule in allen Parteien und Kreisen in parteipolitischer Unabhängigkeit zur Geltung gebracht werden sollen und kein Votum mit dem Hinweis auf einseitige Bindung der Lehrerschaft entwertet werden kann. Die neutrale Schule erfordert neutrale Lehrervereine, sobald es sich um die gültige Vertretung lokaler, kantonaler oder regionalschweizerischer Angelegenheiten handelt. Das liegt in ihrem Wesen und sollte nie um den Wert höchst problematischer Gewinne aufgegeben werden*). *Sn.*

Kurse

Jugend und Film

Schmalfilmtagung, veranstaltet von der Film-Information, der Filmgilde sowie der Schweizerischen Gesellschaft für Filmologie, am 21./22. November 1951, im Kunstgewerbemuseum, Zürich.

Erstes provisorisches Programm

Mittwoch, den 21. November 1951, 15.30 Uhr: Referat Prof. Dr. Pool über den «Unterrichtsfilm» mit eventuellen praktischen Demonstrationen mit einigen Schulklassen. Einladungen: Presse, Elternkreise usw. *20.00 Uhr: Referat Redaktor Mogge, Köln,* über seine praktische Filmarbeit mit Jugendlichen. Nach dem Referat: *Filmprogramm* für Jugendliche (bis ca. 18 Jahre).

Donnerstag, den 22. November 1951, 10.00 Uhr: Einführung in das Filmen durch einen Fachmann (16 mm). Ausstellung der in der Schweiz zur Verfügung stehenden Apparaturen, Kameras, Vorführwände, Rohmaterialien usw. *15.00 Uhr: Referat: Prof. Brinkmann* über «Psychologische Einwirkungen des Films auf Jugendliche». Den Teilnehmern, Lehrern, Erziehern, Pfarrern, Jugendsekretären und in der Jugendarbeit stehenden Personen, soll in einer an das Referat anschliessenden Diskussion Gelegenheit gegeben werden, sich über die bereits gemachten praktischen Erfahrungen von Kollegen zu informieren. Eventuell können auch kurze Amateurfilme gezeigt werden, welche für Lehrzwecke von Teilnehmern selbst hergestellt wurden. Behandlung folgender Themen: Welche Möglichkeit hat der Einsatz von Filmen in der Jugendarbeit? Dokumentar- oder Spielfilm? Was eignet sich für welches Alter? Soll der Film nur belehrende Unterhaltung sein? Dabei sollen möglichst gegensätzliche Filme gezeigt werden, um das «falsch» oder «richtig» klar darzustellen. Auch Filme aus der Lehrarbeit in Frankreich, England, Amerika usw. sollen zur Vorführung kommen, um damit die diesbezügliche Arbeit der verschiedenen Länder kennenzulernen. *20.00 Uhr: Spielfilmprogramm für Jugendliche.*

Die ganze Veranstaltung soll dem «unkommerziellen» 16-mm-Film dienen und einen kurzen Überblick über die Möglichkeiten geben, die der Einsatz des Filmes in der Jugendarbeit bietet.

Film-Information.
Filmgilde.
Schweizerische Gesellschaft für Filmologie.

Akademie für Philosophie / Académie de Philosophie (Internationale Gesellschaft für universelle Kultur und Zusammenarbeit)

3. *Jahrestagung* in Zusammenarbeit mit der Sektion für Erziehung und Wiederaufbau der schweizerischen nationalen UNESCO-Kommission, Bern, den 24. und 25. November 1951, im Hörsaal 31 der Universität.

Vorträge über Sinn und Geist der Menschenrechte (Religion, Philosophie, Pädagogik, Jurisprudenz und Nationalökonomie zum Problem der Menschenrechte). — Für Studierende und weitere Interessenten werden 50 Freikarten reserviert und auf vorheriges, kurz begründetes Gesuch abgegeben.

Korrespondenz und Anfragen bezüglich Teilnahme, Unterkunft usw. sind zu richten an das Sekretariat. Adresse: Sekretariat der internationalen Akademie für Philosophie, Bern 16 (Burgernziel), Postfach 52, Schweiz.

Kleine Mitteilungen

Ausstellung schweizerischer Lehrmittel für die Volksschule im Bärenfelserhof, Basel, Petersgraben 35, I. und II. Stock. Geöffnet vom 14.—28. November, werktags von 10—12 und 15—19 Uhr.

Die Vereinigung kantonaler und kommunaler Lehrmittelverwalter sowie private Verleger haben eine Schau schweizerischer Lehrmittel zusammengestellt. Darin kommt das Bestreben zum Ausdruck, Lehrmittel zu schaffen, die den Schülern und Lehrern Freude bereiten. Sie zeigt zugleich, in welchem Umfang seit dem ersten Weltkrieg ausländische Schulbücher durch gute schweizerische Lehrmittel ersetzt worden sind.

*) Indessen ist der Bericht des Educateur (Nr. 39) über die Versammlung eingegangen. Danach nahm nur ein Drittel der kantonalen Mitglieder an der Versammlung teil. Der neue Jahresbeitrag (*ohne* die Beiträge an die lokalen Sektionen und die SPR) ist auf *Fr. 78.–* — in Worten: Franken *achtundsiebzig!* — festgesetzt worden. Auch die Nichtmitglieder des VPOD müssen ihn zahlen. Nur geht er in einen besonderen Fonds «zur Verteidigung materieller Interessen».

Es sei hier nochmals betont, dass die obige Darstellung und die Vorberichte *ausschliesslich grundsätzlichen Charakter* haben und dass sie nicht, wie irrtümlich vermutet wurde, in irgendwelcher Beziehung zur Opposition in Neuchâtel stehen. Diese ist uns personell vollkommen unbekannt.

Schulfunk

Erstes Datum jeweilen Morgensendung (10.20—10.50 Uhr).
Zweites Datum Wiederholung am Nachmittag (15.20—15.50 Uhr).

20. November, 18.45—19.15 Uhr. **Ein Wort zum Sport.** Sendung für *Fortbildungsschüler*, in der Jürg Wartenweiler, Professor an der ETH Zürich, zusammen mit Dr. med. Hans Ulrich Buff über den Sport reden wird.

22. November /30. November. **Winter in Grönland.** Hans Rudolf Katz, Zürich, der den Grönland-Winter selber miterlebte, wird von seinen Erlebnissen berichten. Zur Vorbereitung der Sendung ist es nötig, dass die Schüler über die Erdstellung im Sommer und Winter und über die Situation am nördlichen Polarkreis im Bild sind.

Bücherschau

Jean Humbert: **Guerre aux germanismes!** Pro Schola, Lausanne 1951. 24 S. Geh. Fr. 1.20 (Klassenpreis Fr. 1.—).

Das vorliegende Arbeitsheft enthält 43 Einsatz-, Übersetzungs- und Umformungsübungen. Der Schüler schreibt die Lösungen gerade in die vorlinierten (5 mm hohen) Zeilen. Beispiele: Substituez au pointillé la préposition requise: 1. Cette année, les vacances pascales commencent ... mars. 2. Aimez-vous les croûtes ... morilles? usw. Traduisez les phrases suivantes: 1. Er ist vor zwölf Jahren gestorben = ... 2. Ich glaube es Ihnen = ... usw. Ce texte contient des germanismes; repérez-les et corrigez-les: 1. J'attends sur vous dans la chambre à manger = ... 2. Cela amènera de l'eau sur le moulin de vos détracteurs = ... Das Arbeitsheft eignet sich für höhere Mittelschulklassen; für den Selbstunterricht wäre ein Schlüssel dazu erwünscht. *T. M.*

Schweizerischer Lehrerverein

Sekretariat: Beckenhofstrasse 31, Zürich; Telephon 28 08 95
Schweiz. Lehrerkrankenkasse Telephon 26 11 05
Postadresse: Postfach Zürich 35

Pestalozzi-Kalender 1952

Dieser beliebte Kalender, von der «Pro Juventute» herausgegeben, wird wieder ungezählten Knaben und Mädchen ein lieber Begleiter sein. Auf seinen 500 Seiten bietet er viel Wissenswertes, Anregungen und Anleitungen zum Basteln, praktische tabellarische Zusammenstellungen, Unterrichts- und Lernhilfen und reichlich Raum für eigene Eintragungen. In seiner Art unübertroffen, wird er überdies erstaunlich billig abgegeben.

