

# Vergleichende Untersuchungen über die Lichtausbeute an Brillantschliffen

Autor(en): **Parker, Robert L.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Schweizerische mineralogische und petrographische Mitteilungen  
= Bulletin suisse de minéralogie et pétrographie**

Band (Jahr): **31 (1951)**

Heft 1

PDF erstellt am: **06.08.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-25147>

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

# Vergleichende Untersuchungen über die Lichtausbeute an Brillantschliffen

Von *Robert L. Parker* (Zürich)

## I. EINLEITUNG

Die Anregung zu dieser Untersuchung bot ein für die Mineralogische Sammlung der E. T. H. aus Amerika bezogener, aus synthetischem Rutil geschliffener Brillant von 0,85 Karat. Er zeigt eine lebhaftere Innenbrillanz und auffallend gute Spektralbrillanz (Feuer), was vermuten liess, dass Winkel und Dimensionen des Schliffes den optischen Eigenschaften des Materials gut angepasst sein dürften. Es erschien deshalb von Interesse zu untersuchen, inwieweit dies wirklich zutrifft und festzustellen, wie sich die Lichtausbeute dieses Schliffes im Vergleich zu denjenigen ausnimmt, die an Brillantschliffen mit anderen Winkeln und Dimensionen erhalten werden können. Die Untersuchung wurde auf graphischem Wege durchgeführt, nachdem die Winkel- und Längenmasse des Steins durch sorgfältige Messungen ermittelt worden waren. Zum Vergleich wurden in erster Linie die von verschiedenen Autoren (siehe Literaturverzeichnis) für Rutil- und Diamantbrillanten theoretisch berechneten und als besonders wirksam erkannten Schliff-Formen herangezogen. Ausserdem wurde eine weitere theoretisch interessante Brillantform abgeleitet und auf ihre optische Wirkung hin untersucht.

Man kann feststellen, dass unter den Autoren, die bereits ähnliche Untersuchungen an geschliffenen Edelsteinen unternommen haben, grosse Meinungsverschiedenheiten bestehen bezüglich der Ansprüche, die man an die Leistung eines Brillantschliffes machen darf und muss. Es erschien darum unerlässlich, den oben angedeuteten Untersuchungen eine kurze theoretische Erläuterung vorzuschicken, in der die hier zur Bewertung der Lichtausbeute verwendeten Grössen und die Methodik ihrer Ermittlung besprochen werden.

## II. THEORETISCHER TEIL

### A. Die Strahlenverläufe im Brillant

Der moderne Brillantschliff weist normalerweise 57 Fazetten auf, nämlich die Tafel, 8 Tafelfazetten, 8 obere Hauptfazetten, 16 obere Rundistenfazetten, 16 untere Rundistenfazetten und 8 untere Hauptfazetten. Ihre Lage und Anordnung kann aus Figur 2 ersehen werden. Für die Gestalt des Schliffes sind die Tafel, sowie die oberen und unteren Hauptfazetten von besonderer Bedeutung. Denn sie sind so angeordnet und dimensioniert, dass die erstgenannte Fläche mit je zwei der anderen zusammenhängende Verbände bildet, die ringartig den ganzen Stein umspannen und seinen charakteristischen Umriss bestimmen. Die fünf Fazetten, die je in einem solchen Verband liegen, sind (wie tautozonale Flächen an Kristallen) alle einer Richtung parallel, so dass sie auch eine gemeinsame Vertikalebene besitzen. Denkt man sich diese durch die Achse des Steins gelegt, so liefern ihre Schnittlinien mit den fünf zu ihr senkrechten Fazetten das Hauptprofil des Brillants.

Dieses Hauptprofil ist auch vom optischen Standpunkt aus bedeutsam. Denn es ist zweifellos Träger der wichtigsten Strahlenverläufe, insbesondere auch derjenigen, die die Innenbrillanz des Steins erzeugen. Die weiteren Betrachtungen sollen deshalb auf die im Hauptprofil gelegenen Strahlenbahnen beschränkt bleiben, zu deren Festlegung man die im folgenden zusammengestellten Formeln verwenden kann.

#### 1. Der Lichteintritt in den Stein

Bezeichnet man die drei Oberteilfazetten des Profils mit T (Tafel), R (rechte obere Hauptfazette) und L (linke obere Hauptfazette) und ihre Neigungen allgemein mit A und im speziellen mit  $A_T (= 0^\circ)$ ,  $A_R$  und  $A_L (= -A_R)$  und fällt ein unter  $+V^\circ$  zur Vertikalen<sup>1)</sup> geneigter Strahl auf eine dieser Flächen (Figur 1), so bildet derselbe mit der betreffenden Fazettennormalen einen Winkel I, wobei

$$I = V - A \quad (1)$$

<sup>1)</sup> Das positive Vorzeichen am äusseren Neigungswinkel bedeutet, dass der Lichteinfall von rechts her erfolgt. Da das betrachtete Hauptprofil eine Spiegelebene aufweist, entstehen bei Lichteinfall von links Strahlengänge, die zu den besprochenen symmetrisch sind und deshalb nicht gesondert betrachtet zu werden brauchen.

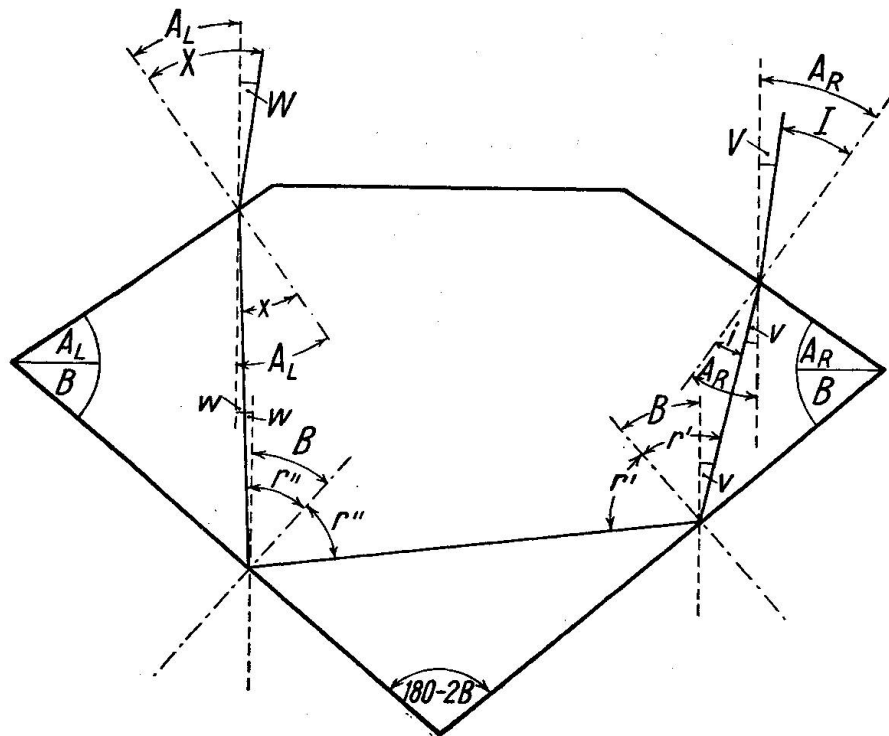


Fig. 1. Strahlenverlauf im Brillant

Dieser Winkel ist der für den Lichteintritt in den Stein massgebende optische Einfallswinkel. Ihm entspricht ein Eintrittswinkel  $i$ , der gegeben ist durch

$$\sin i = \frac{\sin I}{n} \quad (2)$$

wenn  $n$  der Brechungsindex des Steins ist. Die Neigung  $v$  des derart gebrochenen Strahls zur Vertikalen (innerer Neigungswinkel) ist alsdann gegeben durch

$$v = A + i. \quad (3)$$

Sowohl in (1) wie in (3) ist für  $A$  der für die Eintrittsfazette geltende spezielle Wert einzusetzen.

## 2. Die Lichtreflexion an den Fazetten des Unterteils

Die Zahl und die Reihenfolge der Reflexionen an den unteren Hauptfazetten sind von der Gestalt des Profils, dem äusseren Neigungswinkel  $V$  des Lichtes und dem speziellen Ort des Lichteintrittes in den Stein abhängig. In erster Linie sind Verläufe, bei denen das Licht zuerst auf die rechte untere Hauptfazette fällt, von solchen zu unterscheiden, bei denen



es zuerst die linke untere Hauptfazette trifft. Im ersten Fall wird von rechts her kommendes Licht sich im Stein von rechts nach links bewegen, weshalb von einem direkten Strahlenverlauf gesprochen werden kann. (Vergleiche hierzu Figuren 3a und 3c.) Im zweiten werden von rechts her kommende Strahlen sich im Stein von links nach rechts fortpflanzen, also gewissermassen sich rückläufig bewegen (Figuren 3b und 3d).

Bezeichnet man nun die Neigung der unteren Hauptfazetten mit  $B$  (im folgenden stets mit positivem Vorzeichen verwendet) und den Winkel, unter welchem die Strahlen auf die erstgetroffene untere Hauptfazette einfallen, mit  $r'$  (vgl. Fig. 1), so beträgt dieser für einen unter  $v^\circ$  zur Vertikalen geneigten Strahl

$$r' = B \pm v \quad (4)$$

wobei das positive Vorzeichen für Fall 1 (direkte Strahlen), das negative für Fall 2 (rückläufige Strahlen) einzusetzen ist. Falls  $r'$  grösser ist als  $G$  der Grenzwinkel der Totalreflexion, wird eine Reflexion des Lichtes an der Fazette stattfinden und  $r'$  zugleich auch den Reflexionswinkel darstellen. Andernfalls wird das Licht aus dem Stein austreten und für die Lichtausbeute verloren gehen.

Nach erfolgter erster Reflexion wird bei „normalen“ Strahlenverläufen das Licht auf die gegenüberliegende untere Hauptfazette fallen und diese unter einem Winkel  $r''$  treffen, der durch folgenden Ausdruck gegeben ist:

$$r'' = 180^\circ - 2B - r' \quad (5)$$

Wiederum findet Reflexion statt, wenn der Einfallswinkel grösser ist als  $G$ , wobei  $r''$  zum Reflexionswinkel wird (Fig. 1). Andernfalls kommt Lichtverlust durch Austritt der Strahlen zustande.

Die Neigung  $w$  zur Vertikalen von Strahlen, die eine zweimalige Reflexion erlitten haben, beträgt

$$w = \pm (B - r'') \quad (6a)$$

oder auch

$$w = v \pm (4B - 180) \quad (6b)$$

In beiden Ausdrücken gilt das positive Vorzeichen bei direktem, das negative bei rückläufigem Strahlengang.

Bei gewissen „normalen“ Strahlenverläufen kann es vorkommen, dass das Licht nach der ersten Reflexion gleich auf eine Fazette des Ober-

teils fällt, ohne vorher die zweite untere Hauptfazette getroffen zu haben. Unter diesen Umständen hat der für den weiteren Lichtverlauf massgebende Winkel  $w$  nicht den aus (6a) oder (6b) ableitbaren Wert, sondern eine Grösse, die sich aus folgendem Ausdruck ergibt:

$$w = \mp (B + r') \quad (7)$$

Hier gilt das negative Vorzeichen, wenn die einzige Reflexion an der rechten unteren Hauptfazette stattfand, das positive für den entgegengesetzten Fall.

### 3. Der Lichtaustritt aus dem Stein

Besitzt ein Strahl nach zwei- oder einmaliger Reflexion die Neigung  $w$  zur Vertikalen und fällt er auf eine Fazette des Oberteils, deren Neigung  $A$  beträgt, so leitet sich der Winkel  $x$  zur betreffenden Fazettennormalen aus folgendem Ausdruck ab (Fig. 1):

$$x = w - A \quad (8)$$

Ist dieser Winkel kleiner als  $G$  der Grenzwinkel der Totalreflexion, so kann der Strahl aus dem Stein in Luft austreten. Andernfalls erfährt er eine abermalige Reflexion, bleibt im Stein und ist für die Lichtausbeute verloren. Geschieht ersteres, so ist  $x$  der massgebende optische Einfallswinkel, aus dem sich ein Austrittswinkel  $X$  nach der Formel

$$\sin X = n \sin x \quad (9)$$

ergibt, in welchem  $n$  wiederum den Brechungsindex des Steins darstellt. Die Neigung  $W$  zur Vertikalen des ausgetretenen Strahls ist dann gegeben durch

$$W = X + A \quad (10)$$

Hier wie in (8) ist für  $A$  der für die Austrittsfazette geltende spezielle Wert von  $A$  einzusetzen.

### 4. Symbolisierung der Strahlengänge

Mit Hilfe der oben angegebenen Symbole  $T$ ,  $R$  und  $L$  für die Fazetten des Oberteils ist es leicht, auch für die einzelnen Strahlengänge Symbole zu bilden. Bei normal verlaufenden (zwei Reflexionen am Unter-

teil erleidenden) Strahlen genügt es, die den Ein- und Austrittsfazetten entsprechenden Buchstaben zu vereinigen, um den Strahlenverlauf vollkommen zu charakterisieren. Für direkte Strahlengänge ergeben sich offenbar folgende Möglichkeiten:

RT, RL, TT, TL.

Andererseits können bei rückläufigem Verlauf der Strahlen

LT, LR,  $\overline{TT}$ , TR

Verläufe unterschieden werden. Auch anormale (nur einmal reflektierte) Strahlen lassen sich in ähnlicher Weise, z. B. als T/R-Strahlen symbolisieren. Für Strahlen, die beim Auftreffen auf die eine oder andere untere Hauptfazette durch dieselbe austreten und damit für die Lichtausbeute verloren gehen, werden Symbole vom Typus R- verwendet, wobei der Buchstabe stets die Eintrittsfazette bedeutet.

