

# Nomogramm zur Herstellung parallelperspektivischer Kristallbilder

Autor(en): **Rittmann, A.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Schweizerische mineralogische und petrographische Mitteilungen  
= Bulletin suisse de minéralogie et pétrographie**

Band (Jahr): **9 (1929)**

Heft 1

PDF erstellt am: **06.08.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-10746>

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

## Nomogramm zur Herstellung parallelperspektivischer Kristallbilder

Von *A. Rittmann*,  
Vulkaninstitut Friedlaender, Neapel

Die Darstellung von Kristallen in Orthogonalprojektion erfordert langwierige Konstruktionen, gleichgültig, ob man von den Flächenparametern auf einem projektiv gegebenen Achsenkreuz ausgeht oder von den gnomonischen oder stereographischen Projektionsbildern, aus denen, nach Ausführung einer doppelten Drehung, die Richtung einer Kante in der Zeichenebene der Orthogonalprojektion konstruiert werden kann. Es dürfte daher erwünscht sein, ein Mittel zu finden, das von diesen lästigen Konstruktionen absieht und ein rasches Zeichnen von Kristallen ermöglicht.

Es handelt sich darum, zu einer in stereographischer Projektion gegebenen Kantenrichtung (Zonenpol), ohne Konstruktion, ihre Richtung und ihre relative Verkürzung in der Zeichenebene der Orthogonalprojektion, rasch und mit hinreichender Genauigkeit, aus einem Nomogramm direkt abzulesen. Dieses Nomogramm muss dementsprechend aus zwei Kurvenbündeln bestehen, nämlich aus Kurven gleicher Neigung und Kurven gleicher Verkürzung der Kanten. Für die Projektionsrichtung wurden als Mittel der zahlreichen Vorschläge verschiedener Autoren die Koordinaten  $\varphi_A = 71^\circ$  und  $\varrho_A = 82^\circ$  des Augpunktes gewählt.

### Kurven gleicher Kantenneigung

In Fig. 1 ist A die stereographische Projektion des Augpunktes der Orthogonalprojektion; A' ist sein Gegenpol. Der Grosskreis E — E ist die Zeichenebene, deren Pol in A liegt. O ist die stereographische Projektion der Vertikalachse des zu zeichnenden Kristalls. Legt man durch diese und den Augpunkt A eine Ebene, so steht diese senkrecht auf E — E, und die Richtung ihrer Spur in E — E, d. h. die Projektion von O auf E — E fällt nach L. Gewohnheits-

gemäss wird diese Richtung im orthogonalen Kristallbild vertikal gestellt; ihre Neigung sei demnach mit  $0^\circ$  bezeichnet.

Eine beliebige Kantenrichtung projiziere sich in P. Welches ist ihre Neigung zur Vertikalen im Kristallbild? Die projizierende Ebene durch A P A' schneidet die Zeichenebene E E in Q; Q ist die Projektion von P, und der Winkel L Q ist der Neigungswinkel i der Orthogonalprojektion der Kantenrichtung P zur Vertikalen in