Der Pestalozzi-Kalender will Eltern und Lehrer in ihrer Erziehungsarbeit unterstützen, den Kindern ein guter Freund, Berater und Helfer sein. Wir dürfen es sehr wohl verantworten, unsern Schülern die Anschaffung des vortrefflichen Werkleins, das für Knaben und Mädchen in gesonderten Ausgaben erscheint, zu empfehlen.

Hans Egg, Präsident des SLV.

Schriftleitung: Dr. Martin Simmen, Luzern; Dr. Willi Vogt, Zürich; Büro: Beckenhofstr. 31, Zürich 6. Postfach Zürich 35. Tel. 28 08 95. Administration: Zürich 4, Stauffacherquai 36. Postfach Hauptpost. Telephon 23 77 44. Postcheckkonto VIII 889.

Offene Lehrstelle

An der **Primarschule Muttenz** ist durch die Schaffung einer neuen Klasse auf Schulanfang 1952 eine

Lehrstelle

neu zu besetzen.

Besoldung: Die gesetzliche plus Teuerungs- und Ortszulage.

Erfordernisse: Bewerber müssen im Besitze des Basellandschaftlichen Wahlfähigkeitsausweises sein.

Handschriftliche Anmeldungen sind zu richten, mit Beilage eines Arztzeugnisses und der erforderlichen Ausweise, bis zum 15. Dezember 1951 an die Realschulpflege Muttenz. 375

Muttenz, den 8. November 1951. **Die Realschulpflege.**

Die **Erziehungsanstalt Bernrain-Kreuzlingen** sucht 379

Lehrerin oder Lehrer

für die Unterschule. Günstige Anstellungsverhältnisse

Die Heimleitung.

Auf Frühjahr 1952 sind an der Primarschule Reinach (Baselland) 377

zwei Lehrstellen

der Unterstufe neu zu besetzen. — Lehrer und Lehrerinnen belieben sich bis Ende November 1951 unter Beilage von Ausweisen beim Präsidenten der Schulpflege, A. Feigenwinter, schriftlich zu melden.

Reinach, den 12. November 1951. **Die Schulpflege.**

Stellenausschreibung

Auf Beginn des Schuljahres 1952/53 werden an der **Primarschule Arbon** zufolge grösserer Schülerzahlen

zwei Lehrstellen

zur Besetzung frei.

Bewerbungen sind unter Beilage der Fähigkeitsausweise und eventueller Inspektionsberichte mit Angabe des Alters und der bisherigen Tätigkeit bis spätestens 24. November 1951 an das Schulsekretariat Arbon zu richten. Gültige Stundenpläne der jetzigen Lehrstellen sind beizufügen. Persönliche Besuche bitten wir zu unterlassen.

Anstellungsverhältnisse gemäss Dienst- und Gehaltsordnung zuzüglich Teuerungszulagen. Aufnahme in die städtische Pensionskasse nach vorangegangener ärztlicher Untersuchung und Befund. 371

Arbon, den 7. November 1951. **Schulsekretariat Arbon.**

Infolge Anstellung einer weiteren Lehrkraft wird auf Beginn des Schuljahres 1952/53 die Stelle eines

Primarlehrers

an die 2. und 3. Klasse zur Besetzung ausgeschrieben. Bewerber reformierter Konfession sind gebeten, ihre Anmeldung **bis 30. November 1951** an den Präsidenten der Schulpflege **Zunzgen**, Baselland, zu richten, nebst den üblichen Ausweisen. 363

Die Besoldungsverhältnisse und der Beitritt zur Pensionskasse sind gesetzlich geregelt.

Zunzgen (Baselland), 31. Oktober 1951.

Die Schulpflege.

MISE AU CONCOURS

La Commission scolaire du Locle met au concours un poste de P 253-55 N

professeur de la langue anglaise

aux Ecoles secondaire et de commerce. Ce poste pourra être complété éventuellement par quelques leçons d'allemand. 366

Titres exigés: Licence ès lettres de l'Université de Neuchâtel ou titre équivalent, certificats d'aptitude pédagogique et de stage.

Traitement: Légal.

Entrée en fonction: Le plus vite possible.

Pour tous renseignements, s'adresser à la Direction des Ecoles secondaire et de commerce.

Les postulations, accompagnées du certificat médical exigé par la loi et de toutes pièces utiles, seront envoyées à M. **Jean Pellaton**, président de la Commission scolaire, jusqu'au samedi, 24 novembre 1951.

S'inscrire aussi au Département de l'Instruction publique, à Neuchâtel.

Mädchen-
Primar- und Sekundarschule Baselstadt

Auf den Beginn des Schuljahres 1952/53 sind an der Mädchenprimar- und Sekundarschule zu besetzen:

a) mehrere Lehrstellen an der Unterstufe (1. bis 4. Schuljahr)

b) 1 bis 2 Lehrstellen an der Oberstufe (5. bis 8. Schuljahr)

Bewerber für die Unterstufe müssen im Besitz eines Primarlehrerdiploms sein. Sofern sie nicht mindestens 2 Jahre in fester Anstellung tätig waren, kommt zunächst nur eine Anstellung als Vikar mit festem Pensum (Verweser) in Betracht.

Für eine Anstellung an der Oberstufe kommen Primarlehrer in Betracht, die mehrere Jahre an Primarklassen in fester Anstellung tätig waren, oder aber Bewerber mit einem Mittellehrerpatent, sofern sie imstande sind, in allen Hauptfächern an einer Mädchenklasse der Oberstufe zu unterrichten.

Für eine der Lehrstellen an der Unterstufe wird eine Lehrkraft mit Turnlehrerdiplom gesucht; für die Oberstufe eine solche, die Singen, eventuell auch Zeichnen erteilen kann.

Dem Anmeldungsschreiben sollen ein handgeschriebener Lebenslauf sowie ein kurzer Hinweis auf die Berufsauffassung des Bewerbers beigelegt werden, ebenso Diplome oder deren beglaubigte Abschriften und Ausweise über bisherige Tätigkeit.

Die Besoldungs- und Pensionsverhältnisse sowie die Witwen- und Waisenversicherung sind gesetzlich geregelt. 374

Die Anmeldungen sind bis zum 24. November 1951 dem Rektor der Mädchenprimar- und Sekundarschule, Hrn. Dr. Hans Stricker, Münsterplatz 17, einzureichen.

Basel, 7. November 1951.

Erziehungsdepartement Basel-Stadt.

Offene Lehrstelle an der Kantonsschule Schaffhausen

An der Kantonsschule Schaffhausen ist infolge Hinschiedes des bisherigen Inhabers auf **Beginn des Schuljahres 1952/53** die Stelle eines 378

Lehrers für Deutsch im Hauptamt

wieder zu besetzen.