### B. Die Sprungstellen in der Lichtausbeute

Eine gegebene Strahlenart kann nur solange fortbestehen und einen Beitrag an die Lichtausbeute liefern, als ihre Reflexionswinkel  $r'$  und  $r''$  grösser sind, ihr Einfallswinkel  $x$  auf die Austrittsfazette dagegen kleiner ist als  $G$  der Winkel der totalen Reflexion. Erreicht bei fortschreitend flacher werdendem äusseren Neigungswinkel  $V$  einer der genannten Winkel den Wert  $G$ , so stellt der betreffende  $V$ -Wert eine Sprungstelle in der Lichtführung des Steins dar. Denn sobald er überschritten wird, verschwindet die betreffende Strahlenart und mit ihr der bis dahin beige-steuerte Betrag an die Lichtausbeute. Umgekehrt kann eine Strahlenart, die bei einem steilen äusseren Neigungswinkel ungeeignete Werte von  $x$  aufweist und deshalb nicht aus dem Stein auszutreten vermag, somit auch vom Standpunkt der Lichtausbeute wirkungslos bleibt, bei flacher werdendem  $V$ -Winkel sprungartig wirksam werden.

Bei gegebenen Werten von  $A$ ,  $B$  und  $G$  können für die verschiedenen oben formulierten Strahlenarten die Sprungstellen mit Hilfe der schon angeführten Formeln leicht berechnet werden. Man muss zu diesem Zweck lediglich in Formeln (4), (5) oder (8)  $r'$ ,  $r''$  resp.  $x$  durch  $G$  ersetzen und dann mit Hilfe der Gleichungen (1), (2) und (3) den zugehörigen  $V$ -Wert rückwärts berechnen. Die Diskussion führt zu folgenden allgemeinen Formulierungen:

## 1. T-Strahlen

Der Lichteintritt an der Tafel ist stets möglich. Der Brechungswinkel  $i$  liegt zwischen null und  $G$ .

## a) Direkter Strahlenverlauf

Erste Reflexion: Der Reflexionswinkel  $r'$  erreicht nach Formeln (3) und (4) den Grenzwert  $G$ , wenn

$$i = G - B \quad (\text{S. 1})$$

Bei hohem Brechungsindex  $n$  und normalen Winkelgrößen des Schliffes ist die rechte Seite der Gleichung stets negativ, so dass der entsprechende  $i$ -Wert nicht realisierbar ist. Bei niedriger Lichtbrechung und unzuweckmässigem Schliff kann indessen ein der Gleichung entsprechender Wert von  $i$  und somit eine Sprungstelle zustandekommen.

Zweite Reflexion: Der Reflexionswinkel  $r''$  erreicht nach Formeln (3), (4) und (5) den Grenzwert  $G$ , wenn

$$i = 180 - 3B - G \quad (\text{S. 2})$$

Die Sprungstelle kann unter ähnlichen Voraussetzungen wie bei (S. 1) auftreten.

Lichtaustritt an der Tafel: (TT-Strahlen): Der Lichtaustritt kann erfolgen, wenn  $x$  zwischen  $-G$  und  $+G$  liegt. Der erste Grenzwert wird nach Formeln (3) bis (8) erreicht, wenn

$$i = 180 - 4B - G \quad (\text{S. 3})$$

Die Gleichung liefert unter normalen Verhältnissen realisierbare Werte für  $i$ , womit die Möglichkeit des Zustandekommens einer Sprungstelle gegeben ist.

Der zweite Grenzwert wird erreicht, wenn

$$i = 180 + G - 4B$$

Die Gleichung liefert nur bei ganz unzuweckmässig grossem  $B$ -Wert einen realisierbaren Wert für  $i$ . In der Praxis wird somit die obere Austrittsgrenze nicht erreicht.

Lichtaustritt an der linken oberen Hauptfazette (TL-Strahlen): Der innere Einfallswinkel  $x$  erreicht nach Formeln (3) bis (8) den Grenzwert  $G$ , wenn

$$i = 180 + G + A_L - 4B \quad (\text{S. 4})$$

Die Gleichung liefert schon bei grossem Brechungsindex und normalen Winkelwerten des Schliffes realisierbare Werte für  $i$ . Eine Sprungstelle kann somit hier zustande kommen.

Grenzwert für direkte Strahlen: Selbst wenn keiner der obigen Grenzwerte verwirklicht wird, hören direkte T-Strahlen auf, einen Beitrag an die Lichtausbeute zu leisten, sobald der an der rechten Tafelecke eingetretene Strahl genau gegen die Spitze des Steins gerichtet ist. Bezeichnet man den Durchmesser der Tafel mit  $t$  und die Höhe des Steins mit  $h$ , so ist offenbar für diesen Grenzstrahl

$$i = \text{arc tg } \frac{t}{2h} \quad (\text{S. 5})$$

Der Ausdruck führt unter normalen Verhältnissen zu  $i$ -Werten, die bald kleiner, bald grösser sind als  $G$ . Ist letzteres der Fall, so können direkte Strahlen bis zur streifenden Inzidenz des Lichtes auf die Tafel (Grenze des Untersuchungsbereiches) fortbestehen. Bei  $V = 90^\circ$  entsteht unter diesen Umständen eine Sprungstelle.

#### b) Rückläufiger Strahlenverlauf

Erste Reflexion: Der Reflexionswinkel  $r'$  erreicht nach Formeln (3) und (4) den Grenzwert  $G$ , wenn

$$i = B - G \quad (\text{S. 6})$$

Die Gleichung liefert in der Regel realisierbare Werte von  $i$ , so dass stets mit einer entsprechenden Sprungstelle gerechnet werden muss.

Zweite Reflexion: Der Reflexionswinkel  $r''$  erreicht nach Formeln (3) bis (5) den Grenzwert  $G$ , wenn

$$i = G + 3B - 180$$

Die Gleichung führt unter normalen Verhältnissen zu einem negativen (also unmöglichen) Wert von  $i$ . Für Strahlen, bei denen sich die erste Reflexion vollzogen hat, wird deshalb auch die zweite stets möglich sein.

Lichtaustritt an der Tafel ( $\overline{TT}$ -Strahlen): Der Lichtaustritt kann erfolgen, wenn  $x$  zwischen  $+G$  und  $-G$  liegt. Der erste Grenzwert wird erreicht, wenn

$$i = G + 4B - 180 \quad (\text{S. 7})$$

Die Gleichung führt bei normalen  $G$ - und  $B$ -Werten zu realisierbaren Werten von  $i$ , so dass eine Sprungstelle resultieren kann. Die Sprung-

stelle kommt in der Lichtausbeute nicht zur Geltung, weil die Strahlen mit  $W = 90^\circ$  und deshalb mit einer Wirksamkeit  $= 0$  austreten.

Der zweite Grenzwert wird nach Formeln (3) bis (8) erreicht, wenn

$$i = 4B - G - 180$$

Die Gleichung ergibt nur bei ganz unzweckmässig grossem B-Wert realisierbare Werte von  $i$ . Diese Grenze wird deshalb praktisch nicht erreicht.

Lichtaustritt an der rechten oberen Hauptfazette (TR-Strahlen): Der Grenzwert lautet hier  $-G$ . Er wird nach Formeln (3) bis (8) erreicht, wenn

$$i = A_R + 4B - G - 180 \quad (\text{S. 8})$$

Die Gleichung kann einen möglichen Wert für  $i$  liefern, so dass mit einer entsprechenden Sprungstelle zu rechnen ist.

Anormale Strahlengänge mit Austritt an R (T/R-Strahlen): Der innere Einfallswinkel  $x$  erreicht den Grenzwert, wenn

$$i = 2B - A_R - G$$

Die Gleichung liefert realisierbare Werte von  $i$ , so dass solche Strahlen u.U. wirklich sprungartig zum Austritt gelangen können. Sie weisen aber dann einen äusseren Neigungswinkel  $W$  auf, der über  $90^\circ$  liegt und sie als „unwirksame“ Strahlen kennzeichnet. Die Lichtausbeute wird deshalb von dieser Sprungstelle nicht beeinflusst.

## 2. R-Strahlen

Der Lichteintritt an der rechten oberen Hauptfazette ist stets möglich. Der innere Brechungswinkel  $i$  liegt zwischen

$$- \arcsin \frac{\sin A_R}{n} \quad \text{und} \quad \arcsin \frac{\cos A_R}{n}$$

### a) Direkter Strahlenverlauf

Erste Reflexion: Der Reflexionswinkel  $r'$  erreicht nach Formeln (3) und (4) den Grenzwert  $G$ , wenn

$$i = G - B - A_R \quad (\text{S. 9})$$

$i$  kann (speziell bei grossem  $G$  und unzuweckmässigen Werten von  $B$  und  $A_R$ ) den von der Gleichung gelieferten Wert erreichen. Es tritt alsdann eine Sprungstelle auf. Normalerweise tritt sie nicht in Erscheinung.

Zweite Reflexion: Der Reflexionswinkel  $r''$  erreicht nach Formeln (3) bis (5) den Grenzwert  $G$ , wenn

$$i = 180 - A_R - 3B - G \quad (\text{S. 10})$$

Der von der Gleichung gelieferte  $i$ -Wert und die zugehörige Sprungstelle werden bei normalen Schliffen regelmässig verwirklicht.

Lichtaustritt an der Tafel (RT-Strahlen): Der innere Einfallswinkel  $x$  erreicht nach Formeln (3) bis (8) den Grenzwert  $G$ , wenn

$$i = 180 + G - A_R - 4B \quad (\text{S. 11})$$

Die Gleichung liefert einen realisierbaren  $i$ -Wert. Die Sprungstelle tritt nur in Erscheinung, wenn der zugehörige  $V$ -Wert niedriger liegt als bei S. 10. Dies ist im allgemeinen nicht der Fall.

Lichtaustritt an der linken oberen Hauptfazette (RL-Strahlen): Der innere Einfallswinkel  $x$  erreicht den Grenzwert  $G$  (Formeln (3) bis (8)), wenn

$$i = 180 + G - 2A_R - 4B \quad (\text{S. 12})$$

Der aus der Gleichung sich ergebende  $i$ -Wert kann realisiert werden und führt zu einer Sprungstelle. Sie findet sich vorzugsweise bei grossen  $G$ -Werten, kann aber auch bei besonders kleinen  $A_R$ -Werten erscheinen.

#### b) Rückläufige Strahlenverläufe

Erste Reflexion: Der Reflexionswinkel  $r'$  erreicht nach Formeln (3) und (4) den Grenzwert  $G$ , wenn

$$i = B - A_R - G \quad (\text{S. 13})$$

Die Gleichung liefert unter Umständen einen realisierbaren Wert von  $i$ . In der Praxis pflegt aber der Strahlenverlauf sich so zu gestalten, dass eine Sprungstelle nicht in Erscheinung tritt. Es gilt deshalb ganz allgemein, dass R-Strahlen, die zuerst auf die linke untere Hauptfazette auf fallen, aus dem Stein austreten. Rückläufige R-Strahlen kommen somit bei normalen Schliffen überhaupt nicht zustande, sondern gehen für die Lichtausbeute verloren.

## 3. L-Strahlen

Der Lichteintritt an der linken oberen Hauptfazette ist nur möglich, solange die auffallenden Strahlen die streifende Inzidenz nicht überschreiten. Dies geschieht, wenn

$$V = A_L + 90 \quad (\text{S. 14})$$

Der Brechungswinkel  $i$  hat dann den Wert  $G$ . Bei diesem  $V$ -Wert tritt stets eine Sprungstelle in der Lichtausbeute ein. Alle L-Strahlen bewegen sich rückläufig im Stein.

Erste Reflexion: Der Reflexionswinkel  $r'$  erreicht nach Formeln (3) und (4) den Grenzwert  $G$ , wenn

$$i = B - A_L - G$$

Da  $A_L$  eine negative Grösse ist, liefert die Gleichung Werte, die bei normalen Schliffen nie erreicht werden. Die Reflexion kann somit stets stattfinden.

Zweite Reflexion: Der Reflexionswinkel  $r''$  erreicht nach Formeln (3) bis (5) den Grenzwert  $G$ , wenn

$$i = 180 - A_L - 3B - G$$

Die Gleichung liefert Werte von  $i$ , die unter normalen Bedingungen zu hoch sind. Demnach können L-Strahlen stets zweimal reflektiert werden.

Lichtaustritt an der Tafel (LT-Strahlen): Der Lichtaustritt kann nur erfolgen, wenn der innere Einfallswinkel  $x$  zwischen  $+G$  und  $-G$  liegt. Der erste Grenzwert wird erreicht, wenn

$$i = 4B - A_L + G - 180$$

Die aus der Gleichung resultierenden  $i$ -Werte sind normalerweise nicht realisierbar. Der Lichtaustritt kann deshalb stets erfolgen.

Der zweite Grenzwert wird erreicht, wenn

$$i = 4B - A_L - G - 180$$

Auch dieser Wert wird bei normalen Schliffen nie erreicht.



Lichtaustritt an der rechten oberen Hauptfazette (LR-Strahlen): Der Grenzwert lautet hier  $-G$  und wird nach Formeln (3) bis (8) vom inneren Einfallswinkel  $x$  erreicht, wenn

$$i = 2A_R + 4B - G - 180 \quad (\text{S. 15})$$

Die aus der Gleichung hervorgehenden Werte von  $i$  sind realisierbar. Eine Sprungstelle kann deshalb zustandekommen.

Die rechnerische Feststellung einer Sprungstelle bedeutet nicht notwendigerweise, dass bei dem betreffenden Lichteinfall wirklich eine solche sich bemerkbar machen wird. Eine Sprungstelle kann nämlich auch in dem Sinne virtuell sein, dass der Anteil der Strahlenart, für die sie gilt, bereits vor dem Erreichen des Grenzwertes auf null gesunken ist. Es ist Aufgabe der Strahlenkonstruktionen, festzustellen, ob eine ermittelte Sprungstelle wirklich in Erscheinung tritt und gegebenenfalls, mit welchem Betrag sie die Ausbeute beeinflusst.

