Zeitschrift: Schweizerische mineralogische und petrographische Mitteilungen = Bulletin suisse de minéralogie et pétrographie

Band: 9 (1929)

Heft: 1

Artikel: Nomogramm zur Herstellung parallelperspektivischer Kristallbilder

Autor: Rittmann, A.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-10746

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 02.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Nomogramm zur Herstellung parallelperspektivischer Kristallbilder

Von *A. Rittmann,*
Vulkaninstitut Friedlaender, Neapel

Die Darstellung von Kristallen in Orthogonalprojektion erfordert langwierige Konstruktionen, gleichgültig, ob man von den Flächenparametern auf einem projektiv gegebenen Achsenkreuz ausgeht oder von den gnomonischen oder stereographischen Projektionsbildern, aus denen, nach Ausführung einer doppelten Drehung, die Richtung einer Kante in der Zeichenebene der Orthogonalprojektion konstruiert werden kann. Es dürfte daher erwünscht sein, ein Mittel zu finden, das von diesen lästigen Konstruktionen absieht und ein rasches Zeichnen von Kristallen ermöglicht.

Es handelt sich darum, zu einer in stereographischer Projektion gegebenen Kantenrichtung (Zonenpol), ohne Konstruktion, ihre Richtung und ihre relative Verkürzung in der Zeichenebene der Orthogonalprojektion, rasch und mit hinreichender Genauigkeit, aus einem Nomogramm direkt abzulesen. Dieses Nomogramm muss dementsprechend aus zwei Kurvenbündeln bestehen, nämlich aus Kurven gleicher Neigung und Kurven gleicher Verkürzung der Kanten. Für die Projektionsrichtung wurden als Mittel der zahlreichen Vorschläge verschiedener Autoren die Koordinaten $\varphi_A = 71^0$ und $\varrho_A = 82^0$ des Augpunktes gewählt.

Kurven gleicher Kantenneigung

In Fig. 1 ist A die stereographische Projektion des Augpunktes der Orthogonalprojektion; A' ist sein Gegenpol. Der Grosskreis E — E ist die Zeichenebene, deren Pol in A liegt. O ist die stereographische Projektion der Vertikalachse des zu zeichnenden Kristalls. Legt man durch diese und den Augpunkt A eine Ebene, so steht diese senkrecht auf E — E, und die Richtung ihrer Spur in E — E, d. h. die Projektion von O auf E — E fällt nach L. Gewohnheits-

gemäss wird diese Richtung im orthogonalen Kristallbild vertikal gestellt; ihre Neigung sei demnach mit 0° bezeichnet.

Eine beliebige Kantenrichtung projiziere sich in P. Welches ist ihre Neigung zur Vertikalen im Kristallbild? Die projizierende Ebene durch A P A' schneidet die Zeichenebene E E in Q; Q ist die Projektion von P, und der Winkel L Q ist der Neigungswinkel i der Orthogonalprojektion der Kantenrichtung P zur Vertikalen in