Die Unterrichtsverpflichtung zur Erreichung der gesetzlichen Besoldung von Fr. 7600.— beträgt 26 normale Wochenstunden. Mit Beginn des 4. Dienstjahres wird eine Dienstzulage von Fr. 200.— jährlich bis zum Maximum von Fr. 2200.— ausgerichtet. Auswärtige Dienstjahre werden angerechnet. Die Teuerungszulage beträgt 55 %. Der Regierungsrat hat dem Grossen Rat die Erhöhung der Teuerungszulagen beantragt.

Bewerber, welche das schweizerische Mittelschullehrerdiplom besitzen, wollen ihre Anmeldung unter Beilage ihrer Ausweise (die auch über die Befähigung zum Unterrichten in anderen Fächern erschöpfend Auskunft geben sollen), einer übersichtlichen Darlegung ihres Bildungsganges sowie der Zeugnisse über allfällige praktische Lehrtätigkeit bis zum **8. Dezember 1951** an die Erziehungsdirektion des Kantons Schaffhausen einreichen.

Schaffhausen, den 10. November 1951.

Der Sekretär der Erziehungsdirektion:
Paul Rahm.

Exotik

KULTURFILM VERLEIH ZÜRICH

E. Weckerle
Albisstrasse 27 Tel. (051) 45 10 65

empfiehlt sich für Lieferung von auserwählten

Kulturfilmprogrammen

für ganze Schulen

Einige besonders interessante Filme aus der **Schmalfilm-Liste**

Chile, das gesegnete Andenland
Kongo
Rund um das blaue Mittelmeer
Nordamerika — einmal anders
Unter Pinguinen und Robben
Siam — gestern und heute
Nepal — verbotenes Land
Zürich—Singapore im Auto

Verlangen Sie den ausführlichen Prospekt

Schulverwaltung der Stadt St. Gallen.

An den Schulen der Stadt St. Gallen ist auf Beginn des Schuljahres 1952/53 ein 372

Lehrauftrag für orthopädisches Turnen

zu vergeben (4 Nachmittage zu je 3 Stunden).
Bewerber und Bewerberinnen, die sich über Befähigung für diese Aufgabe ausweisen können, sind gebeten, ihre Anmeldungen dem Schulsekretariat der Stadt St. Gallen, Kirchgasse 15, bis spätestens Samstag, den 1. Dezember 1951 einzureichen. P 68777 G

St. Gallen, den 8. November 1951. **Das Schulsekretariat.**

Katholische stramme Tochter aus sehr guten Verhältnissen sucht

★ Bekanntschaft ★ 370

m. Hrn. i. gesetzt. Alter. Strengste Diskr. - Nur seriöse Zuschriften unt. Chiff. **PZ 7634** an **Gustav Pfister AG.**, Annoncen, **Winterthur 1.**

Umstände halber günstig zu verkaufen

neuer Vervielfältigungs-Apparat «ORMIG»

Adresse unter Chiffre SL 373 Z an die Administration der Schweiz. Lehrerzeitung, Postfach Zürich 1

Cembalo und Spinett
(Kofferspinett)
für stilgerechtes Musizieren, die idealen Begleitinstrumente für Blockflöte liefert sehr preiswert

O. Rindlisbacher, Zürich 3
Schweighofstrasse 403 Tel. 33 47 56
Dubsstrasse 23 Tel. 33 49 98

Zuverlässige, erfolgreiche

Ehevermittlung

durch **Frau G. M. Burgunder** a. Lehrerin
Postfach 17 Langenthal

OFA 6577 B

Sabel
PIANOFABRIK AG
RORSCHACH Tel. (071) 4 14 67

DARLEHEN
ohne Bürgen

Keine komplizierten Formalitäten. — Kein Kosten-Vorschuss. Vertrauenswürdige Bedingungen. Diskretion. — Prompte Antwort.

Bank Prokredit, Zürich
St. Peterstr. 16 OFA 19 L

MONTANA Hotel Pension Helvétia

Cuisine abondante. Situation idéale. Maison confortable.
Familie Ls. Rey — Tél. 5 21 77

VALBELLA / Sartons (GR) **Skihaus Sartons**
Telephon (081) 4 21 93 1667 m ü. M.

Bestgeeignetes Haus zur Durchführung von Kursen und Lagern in schönster Lage der Lenzerheide. Nähe Funi und Skilift. Gute Verpflegung bei bescheidenen Preisen. Für Januar und März Preisreduktion. — Mit höflicher Empfehlung Fam. **Ernst Schwarz.**

Wieder lieferbar

Redis
für Schrift u. Zeichnung
Heintze & Blanckertz Frankfurt/M
mit kombiniertem Tinten-Tank

Bezugsquellen-Nachweis: Waser & Cie., Zürich 1 . Löwenstrasse 35a

---

Vor kurzem erschien:

PD Dr. Walter Staub

Allgemeine Wirtschafts- und Handelsgeographie

338 Seiten, zahlreiche Kärtchen und Tabellen. Leinen Fr. 11.80

Ernst Reinhardt Verlag AG · Basel

- warm
- heimelig
- praktisch
- preiswert

Thoblo

ist das **Schulmöbel** aus Holz. Feste und verstellbare Modelle. Verlangen Sie Prospekte und Offerten.

FERD. THOMA Möbelwerkstätten
gegr. 1868 Tel. (051 2 15 47 **JONA/SG**

Ihre Freunde im Ausland

schätzen es ganz speziell, auf Neujahr einen **Gaberell-Wandkalender** geschenkt zu erhalten!

Wenn Sie mit wenig Geld eine grosse Freude bereiten wollen, senden Sie einen **Gaberell-Wandkalender!** Mit unzähligen Dankschreiben können wir Ihnen dies beweisen.

In den Papeterien erhältlich.

JEAN GABERELL AG THALWIL
Photo- und Kalender-Verlag, Tel. 92 04 17

Clichés in jeder Technik

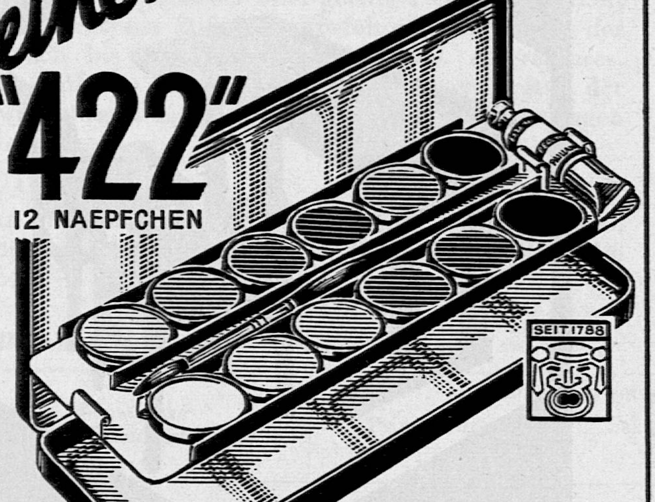
SCHWITTER A-G

Basel / Zürich

DECK U. AQUARELLFARBEN IN *einem* FARBKASTEN!

"422"

12 NAEPFCHEN



Herausnehmbarer Einsatz
Auswechselbare Naepfchen.
Diese sehr konzentrierten Farben sind leicht löslich und bis zu n Ende brauchbar.