### C. Die Bewertung der Lichtausbeute

Definiert man die Lichtausbeute am Brillanten als den Anteil des mit nutzbarer Neigung eintretenden Lichtes, der unter einem wirksamen Winkel am Oberteil des Schliffes wieder austritt, so dürfte diese Formulierung an sich kaum diskutabel sein. Indessen sind die Ausdrücke „nutzbar“ und „wirksam“ ganz unbestimmter Natur und in der Praxis auch sehr verschieden ausgelegt worden. Am engsten sind sie von A. JOHNSEN (1926) und nach ihm von S. RÖSCH (1927) aufgefasst worden, die beide Begriffe auf achsenparallele Strahlen beschränkten und dementsprechend ihren „Idealbrillant“ im Hinblick auf einfallende Strahlen mit  $V = 0$  und austretende Strahlen mit  $W = 0$  entwarfen (siehe S. 150). Von anderer Seite (siehe z. B. K. SCHLOSSMACHER, 1932) ist indessen darauf aufmerksam gemacht worden, dass unter den praktischen Gebrauchsbedingungen sicherlich auch andere Strahlen als die genannten am Zustandekommen der Innenbrillanz beteiligt sind. Dementsprechend haben manche Autoren (siehe vor allem W. F. EPPLER, 1949) ihre Betrachtungen auf einen grösseren Bereich sowohl der ein- wie der austretenden Strahlen ausgedehnt. Ist man aber dazu übergegangen, neben achsenparallelen auch geneigte Strahlenrichtungen bei der Bewertung der Lichtausbeute mit in Rechnung zu setzen, so dürfte es schwer fallen, für einen anderen Grenzwert der Neigung als  $90^\circ$  eine sachliche Begründung zu finden. Aus dieser



leicht auch die beste, wenn die Lichtausbeute sich bei wechselnden Einfallswinkeln kontinuierlich ändern würde. Dies ist aber, wie gezeigt worden ist, keineswegs der Fall. Vielmehr weist die Lichtausbeute bei wechselndem Lichteinfall einen recht unregelmässigen, durch sprunghafte Ab- und Zunahmen charakterisierten Gang auf. Unter diesen Umständen dürfte eine Summation geeigneter gewählter und den Sprungstellen angepasster Einzelbestimmungen zu einem Gesamtergebnis führen, das die Eigentümlichkeiten des Schliffes besser zum Ausdruck bringt. Diese Behandlungsweise ist denn auch im weiteren hier bevorzugt worden, wobei im einzelnen folgendermassen vorgegangen wurde.

Die bei den untersuchten Einfallswinkeln ermittelten Lichtausbeuten wurden als Punkte in einem Diagramm eingetragen, in welchem die Höhe jeder Ausbeute auf der Ordinate, die Neigungswinkel der Strahlen vor dem Eintritt in den Stein auf der Abszisse abzulesen sind. Verbindet man nun die Punkte durch eine Kurve, so gibt diese zunächst einen anschaulichen Überblick über die wechselnden Ausbeuten und im besonderen auch über die Lage und das Ausmass der Sprungstellen. Sucht man aber nach einem Zahlenwert, der geeignet erscheint, die durch den Kurvenverlauf wiedergegebene Ausbeute zu charakterisieren, so ist es nahelegend, dafür das Verhältnis des Inhaltes der durch Abszisse, Ordinate und Kurve begrenzten Fläche zum Inhalt des von Abszisse und Ordinate begrenzten Rechteckes zu wählen. Der erstgenannte Flächeninhalt kann durch Planimetrieren leicht erhalten werden, doch dürfte, wenn der Entwurf in grossem Massstabe auf Millimeterpapier ausgeführt wird, die Methode des Auszählens der enthaltenen Quadrateinheiten für die vorliegenden Zwecke völlig genau genug sein. Es ist von Interesse, nicht nur das Gesamtergebnis zu ermitteln, sondern ebenfalls auch die für „kleine“ ( $0^\circ$  bis  $30^\circ$ ), „mittlere“ ( $30^\circ$  bis  $60^\circ$ ) und „grosse“ ( $60^\circ$  bis  $90^\circ$ ), Einfallswinkel geltenden Teilresultate festzustellen, die, wie unten noch ersichtlich wird, von Schliff zu Schliff sehr stark variieren können und deren Vergleich besonders aufschlussreich ist.

### III. PRAKTISCHER TEIL

#### A. Käuflicher Rutilbrillant

Der 0,85 Karat schwere Stein besitzt die normale Fazettenanordnung des modernen Brillants und wurde auf einem zweikreisigen Goniometer ausgemessen. Die mittleren Positionswinkel für die einzelnen Grup-

pen von Fazetten wurden mit den in Tabelle 2a wiedergegebenen Werten bestimmt. Für die Gestalt des Hauptprofils sind die mit \* versehenen Winkelwerte massgebend. Die linearen Dimensionen des Schliffes wurden unter dem Mikroskop mit einem Okular-Mikrometer gemessen und ergaben die in der Tabelle vermerkten Werte. Eine Ansicht des Steins (Aufriss, orthogonale Parallelprojektion) zeigt Fig. 2.

Tabelle 2a

	$\rho$	$\varphi$
Tafel	* $0^{\circ}00'$ (= $A_T$ )	—
Tafelfazetten	$23^{\circ}08'$	$22^{\circ}30'$
Obere Hauptfazetten	* $35^{\circ}16'$ (= $A_R$ )	$0^{\circ}00'$
Obere Rundistenfazetten	$41^{\circ}50'$	$22^{\circ}30' \pm 9^{\circ}00'$
Untere Rundistenfazetten	$-44^{\circ}06'$	$22^{\circ}30' \pm 9^{\circ}00'$
Untere Hauptfazetten	* $-42^{\circ}21'$ (= B)	$0^{\circ}00'$
Durchmesser der Rundiste (r)	5,55 mm	( $\sim 100,0$ )
Durchmesser der Tafel (t)	2,80 mm	( $\sim 50,9$ )
Höhe (h) (berechnet)	3,50 mm	( $\sim 63,6$ )

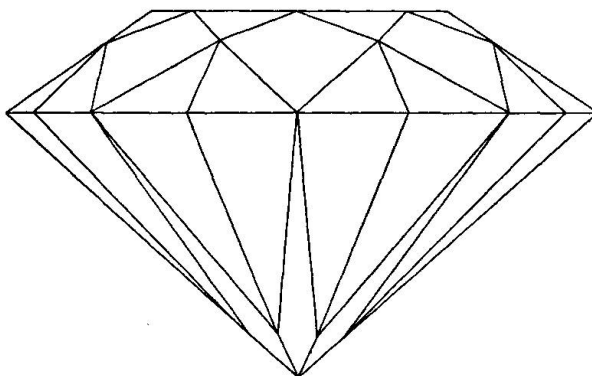


Fig. 2. Käuflischer Rutilbrillant (Aufriss)

Die gemessenen Winkelwerte waren, nach kristallographischen Massstäben beurteilt, sehr grossen Schwankungen unterworfen. So kommen bei gleichartigen Fazetten Winkelunterschiede von mehr als einem Grad öfters vor. An diesem wie an anderen ausgemessenen Steinen konnte festgestellt werden, dass die Azimutwinkel weit weniger genau eingehalten werden als die Poldistanzen. Die oben angegebenen Azimutwerte sind diejenigen, die bei der Herstellung des Schliffes offenbar angestrebt wurden. Zwischen gleichwertigen Fazetten liegen  $\varphi$ -Abstände von  $45^{\circ}$ .

Als Brechungsindex des Steins wurde  $n = 2,62$  in Rechnung gesetzt. Dieser Wert wurde von G. G. WAITE (1948) in guter Übereinstimmung

mit dem Befund von B. W. ANDERSON und C. J. PAYNE (1948) als  $\omega_{Na}$  des synthetischen Rutils bestimmt. Als  $\epsilon_{Na}$  fand er 2,90. Der Grenzwinkel der Totalreflexion, der dem ordentlichen Strahl entspricht, ist  $G = 22^\circ 26'$ .

Setzt man nun diesen Grenzwinkel sowie die gemessenen A- und B-Winkel in die Formeln S. 1 bis S. 15 ein, so liefern folgende Fälle realisierbare  $i$ -Werte, d. h. solche, die zu  $V$ -Werten zwischen  $0^\circ$  und  $90^\circ$  führen. Es entsprechen diese also den Sprungstellen, die für den vorliegenden Stein Geltung haben (Tabelle 2b).

Tabelle 2b

S	Strahlen	$i$	$V$
5	T (direkt)	$21^\circ 18'$	$72^\circ 06'$
6	T (rückläufig)	$19^\circ 55'$	$63^\circ 12'$
7	$\overline{TT}$	$11^\circ 50'$	$32^\circ 30'$
8	TR	$2^\circ 14'$	$5^\circ 52'$
10	R (direkt)	$-4^\circ 45'$	$22^\circ 44'$
14	L (rückläufig)	$22^\circ 26'$	$54^\circ 44'$

Die Lichtausbeute wurde nun ausser für vertikale Strahlen auch für jeden dieser Neigungswinkel auf graphischem Wege ermittelt. Als Beispiel einer solchen Bestimmung seien die für Strahlen der Neigung  $V = 5^\circ 52'$  entworfenen Diagramme in stark reduziertem Massstabe wiedergegeben (Fig. 3a bis 3d). Sie führen zu folgender Zusammenfassung und Auswertung (Tabelle 2c). In derselben wie in folgenden Tabellen beziehen sich die Angaben unter „Ausbeute 1“ auf die Verhältnisse unmittelbar vor, die unter „Ausbeute 2“ auf diejenigen unmittelbar nach der Sprungstelle.

Tabelle 2c

Figur	Strahlenart	Anteil	$W$	$F = \cos W$	Ausbeute 1	Ausbeute 2
3a	TL	6,1	—	—	0,0	0,0
3a	TT	14,0	$-22^\circ 25'$	0,9	12,6	12,6
3b	$\overline{TT}$	9,3	$35^\circ 35'$	0,8	7,4	7,4
3b	TR	15,4	$-54^\circ 44'$	0,6	0,0	9,2
3c	R-	3,6	—	—	0,0	0,0
3c	RT	24,0	$38^\circ 54'$	0,7	16,8	16,8
3d	LT	27,6	$-27^\circ 27'$	0,9	24,8	24,8
		<u>100,0</u>			<u>61,6</u>	<u>69,9</u>

Ein Teil der in Tabelle 2c enthaltenen Werte ist in Tabelle 2d wiederholt, die einen Gesamtüberblick der festgestellten Anteile der Strahlen-

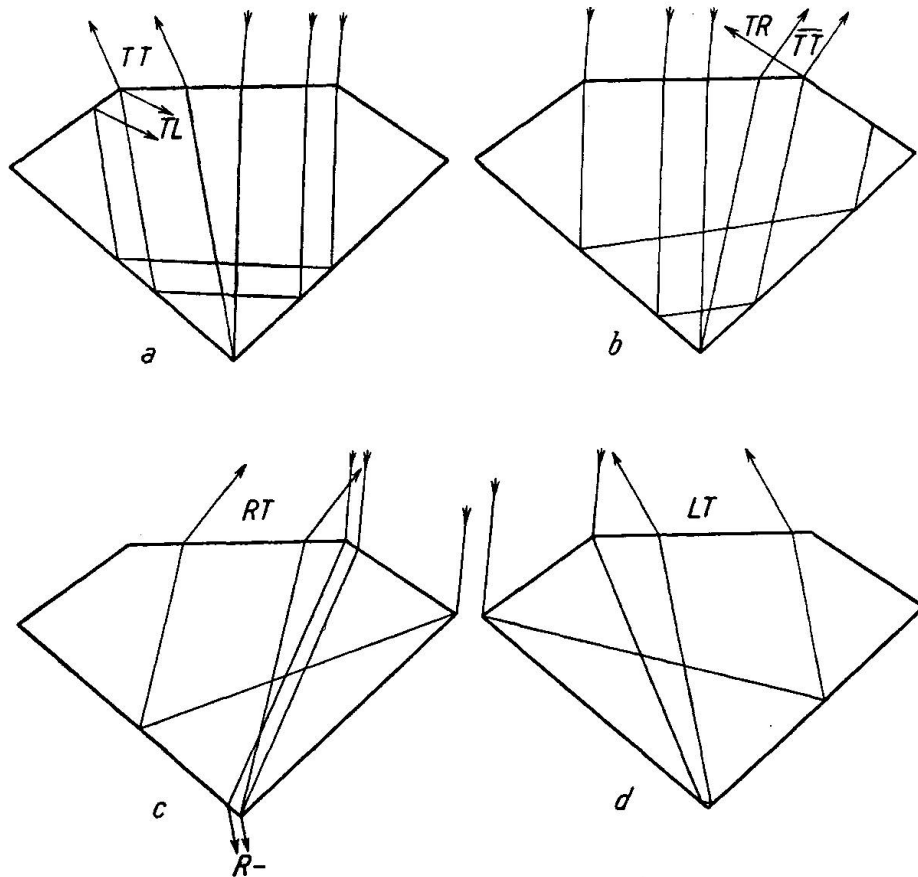


Fig. 3. Strahlenverläufe im Rutilbrillant bei Lichteinfall unter  $V = 5^{\circ}52'$ .  
 a: Direkte T-Strahlen. b: Rückläufige T-Strahlen. c: R-Strahlen. d: L-Strahlen.

verläufe, ihrer äusseren Neigungswinkel  $W$  und der Ausbeutezahlen bei den verschiedenen  $V$ -Winkeln vermittelt.