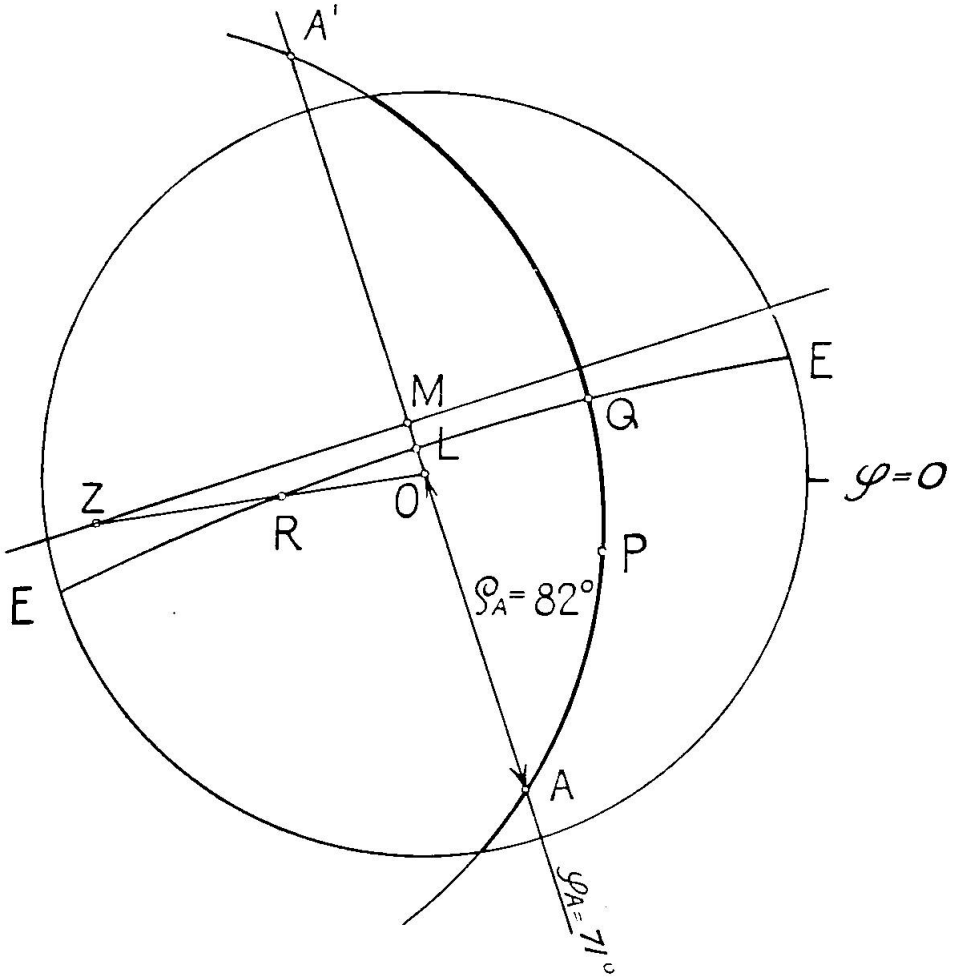

Fig. 1

E — E. Alle Kanten, deren stereographische Projektionen auf den Grosskreis A P A' fallen, werden ebenfalls nach Q projiziert. Der Meridian A P A' ist somit eine der gesuchten Kurven gleicher Kantenneigung.

Der geometrische Ort der stereographischen Projektionen aller derjenigen Kristallkanten (Zonen), die im orthogonalen Kristallbild dieselbe Neigung zur Vertikalen besitzen, ist ein durch den Augpunkt und dessen Gegenpol gehender Grosskreis.

Zeichnerisch hat ein solcher Grosskreis sein Zentrum in Z und ist, da er durch A und A' gehen muss, eindeutig bestimmt, wenn wir die Lage von Z kennen. Alle Zentren der Kreise, die durch A und A' gehen, liegen auf einer zu A A' in der Mitte M senkrechten Geraden, sodass die Kenntnis z. B. der Strecke O Z genügt, um Z festzulegen und den Grosskreis A P A' zeichnen zu können.

Aus dem rechtwinkligen sphärischen Dreieck O L R berechnet sich:

$$\cos OR = \cos OL \cdot \cos LR;$$

darin ist:

$$OL = AL - AO = 90^0 - \varrho_A = 8^0$$

und

$$LR = QR - QL = 90^0 - i, \text{ somit}$$

$$\cos OR = \cos 8^0 \cdot \sin i.$$

Da R der Pol des Grosskreises ist, dessen zeichnerisches Zentrum in Z liegt, so ist nach den Eigenschaften der stereographischen Projektion:

$$OZ = \text{tang } OR.$$

Setzt man für den Parameter i die Werte 0^0, $\pm 2^0$, $\pm 4^0$, ... $\pm 88^0$. $\pm 90^0$ ein, wobei + nach rechts und — nach links geneigt bedeutet, so erhält man die Daten zur Konstruktion der Kurven gleicher Kantenneigung, wie sie in unserem Nomogramm dargestellt sind. Die Gerade A A' ist Symmetrielinie, was die Konstruktion wesentlich erleichtert.