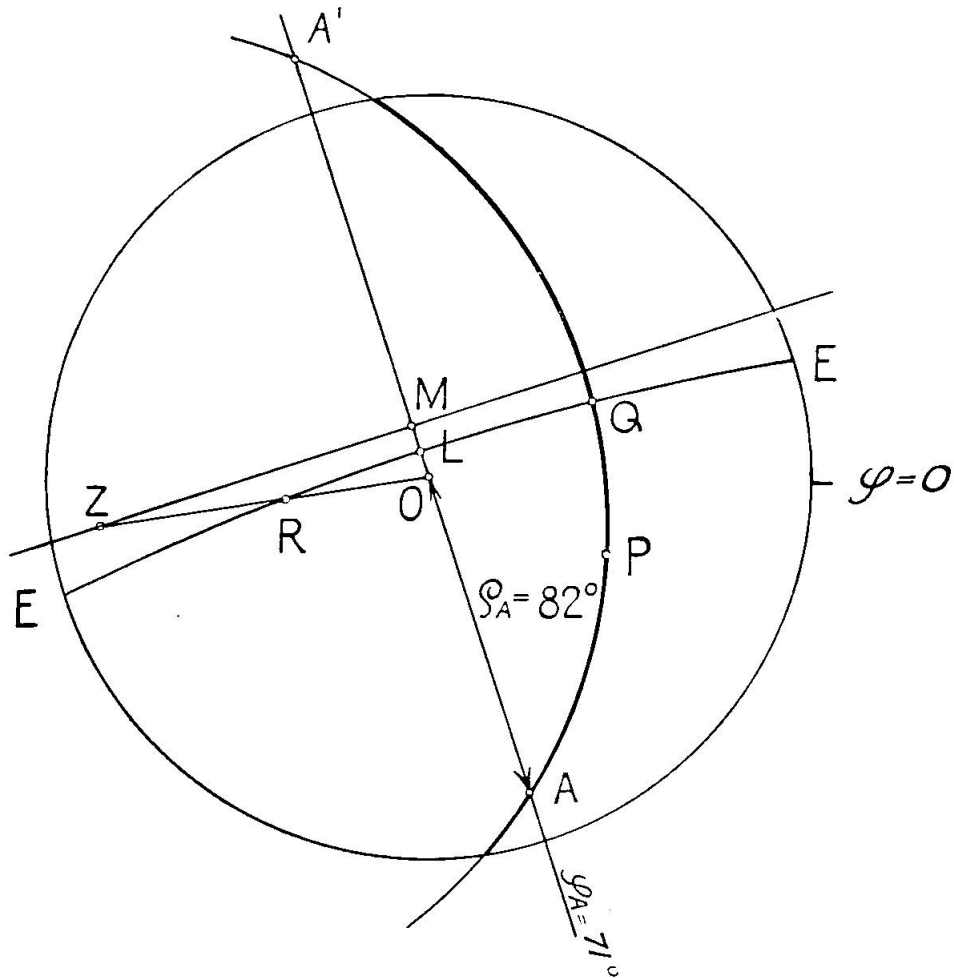


Fig. 1

E — E. Alle Kanten, deren stereographische Projektionen auf den Grosskreis A P A' fallen, werden ebenfalls nach Q projiziert. Der Meridian A P A' ist somit eine der gesuchten Kurven gleicher Kantenneigung.

*Der geometrische Ort der stereographischen Projektionen aller derjenigen Kristallkanten (Zonen), die im orthogonalen Kristallbild dieselbe Neigung zur Vertikalen besitzen, ist ein durch den Augpunkt und dessen Gegenpol gehender Grosskreis.*

Zeichnerisch hat ein solcher Grosskreis sein Zentrum in Z und ist, da er durch A und A' gehen muss, eindeutig bestimmt, wenn wir die Lage von Z kennen. Alle Zentren der Kreise, die durch A und A' gehen, liegen auf einer zu AA' in der Mitte M senkrechten Geraden, sodass die Kenntnis z. B. der Strecke OZ genügt, um Z festzulegen und den Grosskreis APA' zeichnen zu können.

Aus dem rechtwinkligen sphärischen Dreieck OLR berechnet sich:

$$\cos OR = \cos OL \cdot \cos LR;$$

darin ist:

$$OL = AL - AO = 90^\circ - \varrho_A = 8^\circ$$

und

$$LR = QR - QL = 90^\circ - i, \text{ somit}$$

$$\cos OR = \cos 8^\circ \cdot \sin i.$$

Da R der Pol des Grosskreises ist, dessen zeichnerisches Zentrum in Z liegt, so ist nach den Eigenschaften der stereographischen Projektion:

$$OZ = \tan OR.$$

Setzt man für den Parameter i die Werte  $0^\circ, \pm 2^\circ, \pm 4^\circ, \dots, \pm 88^\circ, \pm 90^\circ$  ein, wobei + nach rechts und - nach links geneigt bedeutet, so erhält man die Daten zur Konstruktion der Kurven gleicher Kantenneigung, wie sie in unserem Nomogramm dargestellt sind. Die Gerade AA' ist Symmetrielinie, was die Konstruktion wesentlich erleichtert.