Eine kurze Charakteristik der in Tabelle 2d enthaltenen Daten kann folgendermassen gegeben werden. Die bei achsenparallelen Strahlen erzielte Ausbeute von 63,6% ist als gering zu bezeichnen und beruht besonders auf dem Verlust der TL- und TR-Strahlen, die 21% der Lichtmenge ausmachen und durch Totalreflexion am Austritt verhindert werden. Ausserdem weisen die RT- und LT-Strahlen bei ihrem Austritt die relativ starke Neigung von  $33^{\circ}$  auf, was ihre Wirksamkeit mit nur 0,8 einzusetzen gestattet (S. 144). Da der Anteil solcher Strahlen 52% beträgt, wirkt sich dies auf die Ausbeute stark aus. Die schon bei  $5^{\circ}52'$  auftretende Sprungstelle S. 8 verbessert diese Verhältnisse, indem sie nun das Austreten wenigstens der TR-Strahlen ermöglicht (TL-Strahlen werden weiterhin von der Grenzfläche zurückgeworfen und verschwinden

Tabelle 2d. *Käuflicher Rutilbrillant*

Neigung	0°00'	5°52' S. 8	22°44' S. 10	32°30' S. 7	54°44' S. 14	63°12' S. 6	72°06'
Strahlen	% W	% W	% W	% W	% W	% W	% W
RT	26 33°	24 39°	18* 63°				
RL							
R-	1½ —	3½ —	9½ —	27½ —	27½ —	27½ —	27½ —
TT	12 -29°	14 -22½°	13½ -5½°	10½ 3°	4 20°	1½ 25°	
TL	10½ —	6 —					
TT	12 29°	9½ 35½°	3 59°				
TR	10½ —	15½* -54½°	27 -11½°	26½ -½°	21 18°	20* 23°	
T/R			1½ —	8 —	20 —	23½ —	
T-							45 —
LT	26 -33°	27½ -27½°	24½ -15½°	20½ -10½°	17½* -6°		
LR			3 —	7 —	10* —		
L-	1½ —						
Ausbeute 1:	63,6%	61,6%	73,7%	57,3%	39,9%	19,4%	0,0%
Ausbeute 2:	—	69,9%	65,5%	—	22,7%	1,3%	

bald ganz). Das bedingt einen Anstieg der Ausbeute um ca. 6% auf 69,9%. Nun setzt eine langsame Zunahme der Ausbeute ein, so dass beim Auftreten der Sprungstelle S. 10 bei 22°44' immerhin 73,7% erzielt wird, welcher Wert das überhaupt erreichbare Maximum dieses Schliffes darstellt. Nach dieser Sprungstelle, die den Wegfall der RT-Strahlen und eine Einbusse von ca. 8% mit sich bringt, ist die Abnahme eine ziemlich flache. Die Sprungstelle S. 7 (TT-Strahlen) bleibt nicht nur aus dem S. 140 angegebenen Grund wirkungslos. Sie ist ausserdem hier als virtuell zu bezeichnen, weil beim Erreichen dieses Lichteinfallswinkels bereits keine TT-Strahlen mehr vorhanden sind. Bei der nächsten Sprungstelle S. 14, die sich bei 54°44' einstellt und alle L-Strahlen in Wegfall bringt, steht die Ausbeute immer noch auf ca. 40%. Diese und die nächste Sprungstelle (S. 6, die bei 63°12' liegt und den Grenzwinkel der ersten Reflexion der rückläufigen T-Strahlen darstellt) reduzieren die Ausbeute nun allerdings rasch auf kleine Werte und bei 72°06' stellt sich den Nullpunkt ein.

Die hier geschilderten Wechsel der Lichtausbeute sind in der Kurve von Fig. 4 anschaulich wiedergegeben, wobei zu bemerken ist, dass deren ausgezogene Teile den durch Ausmessung der Figuren direkt festgestell-

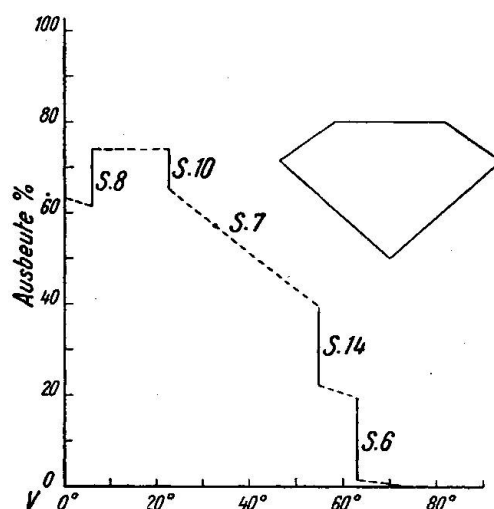


Fig. 4. Ausbeute und Profil des Rutilbrillants.

ten, die punktierten Teile jedoch interpolierten Wechsel der Lichtausbeute entsprechen. Drückt man, wie schon früher besprochen (S. 145), den Inhalt der von der Kurve und den Koordinatenachsen begrenzten Fläche in Prozenten des von den Koordinaten eingeschlossenen Rechtecks aus, so ergibt sich der Wert 38,16%. Derselbe lässt sich in folgende drei Quoten zerlegen:

Tabelle 2e

Neigungswinkel (V)	Ausbeute %
0° bis 30°	22,53
30° bis 60°	14,93
60° bis 90°	0,70
	<u>38,16</u>

Wie ersichtlich, fällt der weitaus grösste Anteil der Ausbeute auf die steil einfallenden Strahlen, während die sehr flach einfallenden einen nur minimalen Beitrag liefern. Ein weiterer Kommentar dieser Zahlen folgt weiter unten (S. 173).

### B. Idealbrillant nach A. Johnsen

Als erster Vergleichsschliff soll der von A. JOHNSEN (1926, 1927) entworfene, sog. Idealbrillant betrachtet werden, der später auch von S. RÖSCH (1927) eingehend behandelt worden ist. Die Gesichtspunkte, nach denen dieser Brillantschliff ermittelt wurde, können in der hier



verwendeten Symbolisierung der Strahlenverläufe folgendermassen ausgedrückt werden. 1. Strahlen, die mit  $V=0^\circ$  auf die Tafel fallen, sollen nach zweimaliger Reflexion als TR- oder TL-Strahlen mit  $W=0^\circ$  den Stein verlassen. Umgekehrt sollen Strahlen, die mit  $V=0^\circ$  auf die rechte oder linke obere Hauptfazette fallen, nach zweimaliger Reflexion als RT- oder LT-Strahlen mit  $W=0^\circ$  austreten. 2. Strahlen, die mit  $V=0^\circ$  auf den Stein fallen, sollen keine andere als die erwähnten Strahlengänge erzeugen. Die von A. JOHNSEN gegebene rechnerische Ableitung zeigt zunächst, dass die erste Bedingung bei unendlich vielen Wertepaaren  $A_R (= -A_L)$  und B verwirklicht werden kann. Durch die zweite Bedingung werden jedoch alle bis auf ein einziges Paar von Neigungswinkel  $A_R$  und B eliminiert und überdies die linearen Dimensionen des Schliffs genau festgelegt. Die betreffenden Winkel und Längenmasse lauten für Diamant wie folgt:

Tabelle 3a

Tafel: ( $A_T$ )	$0^\circ 00'$
Obere Hauptfazetten: ( $A_R = -A_L$ )	$41^\circ 07'$
Untere Hauptfazetten: (B)	$38^\circ 40'$
Durchmesser der Rundiste (r)	100,0
Durchmesser der Tafel (t)	56,1
Höhe (h)	59,2

Diese Neigungswinkel sind darin eigentümlich und interessant, dass sie im Vergleich mit dem Rutilschliff und anderen ähnlichen Schliffen nahezu eine Vertauschung der Neigung der oberen und unteren Hauptfazetten darstellen. Setzt man sie in die Formeln S. 1 bis S. 15 ein, so ist festzustellen, dass für diesen Schliff die in Tabelle 3b vermerkten Sprungstellen wirksam sind, und zwar bei den jeweiligen angeführten Werten von  $i$  resp.  $V$ .

Tabelle 3b

S	Strahlen	$i$	$V$
3	TT	$0^\circ 54'$	$2^\circ 10'$
4	TL	$8^\circ 39'$	$21^\circ 19'$
5	T (direkt)	$24^\circ 26'$	$90^\circ 00'$
6	T (rückläufig)	$14^\circ 14'$	$36^\circ 28'$
10	R (direkt)	$1^\circ 33'$	$37^\circ 22'$
14	L (rückläufig)	$24^\circ 26'$	$48^\circ 53'$

Einen Überblick über die bei den betreffenden Neigungswinkeln zustandekommenden Strahlenverläufe und Ausbeuten gibt Tabelle 3c.

Tabelle 3c. *Idealbrillant nach Johnsen*

## Diamant

Neigung	0° 00'	2° 10' S. 3	21° 19' S. 4	36° 28' S. 6	37° 22' S. 10	48° 53' S. 14	90° 00' S. 5
Strahlen	% W	% W	% W	% W	% W	% W	% W
RT	25½ 0°	24½ 1½°	17½ 19°	12 35½°	11* 36½°		
RL							
R-		1 —	8 —	13½ —	14½ —	25½ —	25½ —
TT		1½* -90°	8½ -44°	11 -27½°	11 -27°	8 -17½°	1* -2°
TL	24½ 0°	22½ 3°	8½* 46°				
TT							
T/T				2½* —			
TR	24½ 0°	24½ 2½°	17½ 24°	12* 37½°			
T/R		1 —	15 —	23½* 106°			
T-					38 —	41 —	48 —
LT	25½ 0°	23½ 1½°	14 14°	10 20°	9 20°	9* 21°	
LR		1½ —	11 —	15½ —	16½ —	16½* —	
L-							
Ausbeute 1:	100%	94,8%	57,1%	37,7%	26,9%	16,3%	1,0%
Ausbeute 2:	—	94,8%	51,5%	28,1%	18,1%	7,8%	0,0%

Folgende Einzelheiten können der Tabelle entnommen werden. Bei achsenparallelem Lichteinfall ist entsprechend den gemachten Voraussetzungen die Lichtführung eine denkbar einfache und die Ausbeute maximal hoch. Eine auch nur geringe Neigung der einfallenden Strahlen lässt sofort neue Strahlenarten in Erscheinung treten, die alle einen Lichtverlust mit sich bringen. Interessant ist das Hinzutreten von TT-Strahlen, die zunächst noch an der Tafel zurückgeworfen werden. Für dieselben ist der Neigungswinkel 2°10' ein Grenzwinkel (S. 3), da er gerade dem streifenden Austritt derselben entspricht. Von nun ab beteiligen sich die TT-Strahlen immer mehr an der Ausbeute. Die anfänglich wichtigen TL-Strahlen scheiden mit der Sprungstelle S. 4, die bei 21°19' auftritt, aus. Die TR-Strahlen dauern etwas länger an, nämlich bis zur Sprungstelle S. 6 bei 36°28'. Die erste Reflexion der rückläufigen T-Strahlen kann von nun an nicht mehr stattfinden, so dass diese Strahlen sämtlich verschwinden. Bemerkenswert ist, dass bis zu dieser Sprungstelle gewisse rückläufige T-Strahlen nach nur einmaliger Reflexion auf die R-Fazette gelangen und dort auch austreten können. Da sie jedoch beim Verlassen des Steins nach unten gerichtet sind ( $W = 106^\circ$ ), leisten

sie keinen Beitrag an die Ausbeute. Die Sprungstellen S. 10 und S. 14 bringen das Verschwinden der R- resp. der L-Strahlen mit sich, so dass bei  $V = 90^\circ$  nur TT-Strahlen übrig bleiben. Sie liefern noch eine Ausbeute von 1%, die dann unvermittelt auf 0 sinkt. Die Ausmessung des Kurvenbildes Fig. 5, das auf Grund der ermittelten und in Tabelle 3c enthaltenen Werte der Ausbeute konstruiert wurde, ergibt eine Gesamtausbeute von 29,88%, die sich wie folgt zusammensetzt:

Tabelle 3d

Neigungswinkel (V)	Ausbeute %
0° bis 30°	22,84
30° bis 60°	6,04
60° bis 90°	1,00
	<u>29,88</u>

Die mittelstark und stark geneigten Strahlen liefern somit sehr kleine Ausbeuten. Eine weitere Kritik dieser Zahlen erfolgt auf Seite 171.

W. F. EPPLER hat (1949) die Winkel und linearen Dimensionen des Johnsen'schen „Idealschliffes“ auch für Rutil berechnet. Sie lauten unter Voraussetzung eines mittleren Brechungsindex von 2,76 wie folgt:

Tabelle 4a

Tafel ( $A_T$ )	0° 00'
Obere Hauptfazetten ( $A_R = -A_L$ )	40° 06'
Untere Hauptfazetten (B)	38° 30'
Durchmesser der Rundiste (r)	100,0
Durchmesser der Tafel (t)	56,1
Höhe (h)	58,3

Die in Tabelle 4b wiedergegebenen wirksamen Sprungstellen sind die nämlichen wie bei Diamant, doch liegt S. 3 jetzt bei einem wesentlich grösseren V-Wert. In gleichem Sinne hat S. 6 ihre Lage verschoben, die nun einen grösseren V-Wert als S. 10 und S. 14 aufweist.

Tabelle 4b

S	Strahlen	i	V
3	TT	4° 46'	13° 16'
4	TL	7° 08'	20° 03'
5	T (direkt)	21° 15'	90° 00'
6	T (rückläufig)	17° 16'	55° 01'
10	R (direkt)	3° 10'	48° 52'
14	L (rückläufig)	21° 15'	49° 54'

Der allgemeine Wandel der Strahlenverläufe ist in Tabelle 4c wieder-  
gegeben und sehr ähnlich wie bei Diamant.