Kurven gleicher Kantenverkürzung

Die Kante P erleidet bei ihrer Projektion auf die Ebene E E nach dem Projektionssatz eine Verkürzung, die durch den Verkürzungsfaktor cos α ausgedrückt wird, wobei α = P Q ist (Fig. 1). Alle Vektoren, die zur Ebene E gleich stark geneigt sind und daher bei der Orthogonalprojektion gleiche Verkürzung erfahren, sind Mantellinien eines Kreiskegels, dessen Spitze im Kugelmittelpunkt liegt und dessen Achse durch A und A' geht. Die Schnittlinien dieses Kegels mit der Kugeloberfläche sind zwei Kleinkreise mit A resp. A' als Zentren und dem Bogen ($90^0 - \alpha$) als Radius (Fig. 2).

Der geometrische Ort der stereographischen Projektionen aller derjenigen Kristallkanten (Zonen), die im orthogonalen Kristallbild dieselbe Verkürzung erfahren, ist ein Kleinkreispaar gleichen Bogendurchmessers mit dem Augpunkt, resp. mit dessen Gegenpol als Zentrum.

In Fig. 2 ist ein solches Kleinkreispaar in stereographischer Projektion zur Darstellung gebracht. Zeichnerisch fallen die Zentren dieser Kreise nicht nach A resp. A', sondern nach Z resp. Z'