#### Kurven gleicher Kantenverkürzung

Die Kante P erleidet bei ihrer Projektion auf die Ebene EE nach dem Projektionssatz eine Verkürzung, die durch den Verkürzungsfaktor  $\cos \alpha$  ausgedrückt wird, wobei  $\alpha = \angle PQ$  ist (Fig. 1). Alle Vektoren, die zur Ebene E gleich stark geneigt sind und daher bei der Orthogonalprojektion gleiche Verkürzung erfahren, sind Mantellinien eines Kreiskegels, dessen Spitze im Kugelmittelpunkt liegt und dessen Achse durch A und A' geht. Die Schnittlinien dieses Kegels mit der Kugeloberfläche sind zwei Kleinkreise mit A resp. A' als Zentren und dem Bogen  $(90^\circ - \alpha)$  als Radius (Fig. 2).

*Der geometrische Ort der stereographischen Projektionen aller derjenigen Kristallkanten (Zonen), die im orthogonalen Kristallbild dieselbe Verkürzung erfahren, ist ein Kleinkreispaar gleichen Bogendurchmessers mit dem Augpunkt, resp. mit dessen Gegenpol als Zentrum.*

In Fig. 2 ist ein solches Kleinkreispaar in stereographischer Projektion zur Darstellung gebracht. Zeichnerisch fallen die Zentren dieser Kreise nicht nach A resp. A', sondern nach Z resp. Z'