Tabelle 4c. *Idealbrillant nach Johnsen*

## Rutil

Neigung	0° 00'	13° 16' S. 3	20° 03' S. 4	48° 52' S. 10	49° 54' S. 14	55° 01' S. 6	90° 00' S. 5
Strahlen	% W	% W	% W	% W	% W	% W	% W
RT	25½ 0°	20 13°	18 19½°	8½* 55°			
RL							
R-		5½ —	7½ —	17 —	25½ —	25½ —	25½ —
TT		4* -90°	6 -63°	10 -29°	9½ -28½°	9 -24½°	4½ -13½°
TL	24½ 0°	16 23°	12* 50°				
TT							
T/T				4 —	5 —	6½* —	
TR	24½ 0°	20 13½°	18½ 20½°	10½ 45°	10 45½°	8½* 49°	
T/R		9 —	12½ —	24½ —	24½ —	25* —	
T-							44½ —
LT	25½ 0°	20½ 7½°	18 11½°	12 20°	12* 20°		
LR		5 —	7½ —	13½ —	13½* —		
L-							
Ausbeute 1:	100%	75,4%	62,3%	32,3%	27,0%	14,0%	4,8%
Ausbeute 2:	—	75,4%	54,0%	27,3%	15,9%	8,0%	0,0%

Aus den in Tabelle 4c enthaltenen Daten über die Ausbeute wurde die Kurve Fig. 6 konstruiert. Sie erweist sich als sehr ähnlich derjenigen für Diamant. Die erhöhte Totalausbeute, die sich aus der Ausmessung des Kurveninhaltes ergibt, wird, wie folgende Zahlen zeigen, durch eine leichte Zunahme jeder der drei Quoten bedingt. Weitere Einzelheiten werden S. 171 besprochen.

Tabelle 4d

Neigungswinkel (V)	Ausbeute %
0° bis 30°	24,19
30° bis 60°	9,79
60° bis 90°	1,98
	<hr/> 35,96

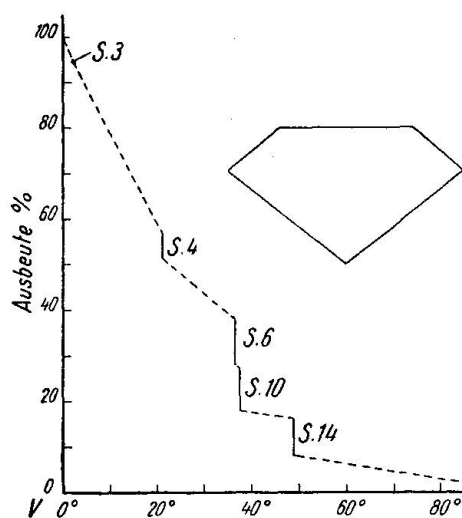


Fig. 5.

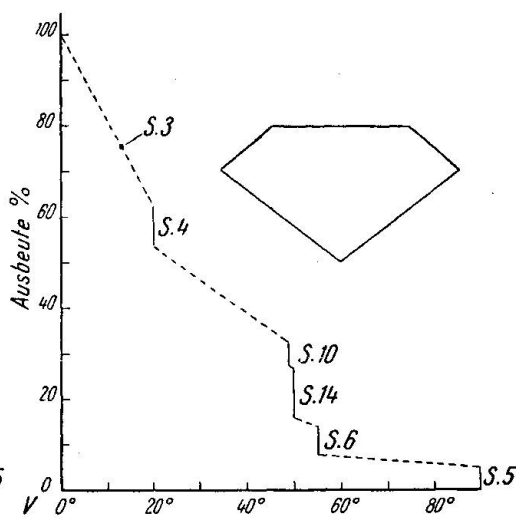


Fig. 6.

Ausbeute und Profil des Johnsen'schen Idealbrillants für Diamant (Fig. 5) und Rutil (Fig. 6).

### C. Brillantschliff nach Tolkowsky

Der von M. TOLKOWSKY (1919) entworfene Brillant stellt im Gegensatz zum Johnsen'schen Schliff nicht darauf ab, eine Spitzenleistung bei einem speziellen Einfallswinkel zu erreichen, sondern ist ein sorgfältig durchgearbeiteter Versuch, einen Schliff zu erzielen, der bei günstiger Massenverteilung eine ausgeglichene Brillanzwirkung liefert. Das Hauptprofil ist durch folgende Werte charakterisiert:

Tabelle 5a

Tafel ( $A_T$ )	$0^\circ 00'$
Obere Hauptfazetten ( $A_R = -A_L$ )	$34^\circ 30'$
Untere Hauptfazetten (B)	$40^\circ 45'$
Durchmesser der Rundiste (r)	100,0
Durchmesser der Tafel (t)	53,0
Höhe (h)	59,3

In Verbindung mit dem Totalreflexionswinkel des Diamants liefern diese Werte folgende Sprungstellen:

Tabelle 5b

S	Strahlen	i	V
4	TL	$6^\circ 56'$	$16^\circ 58'$
6	T (rückläufig)	$16^\circ 19'$	$42^\circ 46'$
7	$\overline{TT}$	$7^\circ 26'$	$18^\circ 14'$
10	R (direkt)	$-1^\circ 11'$	$31^\circ 38'$
14	L (rückläufig)	$22^\circ 26'$	$55^\circ 30'$

Von diesen erweist sich S. 7 als virtuell, da bei  $V = 18^\circ 14'$  keine  $\overline{TT}$ -Strahlen mehr zustandekommen.

Einzelheiten über die bei den verschiedenen Einfallswinkeln zustandekommenden Strahlenverläufen sind in Tabelle 5c zusammengefasst.

Tabelle 5c. Brillantschliff nach Tolkowsky

## Diamant

Neigung	0° 00'		16° 58' S. 4		18° 14' S. 7		31° 38' S. 10		42° 46' S. 6		55° 30' S. 14		80° 18'	
Strahlen	%	W	%	W	%	W	%	W	%	W	%	W	%	W
RT	26	9½°	22½	26°	22	27°	16½*	43°						
RL														
R-			3½	—	4	—	9½	—	26	—	26	—	26	—
TT	6½	-45°	14	-25°	15½	-23½°	12	-11°	8½	-1½°	4	7°		
TL	17½	12°	3½*	55½°	2	—								
TT	6½	45°												
T/T														
TR	17½	-12°	25½	8°	25	9½°	20½	22½°	17½*	31½°				
T/R			5	—	5½	—	15½	—	22*	—				
T-											44	—	48	—
LT	26	-9½°	14½	-3½°	14	4°	8½	11½°	5	15°	3½*	17°		
LR			11½	—	12	—	17½	—	21	—	22½*	—		
L-														
Ausbeute 1:	96%		74,8%		72,3%		50,7%		29,2%		7,8%		0,0%	
Ausbeute 2:	—		72,8%		72,3%		39,3%		13,5%		4,1%			

Die Betrachtung der in Tabelle 5c enthaltenen Zahlen lässt folgende Einzelheiten erkennen. Bei achsenparallelem Lichteinfall entstehen keine Lichtverluste, doch erreicht die Lichtausbeute nur 96%. Dies ist deshalb der Fall, weil die TT- und  $\overline{TT}$ -Strahlen so geführt werden, dass sie mit  $W = 45^\circ$  austreten, also eine Wirksamkeit von nur 0,7 aufweisen. Anfänglich sind es also die übrigen Strahlen (und besonders die TR-, LT- und RT-Strahlen), die den Hauptanteil der Ausbeute liefern. Bei geneigtem Lichteinfall, der bei diesen Strahlenarten eine Abnahme an Menge oder Wirksamkeit verursacht, werden die TT-Strahlen bis gegen  $V = 20^\circ$  immer wirksamer. Sie liefern noch bis V-Werten von  $30^\circ$  bis  $40^\circ$  ansehnliche Beiträge an die Ausbeute. So ist der Ertrag im Gebiet  $V = 0^\circ$  bis etwa  $43^\circ$ , wie das Kurvenbild Fig. 7 deutlich zeigt, ganz merklich höher

als beim Johnsen'schen Schliff. Erst die Sprungstelle S. 6 bei  $V = 42^\circ 46'$ , die dem Grenzwinkel der ersten Reflexion der rückläufigen T-Strahlen entspricht und eine Abnahme der Ausbeute von 16% verursacht, bringt den Ertrag auf ähnliche oder gar niedrigere Werte als beim „Idealbrillant“. Die TT-Strahlen, die zuletzt alleinige Träger der Ausbeute sind, verschwinden bei  $V = 80^\circ 18'$ , so dass die Sprungstelle S. 5 bei  $90^\circ$  nicht erreicht wird.

Durch Auswertung der Kurve werden folgende Zahlen erhalten:

Tabelle 5d

Neigungswinkel (V)	Ausbeute %
0° bis 30°	25,38
30° bis 60°	6,70
60° bis 90°	0,31
	<hr/> 32,39

Die Werte, auf die noch S. 171 zurückzukommen sein wird, zeigen, dass ein Gewinn von rund  $2\frac{1}{2}\%$  gegenüber dem „Idealbrillant“ erzielt worden ist.

W. F. EPPLER hat (1949) auch den Tolkowsky-Brillant auf die Brechungsindizes von Rutil umgerechnet. Bei Verwendung des Wertes  $n = 2,62$  erhielt er folgende das Hauptprofil charakterisierende Winkel und Längen.

Tabelle 6a

Tafel ( $A_T$ )	$0^\circ 00'$
Obere Hauptfazetten ( $A_R = -A_L$ )	$36^\circ 00'$
Untere Hauptfazetten (B)	$41^\circ 06'$
Durchmesser der Rundiste (r)	100,0
Durchmesser der Tafel (t)	53,5
Höhe (h)	60,5

Aus diesen Daten leiten sich, wie Tabelle 6b zeigt, die gleichen Sprungstellen ab wie für Diamant. Zu ihnen gesellt sich jedoch S. 5 bei  $90^\circ$ , indem bei streifendem Lichteinfall auf die Tafel immer noch direkte T-Strahlen zustandekommen. Da im vorliegenden Fall TT-Strahlen sich noch bis zur Sprungstelle S. 7 (bei  $V = 18^\circ 10'$ ) erhalten, ist letztere im Gegensatz zu Diamant hier reell. Wichtig für die Ausbeute ist die Verschiebung der Sprungstelle S. 6 auf den hohen Wert  $V = 56^\circ 59'$ , der  $14^\circ$  höher liegt als bei Diamant.

Tabelle 6 b

S	Strahlen	i	V
4	TL	2° 02'	5° 20'
5	T (direkt)	22° 26'	90° 00'
6	T (rückläufig)	18° 40'	56° 59'
7	$\overline{TT}$	6° 50'	18° 10'
10	R (direkt)	-1° 44'	31° 27'
14	L (rückläufig)	22° 26'	54° 00'

Aus den in Tabelle 6 c zusammengefassten Einzelheiten über die Strahlenverläufe ist zunächst ersichtlich, dass die Ausbeute bei achsenparallelem Lichteinfall wesentlich niedriger liegt als bei Diamant.

Tabelle 6 c. Brillantschliff nach Tolkowsky

## Rutil

Neigung	0° 00'	5° 20' S. 4	18° 10' S. 7	31° 27' S. 10	54° 00' S. 14	56° 59' S. 6	90° 00' S. 5
Strahlen	% W	% W	% W	% W	% W	% W	% W
RT	26 20°	24½ 24½°	20½ 38½°	15* 57°			
RL							
R-		1½ —	5½ —	11 —	26 —	26 —	26 —
TT	9 -45°	11 -38°	15 -23½°	13 -11°	6½ 6½°	6 8°	1½* 18°
TL	15 30°	11½* 54°	2½ —				
$\overline{TT}$	9 45°	6½ 52½°	2* 90°				
$\overline{T/T}$					1½ —	2* —	
TR	15 -30°	19 -19½°	24½ -2°	22 12°	16 29½°	16* 31½°	
T/R			4 —	13 —	24 —	24* —	
T-							46½ —
LT	26 -20°	26 -15½°	20½ -6½°	16 ½°	12* 5½°		
LR			5½ —	10 —	14* —		
L-							
Ausbeute 1:	86,5%	84,9%	74,8%	58,9%	33,2%	20,4%	1,5%
Ausbeute 2:	—	78,0%	74,8%	51,3%	21,0%	6,1%	0,0%

Dies ist eine Folge der grösseren W-Werte (kleineren Wirksamkeitswerte), die beim höheren Brechungsindex resultieren. Bemerkenswerterweise geht aber der Abfall in der Ausbeute nun wesentlich langsamer vor sich als bei Diamant. Dies beruht einerseits auf der schon erwähnten Verschiebung der grossen Sprungstelle S. 6 auf einen höheren V-Wert, an-



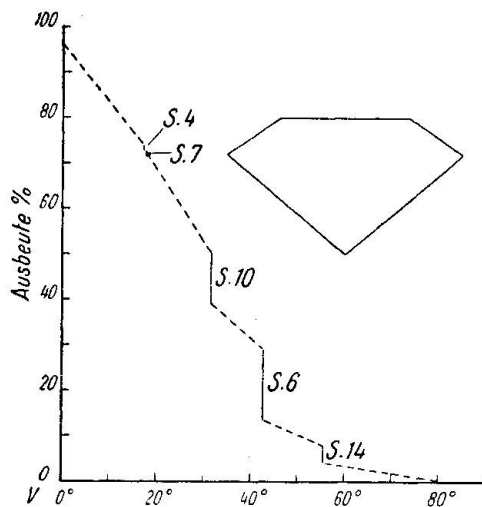


Fig. 7.

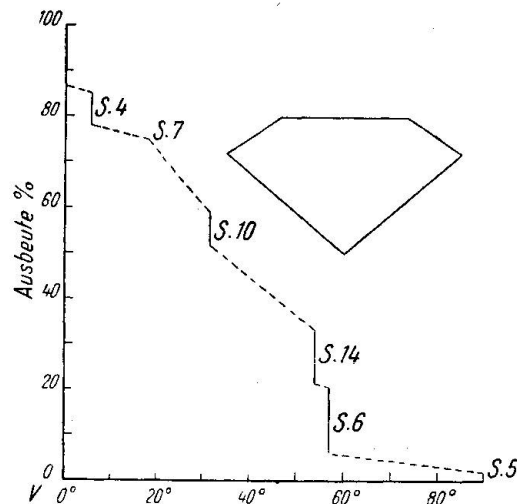


Fig. 8.