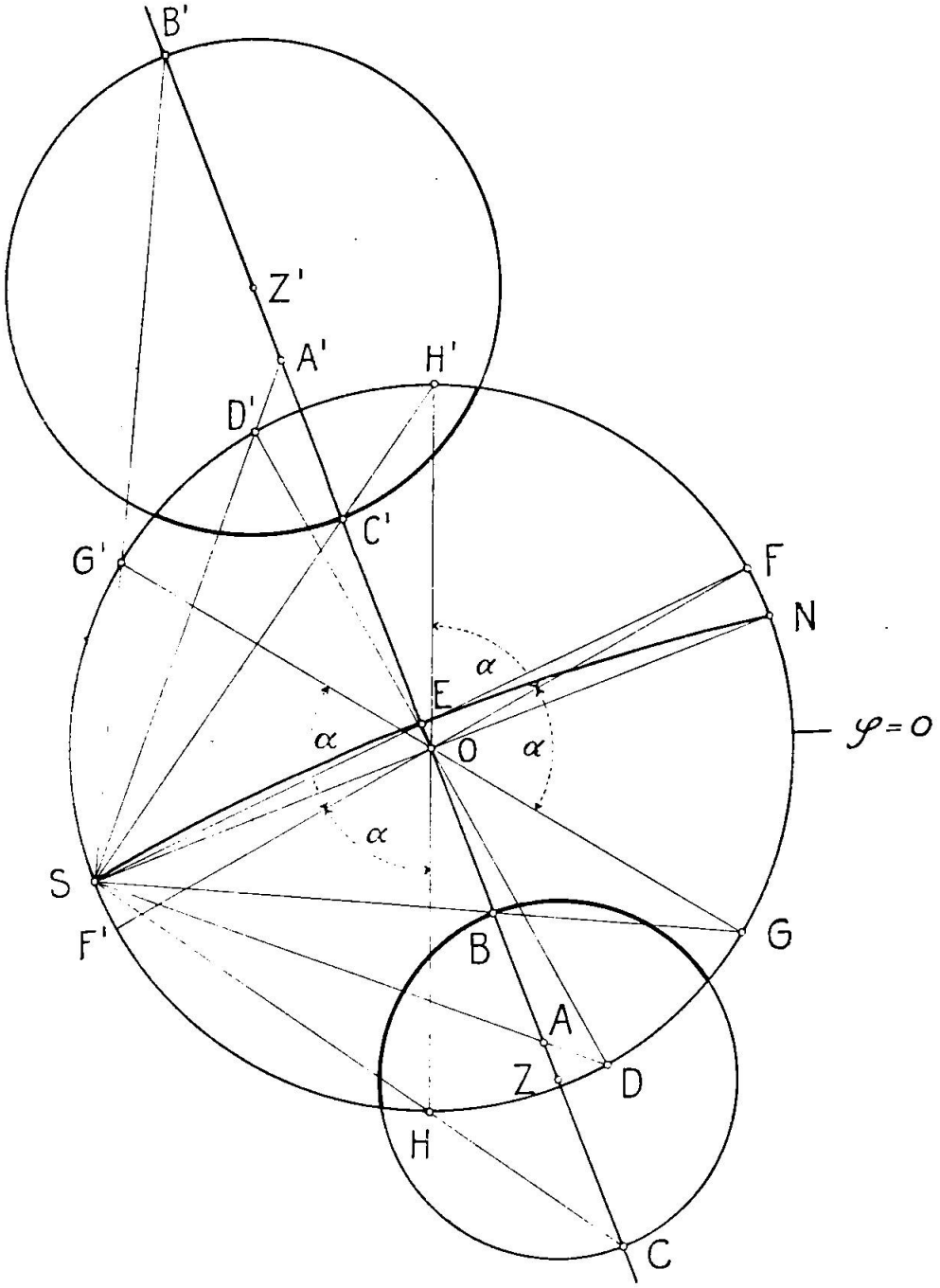

Fig. 2

auf der Geraden A A'. Durch die Lage des Punktes Z (gegeben durch $\overline{OZ}$) und den Radius $\overline{ZB}$ ist die Projektion des Kleinkreises eindeutig bestimmt.

Drehen wir die stereographische Projektion um 90^0 nach rechts um den Durchmesser $\varphi = 71^0$, so kommt der Südpol der Kugel nach S zu liegen; B fällt nach G, A nach D, C nach H, u. s. w.; die Ebene E erscheint als Durchmesser F F'. Nach der Drehung kommen die Schnittlinien (Mantellinien) des oben erwähnten Kegels in G G' und H H', seine Achse in D D' zur Darstellung. Es ergibt sich aus der Zeichnung (wobei wie üblich $\overline{OS}$ = Einheit):

$$\overline{OB} = \text{tang OSB},$$

und da $\sphericalangle$ N O G Aussenwinkel an der Spitze des gleichschenkligen Dreiecks S O G ist,

$$\text{tang OSB} = \text{tang}\,\frac{1}{2}\,\text{NOG};$$

nun ist aber laut Annahme

$$\sphericalangle \text{NOG} = \alpha - \sphericalangle \text{FON} = \alpha - 8^0$$

also

$$\overline{OB} = \text{tang}\left(\frac{\alpha}{2} - 4^0\right).$$

Ebenso finden wir:

$$\overline{OC} = \text{tang OSC} = \text{tang}\,\frac{1}{2}\,\text{NOH}, \text{ wobei}$$

$$\sphericalangle \text{NOH} = 180^0 - (\alpha + 8^0) = 172^0 - \alpha, \text{ also}$$

$$\overline{OC} = \text{tang}\left(86^0 - \frac{\alpha}{2}\right).$$

Da $\overline{BZ} = \overline{ZC}$ (als Radien des Kleinkreises), so folgt:

$$\overline{OZ} = \frac{1}{2}\,\overline{OC} + \frac{1}{2}\,\overline{OB} \quad \text{und}$$

$$\overline{BZ} = \frac{1}{2}\,\overline{OC} - \frac{1}{2}\,\overline{OB}.$$

Die Distanz des Ze...rums Z des Kleinkreises um A von der Mitte O der stereographischen Projektion

$$\overline{OZ} = \frac{1}{2}\,\text{tang}\left(86^0 - \frac{\alpha}{2}\right) + \frac{1}{2}\,\text{tang}\left(\frac{\alpha}{2} - 4^0\right)$$

und der Radius des Kleinkreises

$$\overline{BZ} = \frac{1}{2}\,\text{tang}\left(86^0 - \frac{\alpha}{2}\right) - \frac{1}{2}\,\text{tang}\left(\frac{\alpha}{2} - 4^0\right).$$

Analog findet man für die Kleinkreise um A' die Zentraldistanz des Zentrums

$$\overline{OZ'} = \frac{1}{2}\,\text{tang}\left(94^0 - \frac{\alpha}{2}\right) + \frac{1}{2}\,\text{tang}\left(\frac{\alpha}{2} + 4^0\right)$$

und den Radius

$$\overline{C'Z'} = \frac{1}{2} \operatorname{tang}\left(94^0 - \frac{\alpha}{2}\right) - \frac{1}{2} \operatorname{tang}\left(\frac{\alpha}{2} + 4^0\right).$$