J.M. PAILLARD

Erhältlich in Papeterien
Bezugsquellen-Nachweis durch WASER & Co, ZURICH

Der Schweizer Schülerhalter dem Schweizer Schüler

In allen Papeterien zu Fr. 20.— erhältlich

AG Fachschriften-Verlag & Buchdruckerei, Zürich

DER UNTERRICHTSFILM

Mitteilungen der Vereinigung schweizerischer Unterrichtsfilmstellen (VESU) . Unter Mitwirkung der Konferenz der kantonalen Erziehungsdirektoren

November 1951 2. Jahrgang . Nummer 4

Die sprachliche Förderung der Schüler im Zusammenhang mit dem biologischen Unterrichtsfilm

Zu den Zielen des Biologieunterrichts gehört neben dem Kennenlernen unserer lebenden Umwelt und ihren Formen und den Gesetzlichkeiten des Lebensgeschehens als etwas ebenso Wichtiges die Schulung des Beobachtens und Denkens und der Ausdrucksmöglichkeit des Geschauten. Auf dieses zuletzt genannte Teilziel seien die folgenden paar Gedanken gerichtet.

Wir suchen ja im Biologieunterricht die Ausdrucksmöglichkeiten der Schüler zu entwickeln und zu bereichern: den mündlichen und schriftlichen Bericht, den erzählenden oder bloss skizzierenden; die Zeichnung, die Skizze, das Schema, und gelegentlich die Plastik, das Modell oder die Heliographie (womit noch nicht alle Möglichkeiten erschöpft sind).

Von massgebender Seite wird aber besonders auf die Schulung des *sprachlichen* Ausdrucks hingewiesen als ein Hauptziel namentlich der höheren Mittelschule. «Lehrt sie in erster Linie Deutsch» wird uns zugerufen, und Prof. F. E. Lehmann sagte in seinem Vortrag vor der Vereinigung der Schweiz. Naturwissenschaftslehrer in Lausanne 1946*): «Es sollen die Schüler zu selbständigem, klarem und sauberem Denken erzogen werden. Ebenso wichtig ist eine schlichte und treffende Ausdrucksweise in Schrift, im Gespräch und in der freien Rede. Selbst unsere gutbegabten Studierenden empfinden es sehr stark, dass sie in dieser Hinsicht eine ungenügende Ausbildung erfahren haben.»

Es ist allerdings fast ein Kunststück, in der knappen, dem Biologieunterricht zur Verfügung stehenden Zeit genügend Gewicht auf die sprachlichen Ausdrucksmöglichkeiten zu legen, verlangt es doch intensive Arbeit mit jedem einzelnen Schüler. Hier gibt es keine Gruppenarbeit.

Bei dieser Schulung der sprachlichen Ausdrucksfähigkeit kann vielleicht der *Unterrichtsfilm* gelegentlich mithelfen. Zwei Beispiele mögen dartun, was gemeint ist:

In Klasse Tertia des Gymnasiums wurden die Farnpflanzen besprochen. Begriffe wie Sporen und Sporangien, Archegonien und Antheridien waren schon von den Moospflanzen her bekannt. Neu dazu kamen in diesem Kapitel die Sori und das Prothallium. Alles wurde am lebenden Material gezeigt und vieles nach Natur gezeichnet, einiges auch skizziert (Generationswechsel) und mit Lichtbildern ergänzt. Dann wurde der prachtvolle Film «Farne» vorgeführt. Zuerst einmal kommentarlos, denn es konnte nicht schwierig sein, anhand der eingestreuten Texte das Wesentliche zu verstehen. Zudem ermüden die Schüler weniger, wenn es in einem solchen Moment ganz still ist und keine akustischen Eindrücke auf sie lostrommeln.

*) «Erfahrungen im naturwissenschaftlichen Unterricht», 31. Jahrg., Nr. 6, S. 21—26, November 1946.

Nach einer kleinen Pause wurde der Film nochmals abschnittsweise gezeigt und diskutiert. Dabei hatten einzelne Schüler an der Leinwand zum laufenden Film zu reden.

Diese Übung erwies sich gegen meine Erwartung als sehr schwierig. Die verschiedenen zwar gut bekannten, aber offenbar noch zu wenig geläufigen Begriffe standen nicht rasch genug zur Verfügung. Ausserdem erwies sich der Wortschatz als arm und die Ausdrucksweise als schwerfällig.

Auf der Unterstufe, am Progymnasium, waren die Erfahrungen entsprechend. Natürlich wurde das Filmsujet der Altersstufe angepasst gewählt: Lawinenhunde bei ihrem Training des Aufsuchens im Schnee Verschütteter. Das Verhalten des Riechtieres sollte studiert werden. Trotz der leicht fasslichen, eindrücklichen Handlung stellten sich bei der «Reportage» Schwierigkeiten ein. Das Nicht-mehr-Nachkommen kann blockierend auf den Schüler wirken. Es ist wichtig, dass der Lehrer die Stunde ruhig führt und den Film anhält, wenn er dem Schüler helfen will.

Es ist gut, wenn wir uns der Schwierigkeiten des Schülers inne werden. Bei nicht zu hohen Erwartungen lassen sich bei einer solchen Filmübung einige Fortschritte erzielen, indem der Film unterbrochen und eine passende Formulierung gesucht wird, die dann in ihrer Anwendung erprobt wird bei der Wiederholung des zuletzt projizierten Filmstückes.

Solche Erfahrungen zeigen, dass der Unterrichtsfilm neben all den wertvollen sachlichen Einblicken in ein Naturgeschehen auch bei der sprachlichen Ausbildung mithelfen kann. Es sei zwar ausdrücklich betont, dass nicht an ein Reportertraining am Film gedacht ist. Solche Übungen, wie sie eben kurz erwähnt wurden, könnten eher dazu dienen, den Ausbildungsstand der Schüler aufzuzeigen, ihn an einer schweren Aufgabe zu messen. Sie geben uns Anlass nach geeigneten sprachlichen Übungen im Biologieunterricht zu suchen: z. B. die auf einen bestimmten Unterrichtsfilm gerichtete sprachliche Vorbereitung. Wie im fremdsprachlichen Unterricht, so wären auch hier gewisse Wendungen bereitzuhalten. Man wird mir vorwerfen, das führe zum Schematismus. Angesichts der überaus vielfältigen Ziele des Biologieunterrichts scheint mir diese Gefahr nicht drohend. Und das Deutsche ist uns ja Fremdsprache. Gerade in der Biologie erleben wir das recht oft. Es sei an die interessanten und nicht immer leichten Übersetzungsprobleme Mundart–Schriftsprache erinnert, die sich im Zusammenhang mit Ereignissen in der Natur ergeben.

Der Film kann also mithelfen, die Sprache als eines der wichtigsten Ausdrucksmittel im naturkundlichen Unterricht bewusst werden zu lassen, zu üben und zu feilen; sei es, dass wir mit fortgeschrittenen Klassen am Film üben, sei es, dass wir auf Grund der Erfahrungen am Film Übungen anstellen oder im Hinblick auf einen noch zu zeigenden Film sprachlich vorarbeiten.

W. Rytz, Burgdorf

Vereinfachung des Filmbezuges

Vor Jahresfrist hatte die VESU zur *Verbilligung* und *Vereinfachung* der Filmbezüge das Abonnement eingeführt. Es hat sich diese Einrichtung recht gut bewährt, und es ist vorgesehen, vom neuen Schuljahr (1952/53) an allen Mitgliedern den Bezug der Abonnemente dringendst zu empfehlen.

Neben der sicher begrüssten Verbilligung bringt das Abonnement sowohl den Filmbezügern als auch den Leihfilmstellen Vorteile, die wohl nicht ausser acht gelassen werden sollten.