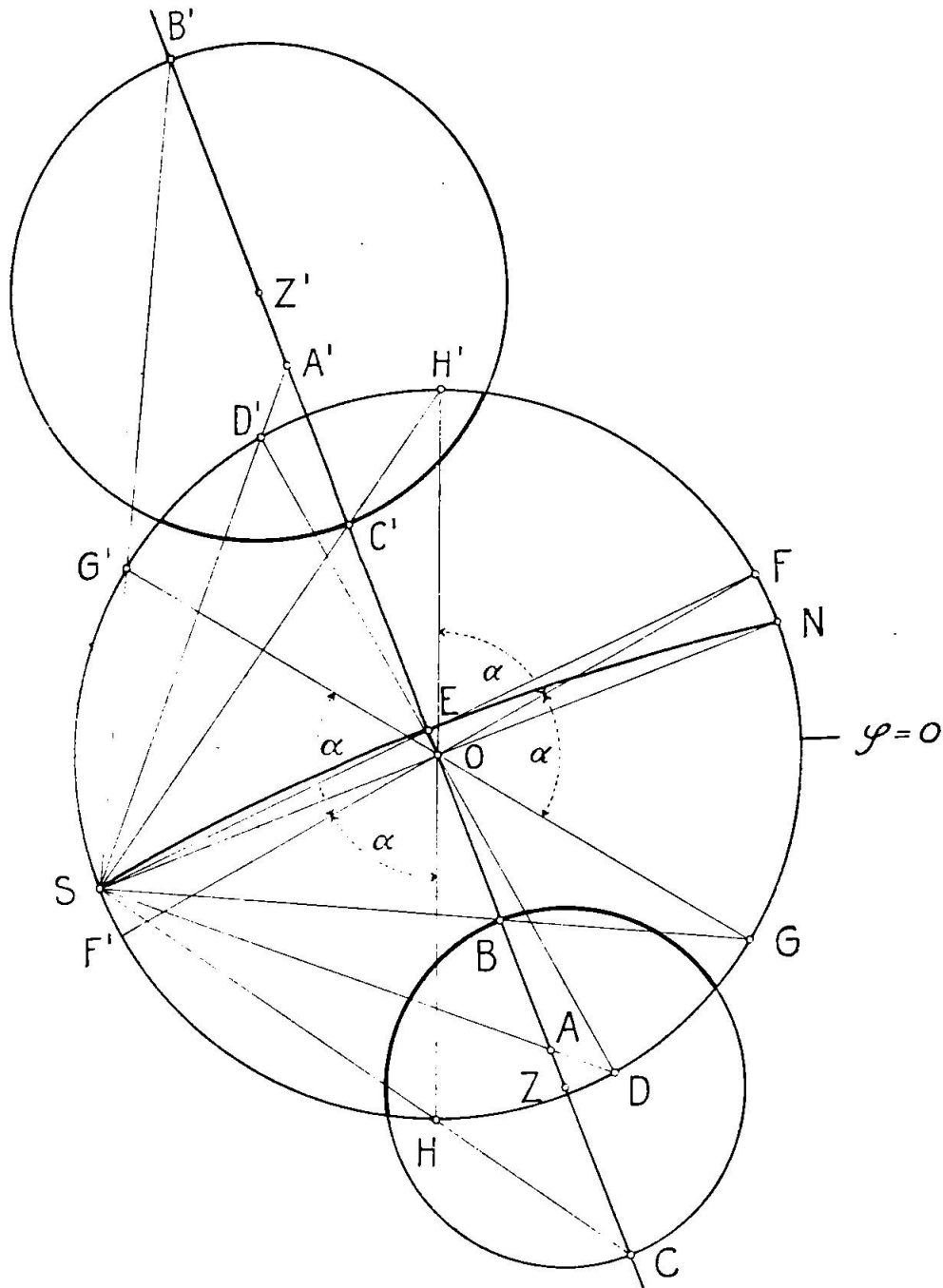


Fig. 2

auf der Geraden AA'. Durch die Lage des Punktes Z (gegeben durch  $\overline{OZ}$ ) und den Radius  $\overline{ZB}$  ist die Projektion des Kleinkreises eindeutig bestimmt.

Drehen wir die stereographische Projektion um  $90^\circ$  nach rechts um den Durchmesser  $\varphi = 71^\circ$ , so kommt der Südpol der Kugel nach S zu liegen; B fällt nach G, A nach D, C nach H, u. s. w.; die Ebene E erscheint als Durchmesser FF'. Nach der Drehung kommen die Schnittlinien (Mantellinien) des oben erwähnten Kegels in GG' und HH', seine Achse in DD' zur Darstellung. Es ergibt sich aus der Zeichnung (wobei wie üblich  $\overline{OS} = \text{Einheit}$ ):

$$\overline{OB} = \text{tang OSB},$$

und da  $\sphericalangle$ NOG Aussenwinkel an der Spitze des gleichschenkligen Dreiecks SOG ist,

$$\text{tang OSB} = \text{tang } \frac{1}{2} \text{NOG};$$

nun ist aber laut Annahme

$$\sphericalangle \text{NOG} = \alpha - \sphericalangle \text{FON} = \alpha - 8^\circ$$

also

$$\overline{OB} = \text{tang} \left( \frac{\alpha}{2} - 4^\circ \right).$$

Ebenso finden wir:

$$\overline{OC} = \text{tang OSC} = \text{tang } \frac{1}{2} \text{NOH}, \text{ wobei}$$

$$\sphericalangle \text{NOH} = 180^\circ - (\alpha + 8^\circ) = 172^\circ - \alpha, \text{ also}$$

$$\overline{OC} = \text{tang} \left( 86^\circ - \frac{\alpha}{2} \right).$$

Da  $\overline{BZ} = \overline{ZC}$  (als Radien des Kleinkreises), so folgt:

$$\overline{OZ} = \frac{1}{2} \overline{OC} + \frac{1}{2} \overline{OB} \quad \text{und}$$

$$\overline{BZ} = \frac{1}{2} \overline{OC} - \frac{1}{2} \overline{OB}.$$

Die Distanz des Zentrums Z des Kleinkreises um A von der Mitte O der stereographischen Projektion

$$\overline{OZ} = \frac{1}{2} \text{tang} \left( 86^\circ - \frac{\alpha}{2} \right) + \frac{1}{2} \text{tang} \left( \frac{\alpha}{2} - 4^\circ \right)$$

und der Radius des Kleinkreises

$$\overline{BZ} = \frac{1}{2} \text{tang} \left( 86^\circ - \frac{\alpha}{2} \right) - \frac{1}{2} \text{tang} \left( \frac{\alpha}{2} - 4^\circ \right).$$

Analog findet man für die Kleinkreise um A' die Zentralsdistanz des Zentrums

$$\overline{OZ'} = \frac{1}{2} \text{tang} \left( 94^\circ - \frac{\alpha}{2} \right) + \frac{1}{2} \text{tang} \left( \frac{\alpha}{2} + 4^\circ \right)$$

und den Radius

$$\bar{C}\bar{Z}' = \frac{1}{2} \operatorname{tang} \left( 94^\circ - \frac{\alpha}{2} \right) - \frac{1}{2} \operatorname{tang} \left( \frac{\alpha}{2} + 4^\circ \right).$$

Zur Konstruktion der Kurven gleicher relativer Verkürzung, wie sie in unserem Nomogramm zur Darstellung gelangen, setze