Zur Konstruktion der Kurven gleicher relativer Verkürzung, wie sie in unserem Nomogramm zur Darstellung gelangen, setze

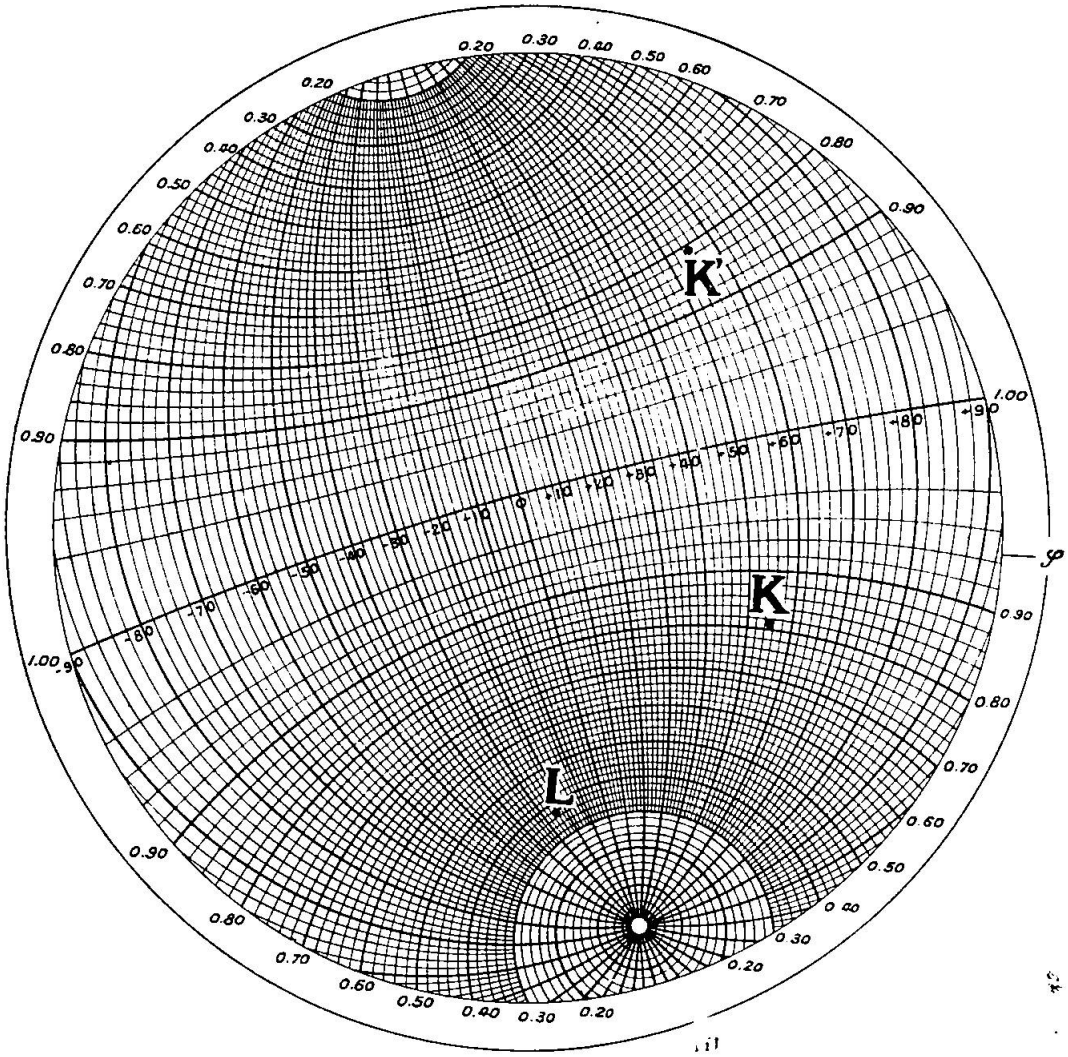

Fig. 3

man für den Parameter α solche Werte ein, dass der Verkürzungsfaktor 0; 0,02; 0.04 ... 0,98 und 1,00 wird.