Der normale Filmbezug bedingt gewöhnlich Rechnungsbeträge von ca. Fr. 3.80 für Miete, Porto und Verpackung. Da es leider vorkommt, dass Rechnungen nicht innert 30 Tagen bezahlt werden, muss gemahnt werden, eventuell mehrmals. Ergebnis: Antwort des Lehrers, die Rechnung werde von der Schulgutverwaltung bezahlt, man wende sich an diese. Die Schulgutsverwaltung aber antwortet, so kleine Beträge werden nicht angewiesen, man warte, bis mehrere Rechnungen aufgelaufen seien. Mit dem Abonnement kann sowohl die unliebsame Korrespondenz als auch der kleine Rechnungsbetrag vermieden werden. Mit der Bestellung, d. h. Einsendung des Gutscheines ist der Fall für den Lehrer und die Leihfilmstelle rechnerisch erledigt.

Dem Einwand, die *Gültigkeitsdauer* von einem Jahr sei zu kurz, wurde Rechnung getragen und diese auf *zwei Jahre* erhöht.

Zudem berechtigen Abonnementsgutscheine *Filmbezüge bei allen* der VESU angeschlossenen *Leihfilmstellen zu den gleichen Bedingungen*, anstatt des 50prozentigen Zuschlages für Mitglieder fremder Unterrichtsfilmstellen. Auch die Farbenfilme erfahren eine Verbilligung, indem diese nunmehr allgemein gegen zwei Gutscheine abgegeben werden.

Abonnementsbedingungen

10 Rollen innert 2 Jahren	Fr. 34.—
20 Rollen innert 2 Jahren	Fr. 62.—
30 Rollen innert 2 Jahren	Fr. 90.—

In diesen Preisen sind Porto und Verpackung inbegriffen.

Nichtmitglieder können nach wie vor zur Einführung Abonnemente beziehen, jedoch mit einem Zuschlag von 50% und nur einmal, während die Mitglieder ihre Abonnemente laufend erneuern können. *P.*

Leihweise Abgabe von Projektionsapparaten

Wiederholt haben Interessenten des Unterrichtsfilmes auf den Filmbezug verzichten müssen, da die Anschaffung eines eigenen Projektors aus finanziellen Gründen noch nicht möglich war. Um auch diesen Schulen die Verwendung des Unterrichtsfilmes zu ermöglichen, hat die SAFU einen Projektionsapparat zum Verleih bereitgestellt (Anschlußspannung 220 V). Lehrer, die von dieser Gelegenheit Gebrauch machen wollen, sind gebeten, sich an die *Leihfilmstelle der SAFU: Zürich 8, Falkenstrasse 14, Tel. 34 63 88, vormittags zwischen 8—11 Uhr*, oder an den technischen Leiter, Herrn A. Sigrist, Zürich 37, Wibichstr. 20, zu wenden, um sich über die Handhabung des Apparates zu orientieren. Anschliessend kann der Apparat zusammen mit bestellten Filmen in Anspruch genommen werden. Es wird pro Mietfall eine Leihmiete von Fr. 5.— in Rechnung gestellt, wozu noch die Versandspesen zu rechnen sind. Die Miete der Filme wird extra berechnet. Schulen, die den Apparat regelmässig zu benützen wünschen, sind zum Beitritt zur SAFU eingeladen, da der genannte Mietbetrag auf die Dauer nur an Mitglieder gewährt werden kann.

Bestellungen sind jeweils frühzeitig aufzugeben, und wenn immer möglich sind zwei Vorführungsdaten vorzusehen, damit der Apparat auf das zweitvorgesehene Datum geliefert werden kann, wenn er am erstgenannten Datum noch besetzt sein sollte.

Neue Filme?

Bis anhin haben wir fast in jeder Nummer unseres «Mitteilungsblattes» neue Filme angezeigt. Wenn in dieser Nummer keine Filme angezeigt werden, so nicht, weil keine in Vorbereitung wären, sondern weil ihre Bearbeitung noch nicht soweit fortgeschritten ist, dass sie schon zum Verleih freigegeben werden könnten.

Dieser Anlass möge aber doch nicht ungenützt verstreichen, und es sei statt eines Angebotes eine Umfrage geboten.

Sicher hat der eine oder andere Kollege beim Durchlesen der Beschreibung eines neuangebotenen Filmes vielleicht mit Enttäuschung festgestellt, dass leider der von ihm erwartete Film noch nicht zur Verfügung steht.

Wohl wählen die Leihfilmstellen die neuen Filme nicht planlos aus dem anwachsenden Angebot aus, sondern halten sich an einen Bedarfsplan. Wird aber dieser Bedarfsplan nicht durch ständige Anregung aus dem Kreise der den Unterrichtsfilm benützenden Lehrer ergänzt und erweitert, so besteht die Gefahr, dass er überholt wird und dringendere Wünsche, weil nicht bekannt, nicht berücksichtigt werden können. Es ergeht daher an alle Kolleginnen und Kollegen die dringende Bitte, ihre Filmwünsche den Leihfilmstellen immer wieder mitzuteilen, auf Lücken in den Verzeichnissen hinzuweisen. Nur durch ein engstes Zusammenspiel der Forderung der Lehrerschaft und dem Angebot der Leihfilmstellen kann jenes Maximum der Ausnützung der zur Verfügung stehenden Mittel erreicht werden, das oberste Forderung ist und bleiben muss.

Bei der Nennung der Wünsche sollte aber vom Antragsteller die Frage, ob der gewünschte Film wirklich eine Notwendigkeit ist, bereits entschieden sein. Gegenstände, die durch die wohlerprobten und durch die Erfahrung als wirklich geeignet befundenen Mittel ebensogut dem Schüler nahegebracht werden können, bedürfen keiner filmischen Darstellung. Nur wo der Film den herkömmlichen Unterrichtshilfsmitteln überlegen ist oder sein dürfte, sei die Forderung nach einem Film gestellt.

Die Mitglieder der einzelnen Filmstellen sind gebeten, ihre Wünsche der eigenen Filmstelle zuzustellen.

Internationale Arbeitsgemeinschaft für den Unterrichtsfilm

Der bereits anlässlich der Gründung (1950 in Interlaken) in Arbeit genommene Plan, Länderfilme im Austausch herzustellen, brachte für die Schweiz eine erste Wunschliste aus Österreich. *P.*

Redaktion des «Unterrichtsfilm»: Dr. G. Pool, Zürich 7/44, Nägelistrasse 3

DER PÄDAGOGISCHE BEOBACHTER
IM KANTON ZÜRICH

Organ des Kantonalen Lehrervereins · Beilage zur Schweizerischen Lehrerzeitung

16. November 1951 · Erscheint monatlich ein- bis zweimal · 45. Jahrgang · Nummer 16

Sehr geehrte Kolleginnen und Kollegen!
Der Kantonalvorstand bittet Sie um Ihre volle Aufmerksamkeit für die nachfolgenden Ausführungen.

Hilfskasse der zürcherischen Volksschullehrer

Am 4. Juni 1951 hat die Versammlung der kantonalen Schulsynode folgenden Antrag des Synodalvorstandes einmütig zum Beschluss erhoben:

«Die 118. ordentliche Versammlung der Schulsynode vom 4. Juni 1951, in Zürich, beauftragt und ermächtigt die Aufsichtskommission für den «Hilfsfonds», gestützt auf den vorliegenden Statutenentwurf, die Hilfskasse der zürcherischen Volksschullehrer zu gründen.»

In Ausführung dieses Auftrages wurde am 28. Juni 1951 in Zürich die Genossenschaft «Hilfskasse» gegründet. Die Gründungsversammlung bestellte den Vorstand und die Kontrollstelle wie folgt:

Vorstand: Eduard Amberg, S.-L., Winterthur; Eduard Berchtold, P.-L., Zürich; Hedwig Böschenstein, P.-L., Zürich; Eugen Ernst, S.-L., Wald; Hermann Leber, Vorsteher an der Gewerbeschule, Zürich; Karl Pfister, S.-L., Zürich; Heinrich Spörri, P.-L., Zürich; Jakob Stapfer, P.-L., Langwiesen, und Elsbeth Valer, P.-L., Winterthur.