Ausbeute und Profil des Tolkowsky-Brillants für Diamant (Fig. 7) und Rutil (Fig. 8).

dererseits auf der günstigeren Verteilung der L-Strahlen, die bei Diamant in immer wachsender Masse als unwirksame LR-Strahlen, bei Rutil jedoch vorwiegend als LT-Strahlen mit günstigem Austrittswinkel verlaufen.

Der Vergleich von Fig. 8 und 7 zeigt den Gewinn an Ausbeute aufs deutlichste, der nach folgenden aus dem Kurvenverlauf abgeleiteten Zahlenwerten ca. 6% beträgt. (Weiteres siehe S. 171.)

Tabelle 6d

Neigungswinkel (V)	Ausbeute %
0° bis 30°	24,82
30° bis 60°	12,22
60° bis 90°	1,22
	<hr/> 38,26

#### D. Praktische Feinschliffe nach Eppler

In dem Bestreben, die durch den Tolkowsky-Schliff erzielte Lichtausbeute noch weiter zu steigern, den ästhetischen Anblick des geschliffenen Steins zu erhöhen und gleichzeitig den „sich aus der Praxis ergebenden Forderungen und Notwendigkeiten“ Rechnung zu tragen, hat W. F. EPPLER (1949) einen neuen Entwurf für den Diamantbrillant ausgearbeitet, den er „Praktischen Feinschliff“ nennt. Derselbe weist, wie folgende das Hauptprofil bestimmende Daten zeigen, gegenüber dem

Tolkowsky-Schliff veränderte Neigungen der oberen und unteren Hauptfazetten, sowie eine etwas grössere Tafel. Die neuen Werte haben auch eine veränderte (etwas geringere) Höhe des Steins zur Folge.

Tabelle 7a

Tafel ( $A_T$ )	0° 00'
Obere Hauptfazetten ( $A_R = -A_L$ )	33° 12'
Untere Hauptfazetten (B)	40° 48'
Durchmesser der Rundiste (r)	100,0
Durchmesser der Tafel (t)	56,0
Höhe (h)	57,6

Mit Hilfe dieser Werte und des Grenzwinkels der Totalreflexion  $G = 24^\circ 26'$  lässt sich auf Grund der Formeln S. 1 bis S. 15 feststellen, dass folgende Sprungstellen wirksam sein werden (Tabelle 7b):

Tabelle 7b

S	Strahlen	i	V
4	TL	8° 02'	19° 44'
5	T (direkt)	24° 26'	90° 00'
6	T (rückläufig)	16° 22'	42° 56'
7	$\overline{TT}$	7° 38'	18° 44'
10	R (direkt)	0° 05'	33° 07'
14	L (rückläufig)	24° 26'	56° 48'

Es sind die gleichen Sprungstellen wie beim Tolkowsky-Entwurf, nur dass S. 5 hinzukommt. Indessen erscheint S. 4 bei einem wesentlich höheren, S. 6 bei einem viel niedrigeren V-Wert als bei jenem. Ersterer liegt so nahe bei S. 7, dass fast von einem gleichzeitigen Verschwinden der TL- und  $\overline{TT}$ -Strahlen gesprochen werden darf. Über den Verlauf der verschiedenen Strahlenarten orientiert Tabelle 7c, aus welcher, wie aus Figur 9 zu entnehmen ist, dass sehr grosse Ähnlichkeit zu den beim Tolkowsky-Schliff gefundenen Verhältnissen besteht.

Die Auswertung der Kurve (Fig. 9) ergibt folgende Werte, die zwar einen kleinen Gewinn an Ausbeute anzeigen, aber effektiv denjenigen des Tolkowsky-Schliffes so nahe stehen, dass sinngemäss beide Ausbeuten einander gleich zu setzen sind.

Tabelle 7d

Neigungswinkel (V)	Ausbeute %
0° bis 30°	25,45
30° bis 60°	6,78
60° bis 90°	0,80
	<hr/> 33,03

Tabelle 7c. *Praktischer Feinschliff nach Eppler*

## Diamant

Neigung	0°00'		18°44' S. 7 (+S. 4)		33°07' S. 10		42°56' S. 6		56°48' S. 14		90°00' S. 5	
	%	W	%	W	%	W	%	W	%	W	%	W
Strahlen												
RT	24	8°	22½	26°	16*	43°						
RL												
R-			1½	—	8	—	24	—	24	—	24	—
TT	10	-44½°	17½	-22½°	14	-9°	10½	-1°	6	8½°	1½	18½°
TL	16	10°	1½*	56½°								
T̄T	10	44½°	2*	90°								
T̄/T												
TR	16	10°	24	11½°	20½	25°	18½*	33°				
T/R			7	—	18	—	23*	—				
T-									46	—	50½	—
LT	24	-8°	12	6½°	5½	14½°	2	18°	½*	20°		
LR			12	—	18½	—	22	—	23½*	—		
L-												
Ausbeute 1:	94,0%		73,0%		48,5%		27,1%		6,9%		1,5%	
Ausbeute 2:	—		72,0%		37,4%		10,3%		6,3%		0,0%	

Auf S. 171 wird nochmals auf diese Ausbeutezahlen eingegangen.

Beim Entwurf seines „Feinschliffes“ für Rutil hat W. F. EPPLER (1949) das Vorbild des Tolkowsky-Schliffes verlassen und eine Brillantform mit Winkeln und Dimensionen vorgeschlagen, die von den für hochlichtbrechende Mineralien sonst üblichen stark abweichen. An folgenden, das Hauptprofil charakterisierenden und für  $n=2,76$  und  $G=21°15'$  geltenden Angaben fällt besonders die sehr flache Neigung der oberen Hauptfazetten auf, die zugleich eine relativ geringe Höhe des Steins und speziell seines Oberteils fordert, falls der Durchmesser der Tafel nicht stark gegenüber dem der oberen Hauptfazetten zurücktreten soll.

Tabelle 8a

Tafel ( $A_T$ )	0°00'
Obere Hauptfazetten ( $A_R = -A_L$ )	23°00'
Untere Hauptfazetten (B)	41°18'
Durchmesser der Rundiste (r)	100,0
Durchmesser der Tafel (t)	54,0
Höhe (h)	53,7

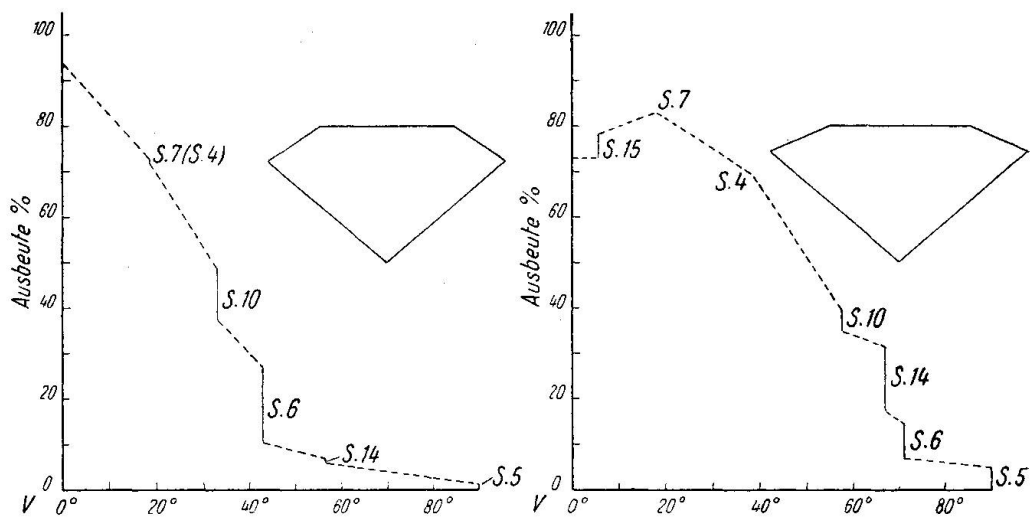


Fig. 9.

Fig. 10.

Ausbeute und Profil des Eppler'schen Feinschliffs für Diamant (Fig. 9) und Rutil (Fig. 10).

Die mit Hilfe der Formeln S. 1 bis S. 15 ermittelten Sprungstellen lauten in diesem Fall folgendermassen.

Tabelle 8 b

S	Strahlen	i	V
4	TL	13° 03'	38° 33'
5	T (direkt)	21° 15'	90° 00'
6	T (rückläufig)	20° 03'	71° 08'
7	$\overline{TT}$	6° 27'	18° 04'
10	R (direkt)	11° 51'	57° 31'
14	L (rückläufig)	21° 15'	67° 00'
15	LR	9° 57'	5° 29'

Von diesen Sprungstellen erweist sich S. 4 als virtuell. Die Analyse der von unter diesen V-Winkeln einfallendem Licht hervorgerufenen Strahlenverläufen führt zu den in Tabelle 8 c zusammengestellten Ergebnissen.

Wie ersichtlich, treten bei  $V=0^\circ$  die RT-, TL- und somit natürlich die LT- und TR-Strahlen achsenparallel aus. Diesem günstigen Umstand stehen die recht grossen W-Winkel der TT- und  $\overline{TT}$ -Strahlen, sowie der Verlust der RL- und LR-Strahlen durch Totalreflexion gegenüber. In der Folge nehmen sowohl Anteil und Wirksamkeit der TT-Strahlen zu, ferner bringt die Sprungstelle S. 15 bei  $5^\circ 29'$  mit sich, dass die LR-Strahlen zum Austritt gelangen können, um dann nach und nach immer grössere Beiträge an die Ausbeute zu liefern. So steigert sich, wie auch im Kurvenbild Fig. 10 deutlich wird, die anfänglich nur 73,2% betragende

Tabelle 8c. *Praktischer Feinschliff nach Eppler*

Rutil

Neigung	0° 00'	5° 29' S. 15	18° 04' S. 7	38° 33' S. 4	57° 31' S. 10	67° 00' S. 14	71° 08' S. 6	90° 00' S. 5
Strahlen	% W	% W	% W	% W	% W	% W	% W	% W
RT	14½ 0°	17½ 5½°	24½ 20°	22½ 41°	16* 71°			
RL	10 —	7 —						
R-				2 —	8½ —	24½ —	24½ —	24½ —
TT	11½ 45°	13½ 37½°	18 21½°	14 -5°	9 8°	7½ 13°	6½ 14½°	5½ 20½°
TL	14 0°	10½ 6°	1 24°					
TT	11½ 45°	9½ 53°	5* 90°					
T/T								
TR	14 0°	17½ 5½°	24 26°	23 36½°	18 50½°	16½ 55½°	16½* 57½°	
T/R			3 —	14 —	24 —	27½ —	28* —	
T-								45½ —
LT	14½ 0°	10½ 5°	2½ 17°					
LR	10 —	14* -67°	22-30½°	19 -14°	14½-6½°	14*-5½°		
L/R				5½ —	10 —	10* —		
L-								
Ausb. 1:	73,2%	72,8%	82,7%	69,3%	39,6%	31,7%	15,0%	4,9%
Ausb. 2:	—	78,3%	82,7%	69,3%	34,9%	17,5%	6,8%	0,0%

Ausbeute bis auf 82,7% bei  $V = 18^{\circ}04'$ , um dann bis zur (unwirksamen) Sprungstelle S. 4 bei  $38^{\circ}33'$  langsam abzunehmen. Das Gebiet  $V = 30^{\circ}$  bis  $60^{\circ}$  weist einen raschen Abfall der Ausbeute auf, doch enthält es nur S. 10 als Sprungstelle. Die Kurve befindet sich deshalb bei  $V = 60^{\circ}$  noch auf beträchtlicher Höhe. In den letzten  $30^{\circ}$  sinkt sie allerdings rasch auf kleine Werte und bei  $V = 90^{\circ}$  sprunghaft auf 0 (S. 5). Die Auswertung der Kurve führt zu folgenden Werten, die in jedem der Teilgebiete erwartungsgemäss auffallend hoch sind und sich zu einer Gesamtausbeute summieren, die alle bis jetzt erhaltenen Werte übertrifft.

Tabelle 8d

Neigungswinkel (V)	Ausbeute %
0° bis 30°	25,45
30° bis 60°	19,13
60° bis 90°	4,41
	<hr/> 48,99

Die Beziehungen dieser Ausbeute zu denjenigen der anderen Brillanttypen werden noch auf S. 171 zu besprechen sein.

## E. Brillant mit vereinigten Sprungstellen<sup>2)</sup>

### 1. Definition und Ableitung

Die Durchsicht der Diagramme Fig. 4 bis 10 zeigt, dass bei allen untersuchten Schliften die Ausbeute im mittleren V-Gebiet in wesentlichem Masse von den Sprungstellen S. 6, S. 10 und S. 14 beeinflusst wird. Mit einer durch den Johnsen'schen Diamantschliff gegebenen Ausnahme liegt S. 10 stets höher als S. 6, wobei die Lage von und der Abstand zwischen den beiden Sprungstellen von Fall zu Fall sehr verschieden sein können. Bei den Diamantschliffen liegt S. 14 ausnahmslos tiefer als S. 6, bei den Rutilschliffen dagegen ebenso konstant zwischen den beiden anderen Sprungstellen. Es erscheint möglich, dass die Ausbeute eine günstige Beeinflussung erfahren könnte, wenn die Winkel des Schliffes so gewählt werden, dass S. 10 und S. 6 streng zusammenfallen. Dies soll für Diamant und Rutil nun getrennt untersucht werden. Die Berechnung für Diamant umfasst folgende Schritte.

#### a) Festlegung der Neigung $B$ der unteren Hauptfazetten

Das gewünschte Zusammenfallen der Sprungstellen S. 6 und S. 10 kann bei jedem  $B$ -Wert erreicht werden. Es schien deshalb gegeben, diesen Wert in engster Anlehnung an bewährte Schliff-Formen zu wählen. Dies kann für einen gegebenen Brechungsindex mit Hilfe der empirischen Formel

$$B = \frac{1}{6} (270 - G)$$

geschehen, in welcher  $G$  wie gewöhnlich den durch den Brechungsindex festgelegten Grenzwinkel der Totalreflexion ist. Im vorliegenden Fall hat man

$$B = \frac{1}{6} (270 - 24^\circ 26') = \frac{1}{6} \cdot 245^\circ 34' = 40^\circ 55' 40''$$

in sehr naher Übereinstimmung mit den von TOLKOWSKY und EPPLER für Diamant verwendeten Werten (S. 155 und 160).