Aus diesem so erhaltenen Nomogramm (Tafel) kann man zu einer in stereographischer Projektion normaler Aufstellung gegebenen Kantenrichtung direkt deren Richtung in der Zeichenebene der Orthogonalprojektion und ihre relative Verkürzung ablesen. So wird die Kante K in Fig. 3 im orthogonalen Kristallbild 55° nach rechts geneigt sein und eine Verkürzung von 0,81 ihrer wirklichen

Länge erfahren. Die Kante L dagegen wird 24° nach links geneigt und auf 0,37 ihrer wirklichen Länge verkürzt sein. Die gleiche Neigung und Verkürzung wie K wird auch die, in Bezug auf die Zeichenebene symmetrisch zu K gelegene Kante K' erfahren.

Die Genauigkeit der Ablesung beträgt für die Neigung wenigstens ½°, abgesehen von den Kanten, deren Projektionspunkte in unmittelbare Nähe von A fallen; diese erleiden aber andrerseits eine so starke Verkürzung, dass praktisch eine leichte Ungenauigkeit der Kantenrichtung nicht fühlbar wird. Der Verkürzungsfaktor lässt

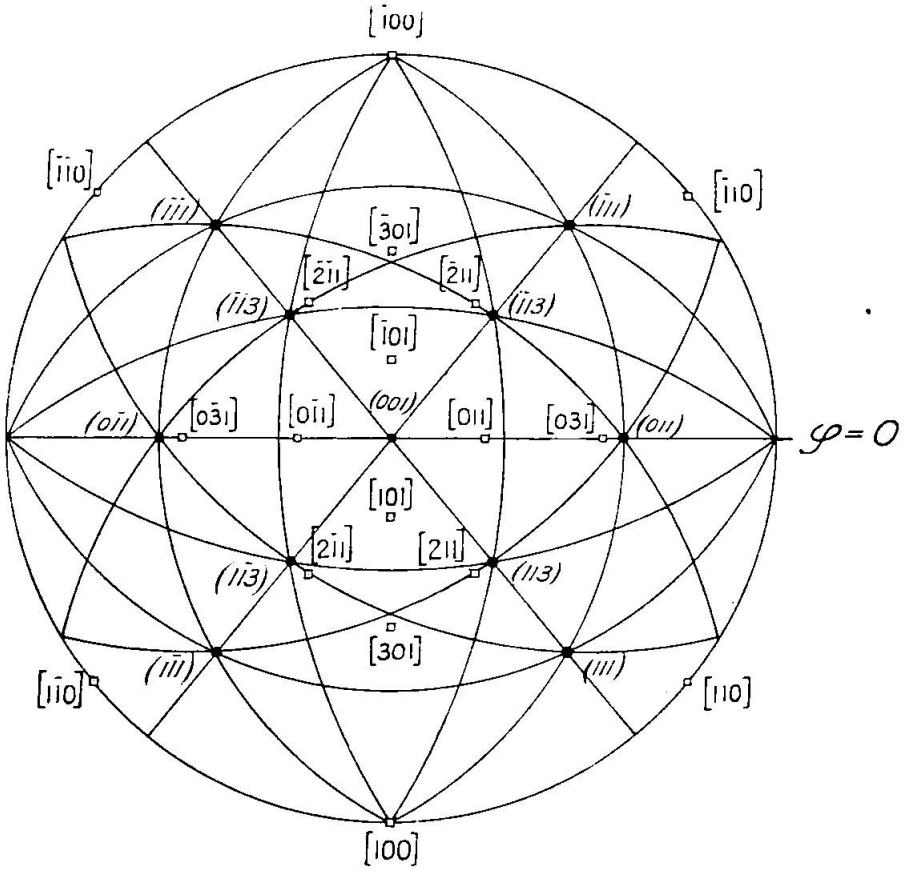

Fig. 4

sich ebenfalls so genau ablesen, dass der Fehler innerhalb der Grenze bleibt, die schon für die direkte Messung der Kantenlänge am Kristall gilt, sodass das Nomogramm den praktischen Anforderungen des Kristallzeichnens durchaus genügt.