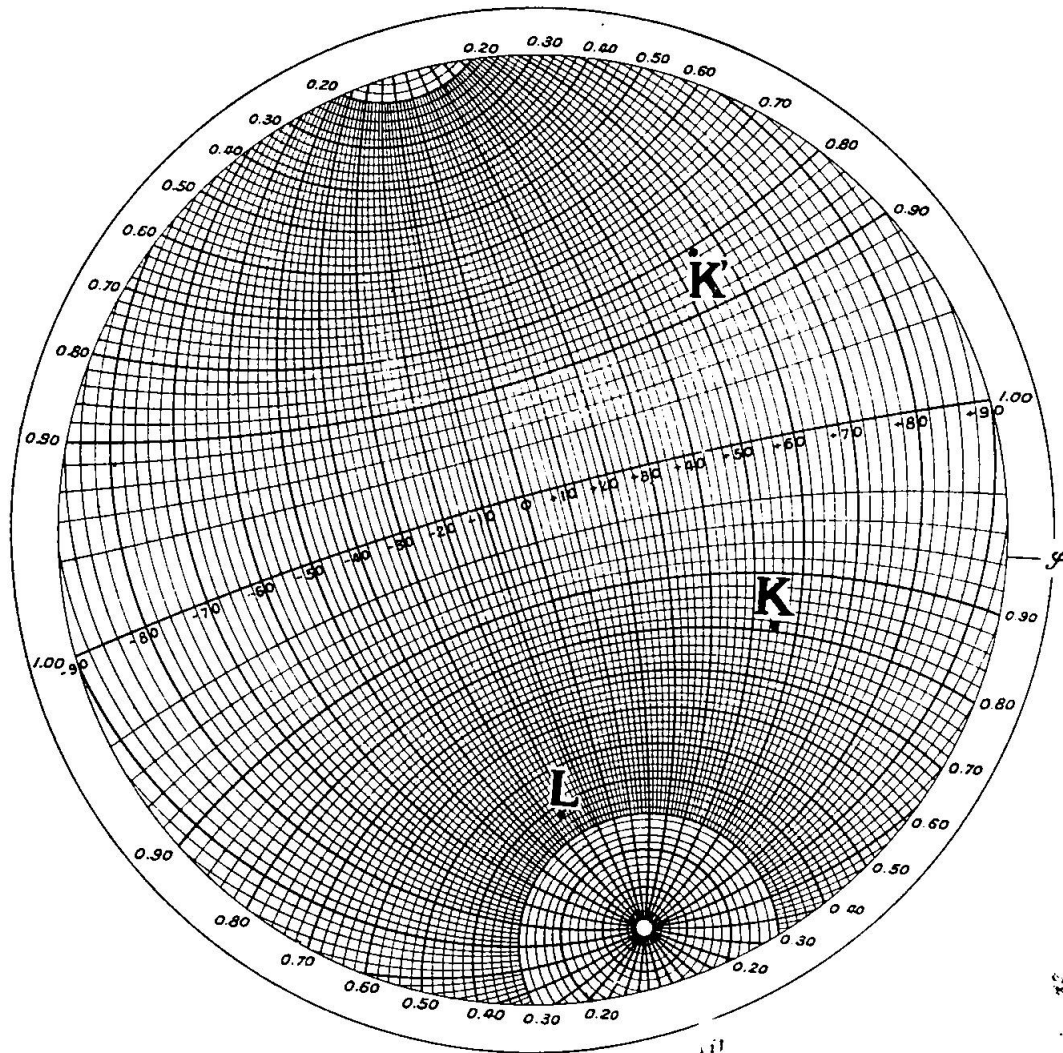


Fig. 3

man für den Parameter  $\alpha$  solche Werte ein, dass der Verkürzungsfaktor 0; 0,02; 0,04 ... 0,98 und 1,00 wird.

Aus diesem so erhaltenen Nomogramm (Tafel) kann man zu einer in stereographischer Projektion normaler Aufstellung gegebenen Kantenrichtung direkt deren Richtung in der Zeichenebene der Orthogonalprojektion und ihre relative Verkürzung ablesen. So wird die Kante K in Fig. 3 im orthogonalen Kristallbild  $55^\circ$  nach rechts geneigt sein und eine Verkürzung von 0,81 ihrer wirklichen





schen Netzes von 10 cm Radius entwerfe man auf einem Pauspapier die stereographische Projektion und konstruiere die Pole der kantenbildenden Zonen, indem man die tautozonalen Flächenprojektionen auf denselben Meridian des Netzes bringt und den Pol dieses Meridians anzeichnet. In Fig. 4 ist die stereographische Projektion eines Schwefelkristalls mit den Flächen  $\{111\}$ ,  $\{1\bar{1}3\}$ ,  $\{001\}$ ,  $\{011\}$  und den wichtigeren Zonen gegeben. Die Zonenkreise sind darin der Übersichtlichkeit halber ausgezogen, was aber zur Konstruktion der Zonenpole durchaus nicht nötig ist.