Kontrollstelle: Rudolf Siegenthaler, S.-L., Bülach, und Ernst Weiss, S.-L., Obfelden.

Damit setzt sich der Vorstand der «Hilfskasse» zum grössten Teil aus Kolleginnen und Kollegen zusammen, die aus jahrelanger Erfahrung die Geschäftsführung gründlich kennen. Das ist während einer bestimmten Übergangszeit äusserst wertvoll.

In der konstituierenden Sitzung vom 28. Juni 1951 wählte der Vorstand Jakob Stapfer, Langwiesen, als Präsidenten; Eduard Amberg, Winterthur, als Vizepräsidenten; Hedwig Böschenstein, Zürich, als Aktuarin, und Karl Pfister, Zürich, als Quästor.

Die rechtsverbindliche Unterschrift für die «Hilfskasse» führen der Präsident oder Vizepräsident zusammen mit der Aktuarin oder dem Quästor.

Am 21. August 1951 erfolgte, laut «Schweizerischem Handelsamtsblatt», die Eintragung der Genossenschaft ins Handelsregister.

Mit Beschluss des Regierungsrates vom 13. September 1951 wurde das Vermögen des «Hilfsfonds», das am 1. Januar 1951 Fr. 540 616.05 betrug, auf die «Hilfskasse der zürcherischen Volksschullehrer» übertragen.

Die Zürcher Kantonalbank verwaltet das Vermögen zu einem sehr bescheidenen Spesensatz. Die Vorstandsmitglieder arbeiten ehrenamtlich.

Der Vorstand der «Hilfskasse» wird in nächster Zeit allen Volksschullehrern ein Werbeschreiben zustellen, mit dem er die Kolleginnen und Kollegen bittet, der neu gegründeten Genossenschaft als Mitglieder beizutreten. Es ist für die «Hilfskasse» eine Existenzfrage, ob die zürcherische Lehrerschaft sich geschlossen zu diesem Werk der Solidarität bekennen wird, ob jeder Lehrer und jede Lehrerin bereit sein wird, das äusserst bescheidene jährliche Opfer von 5 Franken beizutragen zur Linderung von Notlagen, in die Angehörige des Lehrerstandes oder deren Hinterbliebene unverschuldet geraten sind. Wohl sind seit 1950 alle zürcherischen Volksschullehrer der staatlichen Beamtenversicherungskasse angeschlossen, und damit wurde eine im allgemeinen befriedigende Versicherung gegen Alter und Invalidität erreicht. Aber in besondern Fällen vermag dieser Versicherungsschutz frühzeitig invalide Lehrer und Hinterbliebene von Volksschullehrern nicht vor Notlagen zu schützen. Krankheit und Siechtum können Lehrer und Lehrerin oder deren Angehörige in harte Bedrängnis bringen, so dass die normale Fürsorge, wie sie durch die BVK gewährleistet wird, sie nicht vor wirtschaftlicher Not zu bewahren vermag.

Die jährlich eingehenden Gesuche um Unterstützung beweisen dies mit erschreckender Deutlichkeit. Wer Einblick in solche Verhältnisse hat, der weiss, wie dringend notwendig es ist, ein gemeinnütziges Werk wie die «Hilfskasse» zu unterstützen und auszubauen. Das oft tragische Schicksal von Kollegen und Kolleginnen und deren Angehörigen mahnt uns daran, dass keiner vor ähnlichen Heimsuchungen gesichert ist, weder der sich im Vollgefühl körperlicher und geistiger Kraft wähnende junge Lehrer noch der alternde Lehrer, die alternde Lehrerin.

Aus der grossen Zahl von Gesuchen seien nachfolgend einige Zahlen herausgegriffen:

1. Frau N. N., Lehrerswitwe, geb. 1876, wohnhaft in einem Bürgerheim

	Fr.
Vermögen: Fr. 1785.—	
Einkommen: Zinsen von Fr. 1800.—	45.—
Vom Bürgerheim, aus der AHV-Rente	120.—
Von der «Hilfskasse»	1000.—
Total	1165.—
Ausgaben: Leistung an das Heim (das die AHV-Rente bezieht, aus der an Frau N. N. Fr. 120.— als Taschengeld ausbezahlt werden)	800.—
verbleiben	365.— für

Arzt, Medikamente, Stärkungsmittel, Kleider usw.

2. Frl. N. N., Tochter eines verstorbenen Lehrers, invalid (gelähmt)

	Fr.
Vermögen: Fr. 1000.—	
Einkommen: Unterstützung durch eine Schwester, die selber in bescheidenen Verhältnissen lebt	600.—
Von der «Hilfskasse»	1000.—
	1600.—

Dazu kommen unregelmässig kleine Einnahmen aus Handarbeiten.

Freie Wohnung (Zimmer und Küche) bei einem Verwandten.

3. Ein jüngerer Lehrer liegt schon seit mehr als 6 Monaten in einem Sanatorium. Zu der Sorge um seine Gesundheit, um seine Frau und seine Kinder, tritt nun auch die Sorge um seinen Verdienst. Da er schon länger als ein halbes Jahr krank ist, erhält er jetzt lediglich noch drei Viertel seines Gehaltes. Dass ihm bald nur noch eine Besoldung ausgerichtet werden kann, die den Leistungen entspricht, auf die er bei seiner sofortigen Versetzung in den Ruhestand Anspruch hätte, daran wagt er schon gar nicht zu denken. Wohl wird damit gerechnet werden dürfen, dass dann auf Grund der Tuberkulosegesetzgebung eine gewisse Erhöhung dieser Leistungen erwirkt werden kann; doch wird die Not trotzdem bei weitem nicht behoben sein. Darum muss diesem Kollegen, seiner Frau und seinen Kindern geholfen werden!

Diese Angaben, die durch Vertrauensleute der «Hilfskasse» gründlich überprüft und beglaubigt wurden, beweisen wohl eindeutig, dass die Unterstützten ohne die Beiträge aus unserer Kasse die öffentliche Wohltätigkeit beanspruchen müssten, um ihr Leben fristen zu können.

Bisher wurden die Unterstützungen in der Hauptsache Lehrerswitwen und -waisen zugesprochen. Meistens handelt es sich um alte Leute, die leidend und darum arbeitsunfähig sind und sich mit Einkommen von Fr. 1800.— bis 2400.—, die sich gewöhnlich aus Rentenansprüchen und den Zinsen eines bescheidenen Notbatzens zusammensetzen, kümmerlich durchschlagen müssen.

Man kann sich vorstellen, was es für eine Lehrerswitwe und ihre Kinder, für kranke oder invalide Hinterbliebene eines Volksschullehrers bedeuten würde, wenn sie der Gemeinde zur Last fallen müssten, und man kann sich auch vorstellen, welches Licht dabei auf unsern Lehrerstand fiele.

Es ist darum Ehrensache aller zürcherischen Volksschullehrer und -lehrerinnen, für die «in einem Lehramt oder im Ruhestand befindlichen zürcherischen Primar- und Sekundarlehrer und ihre Hinterbliebenen im Falle einer Notlage» (§ 1 der Statuten) einzustehen, indem sie der «Hilfskasse» als Mitglieder beitreten.