Praktische Beispiele als Anleitung zum Kristallzeichnen mit dem Nomogramm

Die an dem zu zeichnenden Kristall vorhandenen Flächen seien durch ihre Polarkoordinaten φ und ϱ gegeben. Mit Hilfe eines Wulff-

schen Netzes von 10 cm Radius entwerfe man auf einem Pauspapier die stereographische Projektion und konstruiere die Pole der kantenbildenden Zonen, indem man die tautozonalen Flächenprojektionen auf denselben Meridian des Netzes bringt und den Pol dieses Meridians anzeichnet. In Fig. 4 ist die stereographische Projektion eines Schwefelkristalls mit den Flächen {111}, {113}, {001}, {011} und den wichtigeren Zonen gegeben. Die Zonenkreise sind darin der Übersichtlichkeit halber ausgezogen, was aber zur Konstruktion der Zonenpole durchaus nicht nötig ist.

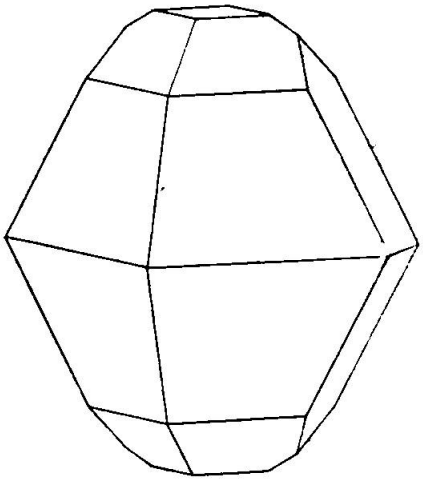

Fig. 5

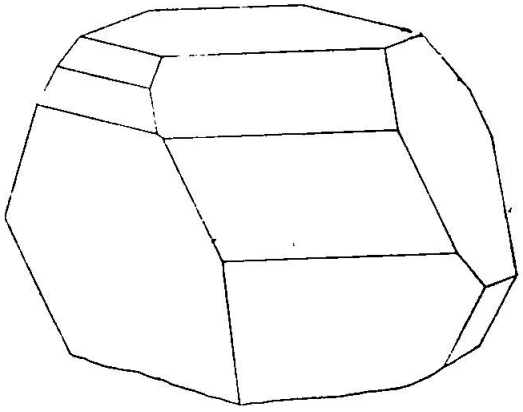

Fig. 6

Diese Projektion wird auf das Nomogramm so aufgelegt, dass $\varphi = 0^0$ wie üblich nach Osten zu liegen kommt. Nun kann man für jeden Zonenpol die Werte i und cos α aus dem Nomogramm ablesen. In unserem Beispiel erhalten wir die in Tabelle I gegebenen Werte.

Tabelle I

Zone	i	cos α	Zone	i	cos α
[001]	0^0	0,99	[301]	-27^0	0,57
[100]	$+68^0$	0,355	[$\bar{3}$01]	$+20^0$	0,755
[110]	$-77^1/_4{}^0$	0,54	[031]	$+58^1/_2{}^0$	0,945
[1$\bar{1}$0]	$+87^0$	0,94	[0$\bar{3}$1]	-54^0	0,98
[011]	$+27^1/_4{}^0$	0,96	[211]	$+14^1/_2{}^0$	0,625
[0$\bar{1}$1]	-26^0	1,00	[$\bar{2}$11]	$+36^0$	0,935
[101]	$-8^3/_4{}^0$	0,865	[2$\bar{1}$1]	$-40^1/_4{}^0$	0,835
[$\bar{1}$01]	$+8^0$	0,97	[$\bar{2}\bar{1}$1]	$-10^3/_4{}^0$	0,815

Um eine Idealfigur des Kristalls (Fig. 5) zu zeichnen, beginnt man mit irgend einer Kante, z. B. mit der Kante (111) : (11$\bar{1}$). Diese

gehört zur Zone [1$\bar{1}$0], ist also 87° nach rechts geneigt und, wenn ihre wirkliche Länge L ist, 0,94 L lang. Die gleichwertige Kante (1$\bar{1}$1) : (1$\bar{1}\bar{1}$) gehört zur Zone [110], ist also 77¼° nach links geneigt und 0,54 L lang, u. s. w.