#### b) Festlegung der Neigung $A_R = -A_L^*$ der oberen Hauptfazetten

Nach Formel S. 6 und unter Voraussetzung des eben gefundenen  $B$ -Winkels werden rückläufige T-Strahlen nur solange an der linken unteren Hauptfazette reflektiert, als ihr  $i$ -Winkel den Wert

<sup>2)</sup> Im weiteren als Brillant „m. v. S.“ abgekürzt.

$$\begin{aligned}
 i &= B - G \\
 &= 40^{\circ}56' - 24^{\circ}26' \\
 &= 16^{\circ}30'
 \end{aligned}$$

nicht überschreitet. Dieser  $i$ -Wert entspricht einer Sprungstelle, die nach Formel 1 bis 3 (in denen  $A$  durch  $A_T = 0$  zu ersetzen ist) bei  $V = 43^{\circ}22'$  auftritt. Es muss jetzt ein  $A_R$ -Wert gesucht werden, der unter Voraussetzung der nun gegebenen Werte von  $B$  und  $V$  beide Seiten der aus Formel S. 10 abgeleiteten Gleichung

$$\arcsin\left(\frac{\sin(V - A_R)}{n}\right) = 180 - A_R - 3B - G$$

identisch werden lässt. Unschwer lässt sich feststellen, dass dies für  $A_R = 25^{\circ}30'$  eintritt, womit ein Neigungswinkel für die oberen Hauptfazetten gefunden ist, der gewährleistet, dass die direkten R-Strahlen beim gleichen Neigungswinkel des einfallenden Lichtes verschwinden wie die rückläufigen T-Strahlen.

### c) Dimensionierung des Schliffes

Bei der Wahl der linearen Masse des Hauptprofils wurde darauf abgestellt, dass bis zu ihrem Verschwinden bei der Sprungstelle S. 10 keine R-Strahlen auf die linke untere Hauptfazette fallen können. Dadurch werden alle Verluste dieser Strahlen durch Austritt am Unterteil vermieden. Das gewünschte Resultat wird erreicht, wenn

$$\frac{t}{2h} = \operatorname{tg} 32^{\circ}47' \quad \left(\frac{t}{h} = 1,29\right)$$

wobei der Winkel  $32^{\circ}47'$  nach Formeln 1 bis 3 als  $v$ -Wert der unter  $V = 43^{\circ}22'$  auf die rechte obere Hauptfazette auffallenden Strahlen erhalten wird. Mit den schon bestimmten Werten von  $A_R$  und  $B$  legt dieses Verhältnis von  $t$  zu  $h$  das Hauptprofil eindeutig fest, das nun durch die in Tabelle 9a enthaltenen Zahlen charakterisiert ist.

Tabelle 9a

Tafel ( $A_T$ )	$0^{\circ}00'$
Obere Hauptfazetten ( $A_R = -A_L$ )	$25^{\circ}30'$
Untere Hauptfazetten ( $B$ )	$40^{\circ}56'$
Durchmesser der Rundiste ( $r$ )	100,0
Durchmesser der Tafel ( $t$ )	55,9
Höhe ( $h$ )	43,4

## 2. Auswertung für Diamant

Das Profil fällt durch die sehr flache Neigung der oberen Hauptfazetten und seine geringe Höhe auf, die den Entwurf für die Praxis wohl als ungeeignet erscheinen lassen. Zwecks Bestimmung der Lichtausbeute wurde zunächst mit Hilfe der Formeln S. 1 bis S. 15 untersucht, ob noch andere als die oben vorausgesetzten Sprungstellen vorhanden sind. Tabelle 9b enthält die diesbezüglichen Resultate.

Tabelle 9b

S	Strahlen	i	V
4	TL	15° 12'	39° 20'
5	T (direkt)	24° 26'	90° 00'
6	T (rückläufig)	16° 30'	43° 22'
7	TT	8° 18'	20° 00'
10	R (direkt)	7° 17'	43° 22'
14	L (rückläufig)	24° 26'	64° 30'
15	LR	10° 18'	0° 07'

Wie ersichtlich, ist die Liste der Sprungstelle gross und in ihrer Zusammensetzung gleich wie die für den Rutiltschliff von W. F. EPPLEB gefundene. Wie bei jenem erweist sich die Sprungstelle S. 4 als virtuell. Sie wurde deshalb und wegen ihrer geringen Entfernung von der vereinigten Sprungstelle nicht besonders ausgewertet. Einzelheiten über die bei den übrigen V-Werten auftretenden Strahlenverläufen gibt Tabelle 9c.

Wie aus der ersten Spalte der Tabelle ersichtlich ist, erreicht die Ausbeute bei achsenparallelem Lichteinfall eine nur mässige Höhe. Dies wird durch den flachen Austritt der TT- und  $\overline{TT}$ -Strahlen und den Verlust der RL- und LR-Strahlen bedingt. Allerdings erhöht die Sprungstelle S. 15, die sich bei einer praktisch kaum merkbaren Neigung des einfallenden Lichtes einstellt, die Ausbeute durch Wirksamwerden der LR-Strahlen um 2%. Während die  $\overline{TT}$ -Strahlen bald aus dem Bild verschwinden (Sprungstelle S. 7 bei 20°), werden die TT-Strahlen zu Hauptträgern der Ausbeute. Nachdem sich die Ausbeute über die ersten 20° des V-Bereiches fast unverändert hält, nimmt sie dann langsam bis zur vereinigten Sprungstelle ab. Diese bringt zwar einen Verlust von vollen 25% mit sich, doch bedeutet ihre Lage bei 43°22', dass die von der Sprungstelle S. 6 sonst verursachten Lichtverluste erst viel später (ca. 10° V-Winkel) als sonst in Erscheinung getreten sind. Wie Fig. 11 zeigt, wird dadurch die Abnahme der Ausbeute sehr verzögert. Da der Abfall auch nach der kombinierten Sprungstelle ein langsamer ist und nur



Tabelle 9c. *Brillant mit vereinigten Sprungstellen*

## Diamant

Neigung	0° 00'		20° 00'		43° 22'		64° 30'		90° 00'	
	0° 07'		S. 7		S. 6 S. 10		S. 14		S. 5	
Strahlen	%	W	%	W	%	W	%	W	%	W
RT	13	-2½°	18½	17°	18½°	43½°				
RL	5½	—								
R-							18½	—	18½	—
TT	16	-43°	24½	-20°	17	0½°	11½	14°	9*	20°
TL	15½	-2½°								
TT	16	43°	13½*	90°						
T/T					13	—				
TR	15½	2½°	25	23°	18*	43½°				
T/R					15	—				
T-							51½	—	54	—
LT	13	2½°								
LR	5½*	-64½°	18½	-21½°	9	-5°	5*	0°		
L/R					9½	—	13½*	—		
L-										
Ausbeute 1:	79,8%		79,5%		51,8%		16,6%		8,1%	
Ausbeute 2:	81,9%		79,5%		26,1%		11,6%		0,0%	

noch den ca. 5% betragenden Sprung S. 14 aufweist, kommt auch im Gebiet des flachen Lichteinfalls eine relativ gute Ausbeute noch zustande. Tabelle 9d fasst die Resultate der Auswertung der Kurve Fig. 11 zusammen, auf die S. 171 noch zurückzukommen sein wird.

Tabelle 9d

Neigungswinkel (V)	Ausbeute %
0° bis 30°	26,01
30° bis 60°	12,84
60° bis 90°	3,54
	<hr/> 42,39

Der Vergleich dieser Zahlen mit denjenigen der Tabellen 3d, 5d und 7d, die alle für Diamant gelten, zeigt, dass der Schliff „m. v. S.“ eine Ausbeute aufweist, die mehr als 9% höher liegt als das beste bisher erreichte Resultat (Eppler-Diamant). Dieses Resultat ist eine Folge der stark erhöhten Ausbeutezahlen in den Bereichen der mittelschrägen und flachen Strahlen.

## 3. Auswertung für Rutil

Die Festlegung für Rutil der für die Vereinigung der Sprungstellen S. 6 und S. 10 erforderlichen Winkel erfolgte in genau analoger Weise wie bei Diamant und zwar wurde der Wert  $n=2,76$  der Berechnung zugrunde gelegt, um den strengen Vergleich mit W. F. EPPLERS „Feinschliff“ zu gestatten. Eine Untersuchung der Strahlenverläufe bei analog gewählten linearen Dimensionen wie bei Diamant führte zur Einsicht, dass diese für den vorliegenden Fall weniger günstig sind und dass die Masse zweckmässig so gewählt werden können, dass die zwei oberen Hauptfazetten einerseits und die Tafel andererseits mit gleichen Prozenten am Profil beteiligt sind. Tabelle 10a gibt die unter diesen Gesichtspunkten gewonnenen, das Profil charakterisierenden Werte.

Tabelle 10a

Tafel ( $A_T$ )	$0^\circ 00'$
Obere Hauptfazetten ( $A_R = -A_L$ )	$17^\circ 00'$
Untere Hauptfazetten (B)	$41^\circ 28'$
Durchmesser der Rundiste (r)	100,0
Durchmesser der Tafel (t)	51,1
Höhe (h)	51,7

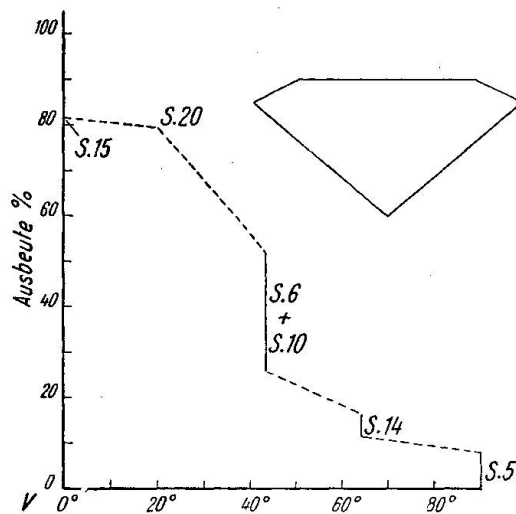


Fig. 11.

Ausbeute und Profil des Schliffes „m. v. S.“ für Diamant (Fig. 11) und Rutil (Fig. 12).

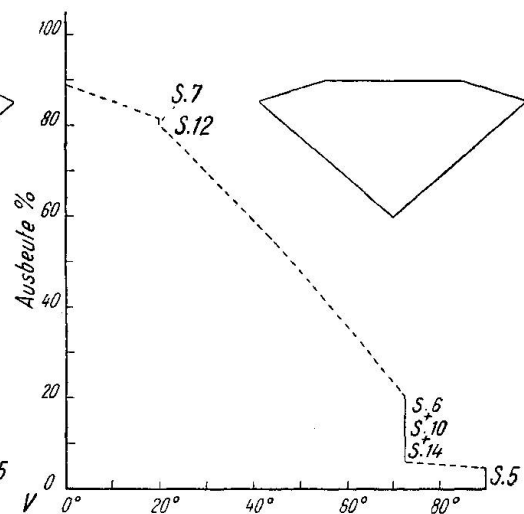


Fig. 12.

Die Neigung der oberen Hauptfazetten ist ausserordentlich flach und sogar um  $4^\circ$  geringer als beim bereits sehr kleinen Winkel von W. F. EPPLERS Feinschliff. Die übrigen Dimensionen sind in beiden Schliffen sehr ähnlich. Es ist fraglich, ob eine praktische Verwertung dieses Profils

in Frage käme. Sehr interessant gestaltet sich die aus Formeln S. 1 bis S. 15 hervorgehende Verteilung der Sprungstellen, die in Tabelle 10b wiedergegeben ist.

Tabelle 10b

S	Strahlen	i	V
4	TL	18° 23'	62° 58'
5	T (direkt)	21° 15'	90° 00'
6	T (rückläufig)	20° 13'	72° 30'
7	$\overline{TT}$	7° 07'	20° 00'
10	R (direkt)	17° 21'	72° 30'
12	RL	1° 23'	20° 49'
14	L (rückläufig)	21° 15'	73° 00'

Die Sprungstelle S. 4 ist virtuell. Es wurde deshalb auf die Konstruktion der Strahlengänge bei diesem V-Wert zugunsten derjenigen bei  $V = 45^\circ$  verzichtet. Dieser Wert entspricht keiner Sprungstelle, doch erschien es wünschenswert, die allzuweite Spanne von  $V = 20^\circ 00'$  bis  $V = 72^\circ 30'$  durch Einschaltung einer weiteren Bestimmung der Ausbeute zu überbrücken. Fast genau beim ersteren dieser Werte fällt die häufig auftretende Sprungstelle S. 7 mit der selten anzutreffenden S. 12 zusammen. Diese Vereinigung war nicht beabsichtigt und ist eine zufällige Folge der gemachten Voraussetzungen. Auf den zweiten Wert,  $72^\circ 30'$ , fallen gemäss der Vorausberechnung die Sprungstellen S. 6 und S. 10. Interessanterweise kommt S. 14 nur um einen halben Grad höher zu liegen, so dass für praktische Zwecke von der Vereinigung dieser drei Sprungstellen gesprochen werden darf. So beurteilt zeigt dieser Schliff also nur drei Sprungstellen. Über die bei den genannten V-Werten auftretenden und in Tabelle 10c gekennzeichneten Strahlenverläufe ist folgendes zu bemerken.