J. S.

Der Kantonalvorstand wurde zu allen Beratungen über die neue Hilfskasse beigezogen, und stets fanden seine Wünsche und Anregungen bereitwillige Beachtung. Heute stellt er sich aus voller Überzeugung und in einmütiger Geschlossenheit hinter den Aufruf des Synodalpräsidenten. In Anerkennung des Umstandes, dass der Hilfsfonds der ehemaligen «Witwen- und Waisenstiftung für die zürcherischen Volksschullehrer» der Lehrerschaft zu eigener Verfügung überlassen wurde, und auf Grund der im Aufrufe geschilderten Situation vertritt der Kantonalvorstand einhellig die Auffassung, es sei Pflicht jeder Lehrerin und jedes Lehrers, sich der «Hilfskasse» in verantwortungsbewusster Solidarität anzuschliessen.

Die Lehrerschaft der zürcherischen Volksschule lässt ihre notleidenden Kollegen und deren Angehörige nicht im Stich. Der «Hilfsfonds», eine ebenso notwendige wie segensreiche Institution, soll eine würdige und lebenskräftige Nachfolgerin erhalten.

Die Grundlagen sind geschaffen; die «Hilfskasse der zürcherischen Volksschullehrer» ist auftragsgemäss gegründet worden. Nun bekunde durch seinen Beitritt zur «Hilfskasse» jeder, dass für die zürcherische Lehrerschaft Zusammengehörigkeitsgefühl und Kollegialität keine leeren Worte sind.

Beamtenversicherungskasse und AHV

(Schluss)

B. Altersrenten

I. BVK:

Die Rentenberechtigung beginnt ohne Rücksicht auf den Gesundheitszustand des Versicherten mit dem Erreichen des 65. Altersjahres auf den ersten Tag des folgenden Kalenderhalbjahres. Die Altersrente tritt anstelle der Invalidenrente und beträgt 60% der versicherten Besoldung, abzüglich eines aus der nachstehenden Zusammenstellung ersichtlichen Betrages, der ungefähr der einfachen Altersrente bei der AHV entspricht.

Altersrente Fr. (60%)	5400 bis Fr. 5499	5500 5599	5600 5699	5700 5799	5800 5899	5900 5999	6000 und mehr
Jahrgang vom 1. Juli bis 30. Juni				Abzug in Fr.			
1883 / 1884	775	775	775	775	775	775	775
1884 / 1885	825	825	825	825	825	825	825
1885 / 1886	850	850	850	850	850	850	850
1886 / 1887	900	900	900	900	900	900	900
1887 / 1888	925	925	925	925	925	925	925
1888 / 1889	975	975	975	975	975	975	975
1889 / 1890	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000
1890 / 1891	1050	1050	1050	1050	1050	1050	1050
1891 / 1892	1075	1075	1075	1075	1075	1075	1075
1892 / 1893	1125	1125	1125	1125	1125	1125	1125
1893 / 1894	1150	1150	1150	1150	1150	1150	1150
1894 / 1895	1200	1200	1200	1200	1200	1200	1200
1895 / 1896	1225	1225	1225	1225	1225	1225	1225
1896 / 1897	1275	1275	1275	1275	1275	1275	1275
1897 / 1898	1300	1300	1300	1300	1300	1300	1300
1898 / 1899	1350	1350	1350	1350	1350	1350	1350
1899 / 1900	1350	1375	1375	1375	1375	1375	1375
1900 / 1901	1350	1375	1400	1425	1425	1425	1425
1901 / 1902	1350	1375	1400	1425	1450	1450	1450
1902 u. ff.	1350	1375	1400	1425	1450	1475	1500

II. AHV:

Die AHV unterscheidet einfache Altersrenten und Ehepaar-Altersrenten.

Einfache Altersrenten erhalten:

a) ledige, verwitwete und geschiedene Männer und Frauen von über 65 Jahren;

b) Ehemänner von über 65 Jahren, deren Ehefrau das 60. Altersjahr noch nicht vollendet hat.

Ehepaar-Altersrenten erhalten Ehepaare, bei welchen der Ehemann das 65. Altersjahr und die Ehefrau das 60. Altersjahr vollendet haben.

Der Anspruch auf die AHV-Altersrente beginnt am ersten Tage des Kalenderhalbjahres, welches auf die Vollendung des 65. Altersjahres folgt. Die Rentenberechnung richtet sich nach den in die AHV einbezahlten Beträgen. Personen, die während weniger als 20 Jahren Beiträge geleistet haben, also alle vor dem 1. Juli 1902 geborenen Versicherten, erhalten nicht die volle ordentliche Rente, sondern eine sogenannte *Teilrente*. Diese beträgt:

Für Versicherte, die geboren sind zwischen	Einfache Altersrente Fr.	Ehepaar-Altersrente Fr.
1. 7. 1883 und 30. 6. 1884	788	1260
1. 7. 1884 und 30. 6. 1885	825	1320
1. 7. 1885 und 30. 6. 1886	862	1380
1. 7. 1886 und 30. 6. 1887	900	1440
1. 7. 1887 und 30. 6. 1888	938	1500
1. 7. 1888 und 30. 6. 1889	975	1560
1. 7. 1889 und 30. 6. 1890	1012	1620
1. 7. 1890 und 30. 6. 1891	1050	1680
1. 7. 1891 und 30. 6. 1892	1087	1740
1. 7. 1892 und 30. 6. 1893	1125	1800
1. 7. 1893 und 30. 6. 1894	1162	1860
1. 7. 1894 und 30. 6. 1895	1200	1920
1. 7. 1895 und 30. 6. 1896	1238	1980
1. 7. 1896 und 30. 6. 1897	1275	2040
1. 7. 1897 und 30. 6. 1898	1312	2100
1. 7. 1898 und 30. 6. 1899	1350	2160
1. 7. 1899 und 30. 6. 1900	1388	2220
1. 7. 1900 und 30. 6. 1901	1425	2280
1. 7. 1901 und 30. 6. 1902	1462	2340
am 1. 7. 1902 und später	1500*	2400*

*) Vollrente

3. *Beispiel:*
Ein verheirateter Primarlehrer, geb. 1. 10. 1894, tritt nach dem 65. Altersjahr mit über 35 Dienstjahren zurück. Die maximale Gemeindezulage von Fr. 3000.— sei mitversichert. Seine Altersrente beträgt aus der BVK 60% von Fr. 12 150.—:

	= Fr. 7290.—
Abzug	Fr. 1200.—
BVK-Rente	Fr. 6090.—
AHV-Ehepaar-Altersrente	Fr. 1920.—
Gesamte Altersrente	Fr. 8010.—

C. Witwenrente

I. BVK

Die Witwenrente beträgt die Hälfte der dem Versicherten am Todestage zustehenden Alters- oder Invalidenrente, mindestens jedoch einen Fünftel und höchstens einen Viertel der anrechenbaren Besoldung des Verstorbenen. Sie wird gekürzt, wenn die Witwe

B. Altersrenten (35 Dienstjahre)

	versich. Besoldung ohne Gemeindezulage		Ledige, Verwitwete Geschiedene		Verheiratete	
	Primarlehrer Fr.	Sekundarlehrer Fr.	Primarlehrer Fr.	Sekundarlehrer Fr.	Primarlehrer Fr.	Sekundarlehrer Fr.
1950/BVK	9150.—	11 040.—	4665.—	5799.—	4665.—	5799.—
AHV			825.—	825.—	1320.—	1320.—
Total			5490.—	6624.—	5985.—	7119.—
1955/BVK	9150.—	11 040.—	4490.—	5624.—	4490.—	5624.—
AHV			1012.—	1012.—	1620.—	1620.—
Total			5502.—	6636.—	6110.—	7244.—
1960/BVK	9150.—	11 040.—	4290.—	5424.—	4290.—	5424.—
AHV			1200.—	1200.—	1920.—	1920.—
Total			5490.—	6624.—	6210.—	7344.—
ab 1968/BVK	9150.—	11 040.—	4140.—	5124.—	4140.—	5124.—
AHV			1500.—	1500.—	2400.—	2400.—
Total			5640.—	6624.—	6540.—	7524.—