Beim naturgetreuen Zeichnen von Habitusbildern oder von verzerrten Kristallen leistet die durch das Nomogramm vermittelte Kenntnis des Verkürzungsfaktors cos α grosse Hilfe. Als Beispiel sei ein verzerrter Schwefelkristall von Girgenti angeführt (Fig. 6). Er war auf einer Stufe aufgewachsen, sodass seine untere Hälfte grösstenteils nicht zur Entwicklung kam. Um ihn naturgetreu zu zeichnen, ist es nicht nötig, alle seine Kanten zu messen, da sich viele derselben aus anderen, bereits gemessenen von selbst ergeben. In Tabelle II ist eine Reihe von Kanten angeführt, die genügen, um den Kristall zu zeichnen. Es bedeutet i den Neigungswinkel, L die Länge der Kristallkante in mm, cos α den Verkürzungsfaktor, L' = L . cos α die Länge der Kante in Orthogonalprojektion in mm (Vergrösserung 10 fach).

Tabelle II

Kante	Zone	i	L	cos α	L'
(001) : (113)	[1$\bar{1}$0]	+87°	12,6	0,94	118,5
(111) : (113)	„	„	13,2	„	124,1
(001) : ($\bar{1}\bar{1}$3)	„	„	8,6	„	80,8
(001) : (0$\bar{1}$1)	[100]	+68°	6,0	0,355	21,3
(001) : (011)	„	„	11,2	„	39,8
(001) : ($\bar{1}$13)	[110]	−77¼°	12,1	0,54	65,4
(001) : (1$\bar{1}$3)	„	„	8,2	„	44,3
(1$\bar{1}$1) : (1$\bar{1}\bar{1}$)	„	„	12,1	„	65,4
(111) : (011)	[0$\bar{1}$1]	−26°	7,2	1,00	72,0
($\bar{1}$11) : (011)	„	„	2,2	„	22,0
(1$\bar{1}\bar{1}$) : (0$\bar{1}$1)	[211]	+14½°	10,0	0,625	62,5
(11$\bar{1}$) : (011)	[2$\bar{1}$1]	−40¼°	2,8	0,835	23,4
(011) : ($\bar{1}$13)	„	„	4,7	„	39,2
(011) : (113)	[$\bar{2}\bar{1}$1]	−10¾°	5,4	0,815	44,0
(113) : (1$\bar{1}$1)	„	„	3,0	„	24,4
(113) : (1$\bar{1}$3)	[$\bar{3}$01]	+20°	2,4	0,755	18,1

Es ist gut, einige Kanten mehr in die Tabelle aufzunehmen, als zum Zeichnen des Kristalls unbedingt erforderlich sind, da so Kontrollmöglichkeiten für die Richtigkeit der Messungen und Konstruktionen gegeben werden. So ist z. B. eine der sechs Seiten,

die die Basis begrenzen, ein Prüfstein für die Richtigkeit der anderen fünf, da sie die Schlusstrecke eines geschlossenen Polygonalzuges ist.

Das beschriebene Nomogramm hat sich während der letzten drei Jahre in zahlreichen Fällen gut bewährt. Da jedoch die Zeichenebene festgelegt ist, so können Fälle eintreten, bei denen die Benützung desselben gegen eine der beiden Stöberschen Regeln verstösst, nämlich dann, wenn ein wichtiger Flächenpol auf den Grosskreis der Zeichenebene fällt, oder wenn zwei wichtige Zonen auf dieselbe Kurve gleicher Kantenneigung fallen. In diesen seltenen Fällen ist eine andere Zeichenebene zu wählen. Die Konstruktion eines zweiten Nomogrammes mit anderen Koordinaten des Augpunktes würde sich jedoch kaum lohnen, sodass man in diesen Ausnahmefällen auf eine der gewöhnlichen Zeichenmethoden zurückgreifen muss. Wenigstens 95% aller Kristallzeichnungen können jedoch ohne weiteres mit Hilfe des gegebenen Nomogrammes ausgeführt werden.

Manuskript eingegangen: 22. Oktober 1928.