Der Schliff weist bei achsenparallelem Lichteinfall keine Verluste und eine relativ günstige Ausbeute auf. Nur die TT- und  $\overline{TT}$ -Strahlen treten etwas flach aus und sind deshalb von reduzierter Wirksamkeit. Während letztere bei der Sprungstelle S. 7 ( $V = 20^\circ 00'$ ) verschwinden, nehmen Anteil und Wirksamkeit der anderen zu. Da bei  $V = 20^\circ$  neben diesen Strahlen auch TR-, RT- und LR-Strahlen alle recht ansehnliche Beiträge liefern, hält sich die Ausbeute auf beachtenswerter Höhe. Dies hat zur Folge, dass auch die Gesamtausbeute für das Gebiet  $V = 0^\circ$  bis  $30^\circ$  gut ist. (Siehe das Kurvenbild Fig. 12.) Da die vorausberechnete vereinigte Sprungstelle erst bei  $V = 72^\circ 30'$  liegt, das mittlere Gebiet  $V = 30^\circ$  bis  $60^\circ$  somit überhaupt keine Sprungstelle aufweist, ist auch für dieses die Ausbeute befriedigend. Der Wegfall aller R- und L-Strahlen, sowie

Tabelle 10c. *Schliff mit vereinigten Sprungstellen*  
Rutil (n = 2,76)

Neigung	0° 00'		20° 00'		45° 00'		72° 30'		90° 00'	
			S. 7	S. 12			S. 6	S. 10	S. 14	S. 5
Strahlen	%	W	%	W	%	W	%	W	%	W
RT	7	-9°	21	11°	24½	37°	16½*	72½°		
RL	18	24°	4*	73°						
R-					½	—	8½	—	25	—
TT	12	-42½°	18½	-19½°	11½	2°	6½	16½°	5½*	20°
TL	13	-9°								
T̄T	12	42½°	5½*	90°						
T̄/T̄							8*	—		
TR	13	9°	25½	29°	22½	52°	17*	72½°		
T/R			½	—	16	—	18½*	—		
T-									44½	—
LT	7	9°								
LR	18	-24°	20½	-3½°	9	13°	5*	21°		
L/R			4½	—	11½	—	13*	—		
L/T					4½	—	7*	—		
Ausbeute 1:	89,2%		82,0%		54,1%		20,7%		4,8%	
Ausbeute 2:	—		80,7%		—		6,2%		0,0%	

der rückläufigen T-Strahlen bei  $V = 72^\circ 30'$ , lässt nun allerdings die Kurve stark sinken, bis bei  $V = 90^\circ$  die Sprungstelle S. 5 die Ausbeute von ca. 5% auf null sinken lässt. Die aus der Auswertung der Kurve sich ergebenden Werte der Ausbeute sind in Tabelle 10d vereinigt, aus der ersichtlich ist, dass die Vereinigung der Sprungstellen eine wenn auch geringe Steigerung der Ausbeute gegenüber W. F. EPPLERS Feinschliff zur Folge hat. Dieser Schliff „m. v. S.“ weist also die höchsten Ausbeutezahlen auf, die im Laufe dieser Untersuchung angetroffen wurden.

Tabelle 10d

Neigungswinkel (V)	Ausbeute %
0° bis 30°	24,51
30° bis 60°	15,41
60° bis 90°	6,94
	<hr/> 46,86

## IV. ZUSAMMENFASSUNG UND VERGLEICHE

Sucht man die nun gewonnenen Daten als Grundlage zu einer Bewertung der verschiedenen Schliff-Typen und vorerst der theoretisch „optimalen“ zu gebrauchen, so tritt beim Vergleich der zusammenfassenden Tabellen 3d bis 10d besonders eine Erscheinung mit vollkommener Eindeutigkeit hervor. Es ist die Gegensätzlichkeit zwischen hoher Leistung bei achsenparallelem Lichteinfall und hoher Gesamtleistung. In der Tat tritt letztere bei den Schliffen auf, die besonders gute Ausbeuten in den Gebieten der mittelschrägen und flachen Einfallwinkel aufweisen; solche werden aber stets durch eine Verminderung der Leistung bei  $V=0^\circ$  erkauft. Die Beziehungen können am deutlichsten so zum Ausdruck gebracht werden, dass man wie in Tabelle 11 für jede der Schliffarten die Rangordnung notiert, die ihr nach den einen und anderen Ausbeutewerten zukommt.

Tabelle 11

Schliff	Rangordnung (Diamant)		Rangordnung (Rutil)	
	bei $V=0^\circ$	bei $V=0^\circ$ b. $90^\circ$	bei $V=0^\circ$	bei $V=0^\circ$ b. $90^\circ$
JOHNSEN	1	4	1	4
TOLKOWSKY	2	3	3	3
EPPLER	3	2	4	2
„m. v. S.“	4	1	2	1

Wie ersichtlich, sind bei den Diamantschliffen die zwei Abfolgen zueinander genau invers; bei Rutil sind sie etwas unregelmässiger, doch tritt auch hier die Tendenz deutlich hervor. Dieses Ergebnis zeigt deutlich die Schwierigkeiten, denen man beim Entwerfen eines Schliffes begegnet, und wie wichtig es wäre, durch visuelle Beurteilung zu entscheiden, welche der Abfolgen die praktisch bedeutsamere ist.

Wollte man über den vermutlichen Ausgang einer solchen Untersuchung spekulieren, so müssten folgende Tatsachen berücksichtigt werden. Die höchsten Leistungen bei  $V=0^\circ$  werden von Schliffen geliefert, die mehr oder weniger „konventionelle“ Formen aufweisen (JOHNSEN, TOLKOWSKY, EPPLER-Diamant). Andererseits sind die Schliffe „m. v. S.“ und EPPLER-Rutil, die in bezug auf Gesamtausbeute an der Spitze stehen, solche von ganz abnormalem Profil. Da die Schliffe der erstgenannten Kategorie das Ergebnis unzähliger praktischer Erfahrungen im Diamant-

schleifen darstellen, so darf vermutet werden, dass die hohe Leistung bei  $V=0^\circ$  weit augenfälliger in Erscheinung tritt als die grosse Gesamtleistung und damit auch als die an sich wertvollere Eigenschaft zu bezeichnen wäre. Insofern dies zutrifft, steht der Idealschliff von JOHNSEN natürlich unbestreitbar an erster Stelle. Nur wenn es sich zeigen sollte, dass die visuelle Lichtwirkung von einer grossen Totalausbeute günstig beeinflusst wird, müsste zu den flachen Schliffen „m. v. S.“ und EPPLER-Rutil gegriffen werden.

Eine andere nicht zu vernachlässigende Möglichkeit für die Beurteilung eines Schliffes bestünde darin, eine Kompromissformel zu suchen, in der sowohl die spezifische Leistung bei  $V=0^\circ$  wie die bei  $V=0^\circ$  bis  $90^\circ$  zum Ausdruck käme. Zu diesem Zwecke könnte es genügen, beide Grössen zu addieren, was bedeuten würde, dass bei der Bewertung die Ausbeute bei senkrechtem Lichteinfall auf die Tafel (die natürlich auch im Gesamtwert enthalten ist) mit einem doppelten Gewicht versehen wäre. Die in Tabelle 12 enthaltenen und nach diesem Gesichtspunkt er-

Tabelle 12

Schliff	Summierte Ausbeute bei $V=0^\circ$ und $V=0^\circ$ bis $90^\circ$	
	Diamant	Rutil
JOHNSEN	130	136
TOLKOWSKY	128½	125
EPPLER	127	122
„m. v. S.“	124½	138½

mittelten Zahlen sind sehr aufschlussreich und lassen wiederum den Idealschliff von JOHNSEN als besonders begünstigt hervortreten. Unter den Diamantschliffen steht er auch hier unbestritten an erster Stelle, bei den Rutilschliffen wird er nur vom Schliff „m. v. S.“ um weniges überboten. Die Gründe, warum die bei  $V=0^\circ$  gefundene Reihenfolge sich bei den addierten Zahlen so weitgehend wiederfindet, besteht darin, dass die Streuung der Ausbeutezahlen für achsenparallelen Lichteinfall grösser ist als bei jenen für den Gesamtbereich. So vermögen im allgemeinen letztere die durch die ersteren bestimmte Reihenfolge nicht mehr zu ändern. Eine Ausnahme stellt diesbezüglich der Schliff „m. v. S.“ (Rutil) dar, dessen Ausbeute bei  $V=0^\circ$  zwar ca. 11% unter, bei  $V=0^\circ$  bis  $90^\circ$  jedoch um ca. 13½% über den entsprechenden Werten des JOHNSEN'schen Schliffes liegt.

Es ist interessant zu vernehmen, dass in Fachkreisen der TOLKOWSKY-Schliff im allgemeinen höher geschätzt und wohl weit öfter verwendet wird als der Idealschliff von JOHNSEN, obgleich, wie gezeigt worden ist, letzterer sowohl in bezug auf Spitzenleistung wie auf Gesamtausbeute als der leistungsfähigere anzusprechen ist. Vermutlich wird dieses Werturteil nicht allein von optischen Gesichtspunkten, sondern auch von solchen der Massenverteilung beeinflusst, auf die aber hier nicht eingegangen werden soll.

Es ist nun lehrreich, den eingangs untersuchten käuflichen Rutilbrillant den Optimalformen gegenüberzustellen und seine Leistung mit ihnen zu vergleichen. Man stellt dabei fest, dass der Kontrast zwischen der Ausbeute bei achsenparallelem Lichteinfall und der Gesamtausbeute auch in diesem Fall aufs deutlichste zum Ausdruck kommt. Steht nämlich seine Ausbeute (63,6%) bei  $V=0^\circ$  weit unter denjenigen der Optimalschliffe, so ist andererseits seine Totalausbeute (38,7%) sogar etwas grösser als bei den anderen Schliffen vom konventionellen Typus. Sie bleibt allerdings viel niedriger als bei den flachen Schliffen, was einmal mehr die Sonderstellung dieser letzten unterstreicht.

Ein genauerer Vergleich des käuflichen Steins mit den anderen Typen zeigt, dass die Wahl seiner Winkel und Dimensionen nach dem Vorbild des TOLKOWSKY-Schliffs erfolgte, wobei offenbar eine grobe Anpassung der für Diamant geltenden Werte an die höhere Lichtbrechung des Rutils versucht wurde. Dabei ist im Vergleich mit dem TOLKOWSKY'schen Rutilbrillant die Neigung der oberen Hauptfazetten etwas zu klein, die der unteren Hauptfazetten etwas zu gross ausgefallen. Ferner wurde die Tafel zu schmal gemacht, wodurch eine zu grosse Höhe resultierte. Die an sich nicht sehr grossen Abweichungen vom TOLKOWSKY'schen Entwurf genügen aber bereits, um die Ausbeute bei achsenparallelem Lichteinfall um volle 23% zu vermindern. Dieser Betrag entspricht fast genau dem Anteil der TR- und TL-Strahlen, die mit  $\alpha = 24^\circ 44'$  auf die Oberteilfazetten fallen und somit nicht auszutreten vermögen, d. h. für die Lichtausbeute verloren gehen. Weit weniger wirken sich die Abweichungen der Neigungen und Masse auf die Gesamtausbeute aus, so dass in dieser Beziehung der Handelsschliff und der TOLKOWSKY-Schliff nur um etwa  $\frac{1}{2}\%$  in der Ausbeute auseinanderliegen. Man könnte versucht sein, dieses recht günstige Resultat als die Ursache der eingangs betonten guten visuellen Lichtwirkung des Steins aufzufassen, doch müssen definitive Schlussfolgerungen dieser Art verschoben werden, bis der Zusammenhang zwischen der Gesamtausbeute und die visuelle Wirkung eine experimentelle Klärung erfahren haben.

Eine weitere Frage, die im Rahmen dieser Arbeit nicht mehr untersucht werden konnte, ist der Einfluss der vielfach erwähnten Sprungstellen auf die Zerlegung des Lichtes, also auf die Spektralbrillanz (Feuer) des Steins. Es kann nicht bezweifelt werden, dass bei jeder Sprungstelle eine Zerlegung des weissen Lichtes und eine Erzeugung von sog. Optimalfarben (siehe z. B. S. RÖSCH, 1929) stattfinden muss, deren Verfolgung unserer Meinung nach zum Ergebnis führen dürfte, dass die im Hauptprofil des Brillants verlaufenden Strahlen einen viel grösseren Beitrag an die Spektralbrillanz liefern, als bei der herkömmlichen Theorie des Brillantschliffs angenommen wird.

### Zitierte Literatur

- B. W. ANDERSON und C. J. PAYNE, 1948: Some properties of synthetic rutile, *Gemmologist*, London, Vol. 17, 161—162. (Zitiert nach *Min. Mag.* XXVIII, Abstr. Vol. 10, 565 (1949).)
- W. F. EPPLER, 1949a: Der Brillant. *Schweizer Goldschmied*. Nr. 1, 12—18, Nr. 2, 10—15.  
 — 1949b: The fine cut of synthetic rutile. *Journal of Gemmology* (London). Vol. 2, 35—44.
- A. JOHNSEN, 1926: Form und Brillanz der Brillanten. *Sitzungsber. Pr. Akad. Wiss.* Heft XXIII, 322—330.  
 — 1927: Form und Brillanz der Brillanten. *Fortschritte der Min. Krist. u. Petr.* Band 11, 309—321.
- S. RÖSCH, 1927: Beitrag zum Brillanzproblem. *Z. Krist.* Band 65, 46—68.  
 — 1929: Darstellung der Farbenlehre für die Zwecke des Mineralogen. *Fortschritte der Min., Krist. u. Petr.* Band 13, 753—904.
- K. SCHLOSSMACHER, 1932: *Max Bauers Edelsteinkunde*. 3. Auflage, Leipzig.
- M. TOLKOWSKY, 1919: *Diamond Design*. London. (Das Original stand nicht zur Verfügung. Die Angaben wurden nach anderen Quellen zitiert.)
- G. G. WAITE, 1948: A new gem material. *The Lapidary Journal*, Hollywood, California. Vol. 2, 74—75. (zitiert nach *Min. Mag.* XXVIII, Abstr. Vol. 10, 565 (1949).)

Eingegangen: 30. Dezember 1950.