C. Witwenrente

Dienstjahre	versicherte Besoldung ohne Gemeindezulage: Primarlehrer Fr.	versicherte Besoldung ohne Gemeindezulage: Sekundarlehrer Fr.	BVK-Witwenrente: Primarlehrer Fr.	BVK-Witwenrente: Sekundarlehrer Fr.
5	8310.—	10 095.—	1662.—*	2019.—
10	9150.—	11 040.—	1830.—	2208.—
20	9150.—	11 040.—	2059.—	2484.—
30	9150.—	11 040.—	2288.—	2760.—
35	9150.—	11 040.—	2288.—	2760.—

Alter der Witwe	zuzüglich AHV-Witwenrente: 29 Jahre mit Kind(ern)	30–39 Jahre mit Kind(ern)	40–49 Jahre	50–59 Jahre	60–64 Jahre	zuzüglich AHV-Altersrente 65 Jahre u. darüber
Beitragsjahre						
2 (1950)	412.20	495.—	578.40	660.—	742.20	825.—
7 (1955)	506.40	608.40	709.20	810.—	911.40	1012.20
12 (1960)	600.—	720.—	840.—	960.—	1080.—	1200.—
20 (1968)	750.—	900.—	1050.—	1200.—	1350.—	1500.—

* Für Mitglieder der Witwen- und Waisenstiftung mindestens Fr. 1800.—

mehr als 10 Jahre jünger ist als der Verstorbene. Für Mitglieder der einstigen Witwen- und Waisenstiftung beträgt sie mindestens Fr. 1800.—.

II. AHV

Die AHV richtet Witwenrenten aus:

a) allen Witwen mit leiblichen oder adoptierten Kindern;
b) kinderlosen Witwen, wenn sie im Zeitpunkt der Verwitwung das 40. Altersjahr zurückgelegt haben und während mindestens 5 Jahren verheiratet gewesen sind.

Für die Berechnung der Witwenrente ist einerseits der durchschnittliche Jahreslohn des Versicherten und sein Alter, anderseits das Alter der Witwe massgebend. Die Witwenrente beträgt in Prozenten der dem durchschnittlichen Jahresbeitrag entsprechenden einfachen Altersrente bei:
Verwitwung vor Vollendung des 30. Altersjahres 50%
Verwitwung vor Vollendung des 40. Altersjahres 60%
Verwitwung vor Vollendung des 50. Altersjahres 70%
Verwitwung vor Vollendung des 60. Altersjahres 80%
Verwitwung vor Vollendung des 65. Altersjahres 90%
(im Minimum jedoch Fr. 375.–, im Maximum Fr. 1350.–).

4. *Beispiel:*

Die 53jährige Witwe eines Sekundarlehrers mit 30 Dienstjahren und 7jähriger Beitragsleistung an die AHV, dessen Gemeindezulage von Fr. 2000.— bei der BVK versichert war, erhält aus der BVK: Fr. 3260.—; aus der AHV: Fr. 810.—, also insgesamt eine jährliche Witwenrente von Fr. 4070.—.

D. Waisenrenten

I. BVK

Waisenrenten werden ausgerichtet bis zum Ende des Monats, in dem die Waise das 18. Altersjahr vollendet. Für Waisen, die noch in Ausbildung begriffen oder wegen körperlicher oder geistiger Gebrechlichkeit bis zu höchstens 20% erwerbsfähig sind, dauert der Anspruch bis zur Vollendung des 20. Altersjahres.

Die einfache Waisenrente beträgt einen Drittel der Witwenrente. Für Vollwaisen werden die Leistungen verdoppelt.

II. AHV

An Waisen richtet die AHV immer Vollrenten aus. Sie betragen für Halbwaisen Fr. 360.—, für Vollwaisen Fr. 540.—.

5. *Beispiel:*

Die Waisen eines verstorbenen Primarlehrers mit einer Jahresbesoldung von Fr. 9150.— und 15 Dienstjahren erhalten aus der BVK, wenn die Mutter noch lebt, je Fr. 610.20, aus der AHV je Fr. 360.—, also insgesamt je Fr. 970.20. Ist auch die Mutter gestorben, so beläuft sich die Waisenrente auf je Fr. 1760.40. (Für die Leistungen der BVK gilt jedoch die Beschränkung, dass die gesamten Waisenrenten die Witwenrente nicht übersteigen dürfen.)

E. Verwandtenrenten

I. BVK

Eltern, Nachkommen oder Geschwistern eines Versicherten, die auf dessen Unterstützung angewiesen waren und zu deren Unterhalt er wesentlich beigetragen hat, kann eine einmalige Unterstützung oder eine Verwandtenrente ausgerichtet werden. Die Rente an die Eltern des Versicherten darf die Witwenrente nicht übersteigen. Die Rente an einen Nachkommen des Versicherten darf die einfache Waisenrente nicht übersteigen. Dasselbe gilt für die Rente an Geschwister. Diese kann längstens während 10 Jahren ausgerichtet werden. Die gesamten Verwandtenrenten dürfen höchstens die Hälfte der dem Verstorbenen am Todestage zustehenden Alters- oder Invalidenrente betragen.

II. AHV

Die AHV kennt keine Verwandtenrenten. *H. K.*

Der Vorstand des ZKLV

1. Präsident: Jakob Baur, Sekundarlehrer, Zürich 55, Georg-Baumberger-Weg 7; Tel. 33 19 61.
2. Vize-Präsident: Jakob Binder, Sekundarlehrer, Winterthur, Zielstr. 9; Tel. (052) 2 34 87.
3. Protokollaktuar: Walter Seyfert, Primarlehrer, Pfäffikon; Tel. 97 55 66.
4. Korrespondenzaktuar: Eduard Weinmann, Sekundarlehrer, Zürich 32, Sempacherstr. 29; Tel. 24 11 58.
5. Quästorat: Hans Küng, Sekundarlehrer, Küsnacht, Lindenbergstr. 13; Tel. 91 11 83.
6. Mitgliederkontrolle: Eugen Ernst, Sekundarlehrer, Wald, Binzholz; Tel. (055) 3 13 59.
7. Besoldungsstatistik: Lina Greuter-Haab, Uster, Wagerenstr. 3; Tel. 96 97 26.

Um Verzögerungen in der Zustellung zu vermeiden, bitten wir, Zuschriften stets mit der ganzen Adresse zu versehen. *Der Kantonalvorstand.*

D. Waisenrenten

Dienstjahre des Versicherten	Halbwaisen von Primarlehrern Fr.	Halbwaisen von Sekundarlehrern Fr.	Vollwaisen von Primarlehrern Fr.	Vollwaisen von Sekundarlehrern Fr.
5	554.40*	673.20	1108.80	1346.40
10	610.20	736.20	1220.40	1472.40
20	686.40	828.—	1372.80	1656.—
30	762.60	920.40	1525.20	1840.80
35	762.60	920.40	1525.20	1840.80
Dazu aus der AHV	360.—	360.—	540.—	540.—

* Für Mitglieder der Witwen- und Waisenstiftung mindestens Fr. 600.—

Redaktion des Pädagogischen Beobachters: E. Weinmann, Sempacherstrasse 29, Zürich 32. Mitglieder der Redaktionskommission: J. Baur, Zürich; J. Binder, Winterthur; E. Ernst, Wald; L. Greuter-Haab, Uster; H. Küng, Küsnacht; W. Seyfert, Pfäffikon