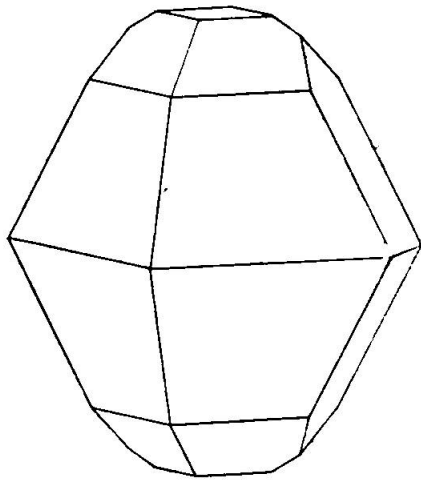


Fig. 5

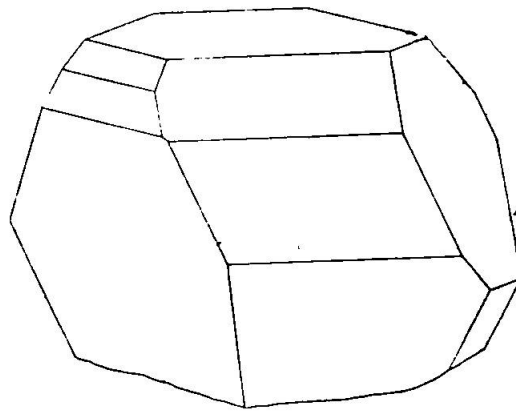


Fig. 6

Diese Projektion wird auf das Nomogramm so aufgelegt, dass  $\varphi = 0^\circ$  wie üblich nach Osten zu liegen kommt. Nun kann man für jeden Zonenpol die Werte  $i$  und  $\cos \alpha$  aus dem Nomogramm ablesen. In unserem Beispiel erhalten wir die in Tabelle I gegebenen Werte.

Tabelle I

| Zone                | $i$                    | $\cos \alpha$ | Zone                      | $i$                    | $\cos \alpha$ |
|---------------------|------------------------|---------------|---------------------------|------------------------|---------------|
| [001]               | $0^\circ$              | 0,99          | [301]                     | $-27^\circ$            | 0,57          |
| [100]               | $+68^\circ$            | 0,355         | $[\bar{3}01]$             | $+20^\circ$            | 0,755         |
| [110]               | $-77\frac{1}{4}^\circ$ | 0,54          | [031]                     | $+58\frac{1}{2}^\circ$ | 0,945         |
| $[\bar{1}\bar{1}0]$ | $+87^\circ$            | 0,94          | $[0\bar{3}1]$             | $-54^\circ$            | 0,98          |
| [011]               | $+27\frac{1}{4}^\circ$ | 0,96          | [211]                     | $+14\frac{1}{2}^\circ$ | 0,625         |
| $[0\bar{1}\bar{1}]$ | $-26^\circ$            | 1,00          | $[\bar{2}11]$             | $+36^\circ$            | 0,935         |
| [101]               | $-8\frac{3}{4}^\circ$  | 0,865         | $[2\bar{1}\bar{1}]$       | $-40\frac{1}{4}^\circ$ | 0,835         |
| $[\bar{1}01]$       | $+8^\circ$             | 0,97          | $[\bar{2}\bar{1}\bar{1}]$ | $-10\frac{3}{4}^\circ$ | 0,815         |

Um eine Idealfigur des Kristalls (Fig. 5) zu zeichnen, beginnt man mit irgend einer Kante, z. B. mit der Kante  $(111) : (1\bar{1}\bar{1})$ . Diese

gehört zur Zone  $[1\bar{1}0]$ , ist also  $87^\circ$  nach rechts geneigt und, wenn ihre wirkliche Länge  $L$  ist,  $0,94 L$  lang. Die gleichwertige Kante  $(1\bar{1}1):(1\bar{1}\bar{1})$  gehört zur Zone  $[110]$ , ist also  $77\frac{1}{4}^\circ$  nach links geneigt und  $0,54 L$  lang, u. s. w.

Beim naturgetreuen Zeichnen von Habitusbildern oder von verzerrten Kristallen leistet die durch das Nomogramm vermittelte Kenntnis des Verkürzungsfaktors  $\cos \alpha$  grosse Hilfe. Als Beispiel sei ein verzerrter Schwefelkristall von Girgenti angeführt (Fig. 6). Er war auf einer Stufe aufgewachsen, sodass seine untere Hälfte grösstenteils nicht zur Entwicklung kam. Um ihn naturgetreu zu zeichnen, ist es nicht nötig, alle seine Kanten zu messen, da sich viele derselben aus anderen, bereits gemessenen von selbst ergeben. In Tabelle II ist eine Reihe von Kanten angeführt, die genügen, um den Kristall zu zeichnen. Es bedeutet  $i$  den Neigungswinkel,  $L$  die Länge der Kristallkante in mm,  $\cos \alpha$  den Verkürzungsfaktor,  $L' = L \cdot \cos \alpha$  die Länge der Kante in Orthogonalprojektion in mm (Vergrösserung 10 fach).

Tabelle II

| Kante                           | Zone                | $i$                    | $L$  | $\cos \alpha$ | $L'$  |
|---------------------------------|---------------------|------------------------|------|---------------|-------|
| $(001):(113)$                   | $[1\bar{1}0]$       | $+87^\circ$            | 12,6 | 0,94          | 118,5 |
| $(111):(113)$                   | "                   | "                      | 13,2 | "             | 124,1 |
| $(001):(\bar{1}\bar{1}3)$       | "                   | "                      | 8,6  | "             | 80,8  |
| $(001):(0\bar{1}1)$             | $[100]$             | $+68^\circ$            | 6,0  | 0,355         | 21,3  |
| $(001):(011)$                   | "                   | "                      | 11,2 | "             | 39,8  |
| $(001):(\bar{1}13)$             | $[110]$             | $-77\frac{1}{4}^\circ$ | 12,1 | 0,54          | 65,4  |
| $(001):(1\bar{1}3)$             | "                   | "                      | 8,2  | "             | 44,3  |
| $(1\bar{1}1):(1\bar{1}\bar{1})$ | "                   | "                      | 12,1 | "             | 65,4  |
| $(111):(011)$                   | $[0\bar{1}1]$       | $-26^\circ$            | 7,2  | 1,00          | 72,0  |
| $(\bar{1}11):(011)$             | "                   | "                      | 2,2  | "             | 22,0  |
| $(1\bar{1}\bar{1}):(0\bar{1}1)$ | $[211]$             | $+14\frac{1}{2}^\circ$ | 10,0 | 0,625         | 62,5  |
| $(11\bar{1}):(011)$             | $[2\bar{1}1]$       | $-40\frac{1}{4}^\circ$ | 2,8  | 0,835         | 23,4  |
| $(011):(\bar{1}\bar{1}3)$       | "                   | "                      | 4,7  | "             | 39,2  |
| $(011):(113)$                   | $[\bar{2}\bar{1}1]$ | $-10\frac{3}{4}^\circ$ | 5,4  | 0,815         | 44,0  |
| $(113):(1\bar{1}1)$             | "                   | "                      | 3,0  | "             | 24,4  |
| $(113):(1\bar{1}3)$             | $[301]$             | $+20^\circ$            | 2,4  | 0,755         | 18,1  |

Es ist gut, einige Kanten mehr in die Tabelle aufzunehmen, als zum Zeichnen des Kristalls unbedingt erforderlich sind, da so Kontrollmöglichkeiten für die Richtigkeit der Messungen und Konstruktionen gegeben werden. So ist z. B. eine der sechs Seiten,

die die Basis begrenzen, ein Prüfstein für die Richtigkeit der anderen fünf, da sie die Schlusstrecke eines geschlossenen Polygonalzuges ist.

Das beschriebene Nomogramm hat sich während der letzten drei Jahre in zahlreichen Fällen gut bewährt. Da jedoch die Zeichenebene festgelegt ist, so können Fälle eintreten, bei denen die Benützung desselben gegen eine der beiden Stöberschen Regeln verstösst, nämlich dann, wenn ein wichtiger Flächenpol auf den Grosskreis der Zeichenebene fällt, oder wenn zwei wichtige Zonen auf dieselbe Kurve gleicher Kantenneigung fallen. In diesen seltenen Fällen ist eine andere Zeichenebene zu wählen. Die Konstruktion eines zweiten Nomogrammes mit anderen Koordinaten des Augpunktes würde sich jedoch kaum lohnen, sodass man in diesen Ausnahmefällen auf eine der gewöhnlichen Zeichenmethoden zurückgreifen muss. Wenigstens 95% aller Kristallzeichnungen können jedoch ohne weiteres mit Hilfe des gegebenen Nomogrammes ausgeführt werden.

Manuskript eingegangen: 22. Oktober 1928.