Zeitschrift: Verhandlungen der Schweizerischen Naturforschenden Gesellschaft = Actes de la Société Helvétique des Sciences Naturelles = Atti della Società Elvetica di Scienze Naturali

Herausgeber: Schweizerische Naturforschende Gesellschaft

Band: 39 (1854)

Artikel: Einige Bemerkungen über die Veränderung der Rotationsgeschwindigkeit der Himmelskörper

Autor: Schinz, Emil

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-89872

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 15.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

XIII. BEILAGE.

Einige Bemerkungen

über

die Veränderung der Rotationsgeschwindigkeit der Himmelskörper.

Von

Dr. **Emil Schinz,**

Professor in Aarau.

I.

1) Eine Kraft wird durch die Geschwindigkeit gemessen, die sie, während einer Sekunde allein auf einen Körper wirkend, diesem zu ertheilen vermag.

Die Kraft der Schwere an unserer Erdoberfläche ertheilt — proportional mit der zu bewegenden trägen Masse wachsend — allen Körpern in der Sekunde eine gleich grosse Geschwindigkeit, deren Werth g (am Aequator = $9^m,78$ am Pol = $9^m,83$) die mittlere Grösse von $9^m,81$ (Meter) hat.

2) Die Arbeit, welche diese constante Kraft aufwendet, um einem Körper von G Kilogrammen Gewicht die Geschwindigkeit von v (Metres) zu ertheilen, wird gemessen durch: $G \cdot \frac{v^2}{2g}$, d. h. durch das Produkt der darauf

wirkenden Schwerkraft G in den Weg oder die Höhe $h = \frac{v^2}{2g}$, durch welchen dieselbe thätig sein musste, um dem Körper die Geschwindigkeit v zu ertheilen.

Es ist diese Arbeit gleich derjenigen, die wir anwenden müssen, um dem Körper seine Geschwindigkeit wieder zu nehmen, oder die er leisten kann, indem er seine Geschwindigkeit dagegen einsetzt.

3) Bewegt sich ein auf einen Punkt concentrirtes Gewicht G_k in einem Kreis vom Radius r_k herum in der Zeit von T Sekunden, so ist seine Geschwindigkeit $v_k = \frac{2\pi r_k}{T}$. Es hat daher erhalten, besitzt, und kann nun abgeben die Arbeit $G_k \frac{v_k^2}{2g}$ oder $\frac{2\pi^2}{gT^2} G_k r_k^2$. — Für n solche beliebige Gewichte, in verschiedenen Entfernungen von einer festen Rotationsachse concentrirt, wird, wenn sie fest miteinander verbunden sind, die Umlaufzeit T gemeinschaftlich, und sie besitzen daher zusammen die Arbeit $A = \frac{2\pi^2}{gT^2} \Sigma G_k r_k^2$. — Der Faktor $\Sigma G_k r_k^2$ — ist nur von der Gestalt des rotirenden Körpers abhängig, wenn er homogen ist und kann auf die Form $G \cdot \lambda^2$ gebracht werden, wo G das Gewicht des ganzen Körpers und λ die Entfernung desjenigen Punktes von der Drehungsachse bedeutet, in dem wir das ganze Gewicht G concentrirt denken müssen, damit es, in derselben Zeit T um sie herum bewegt, dieselbe Arbeit A besitze wie der Körper selbst, nämlich $A = G \frac{2\pi^2 \lambda^2}{gT^2}$.

4) Ist in einem frühern Momente der Drehbewegung die Umlaufzeit T um τ Sekunden kleiner gewesen, so war die Geschwindigkeit aller Theile, und somit die Arbeit, die der Körper damals besass, grösser. — Er hat daher von seiner früher besessenen Arbeitsfähigkeit die Arbeit

$$B = G \frac{2\pi^2\lambda^2}{g} \left\{ \frac{1}{(T-\tau)^2} - \frac{1}{T^2} \right\}$$

verloren, d. h. zur Ueberwindung von Reibungen oder andern entgegenwirkenden Kräften verwendet. — Wenn τ ein sehr kleiner Theil ist von T, so ist

$$B = G \frac{4\pi^2\lambda^2}{g} \frac{2\tau}{T^3} = A \frac{2\tau}{T}$$

II.

5) Um die hier angewendeten Begriffe zu veranschaulichen, habe ich den vorliegenden Kreisel anfertigen lassen, dessen Scheibe einen 4 Kilogramm schweren Bleirand enthält. Sein mittlerer Radius ist $r = 0^m,06$, seine Breite $b = 0^m,04$. — Für diesen ist

$$\Sigma G_k r_k^2 = G\lambda^2 = G\left(r^2 + \frac{b^2}{4}\right) = G \,.\, 0^m,004,$$

so dass man für λ den Werth $\lambda = 0^m,0632$ findet. — Wir wollen den aus Holz verfertigten, innern Theil der Scheibe, so wie die stählerne Kreiselachse hier unberücksichtigt lassen. Macht der Kreisel n Umdrehungen in einer Sekunde, so ist für ihn $n \,.\, T = 1$, und somit $A = G \frac{2\pi^2}{g} n^2 \lambda^2$ die Arbeit, die er abgeben muss, um seine Geschwindigkeit ganz zu verlieren.

6) Um ihm diese Drehungsgeschwindigkeit zu geben, lehne ich die Kreiselachse in vertikaler Stellung unter und über der Scheibe an zwei temporäre Lager an, um die auf die Achse aufgewickelte Schnur mit einem kräftigen und beschleunigten Zuge davon abzuziehen. Sowie die Schnur abgezogen ist, ziehe ich die Lager rasch zurück, und der Kreisel ist sich selbst überlassen. — In diesem Zustand würde er bei unveränderter Geschwindigkeit verharren, wenn es möglich wäre, den Widerstand der stets mit fortgerissenen, umgebenden Luft, und besonders die Reibung der Achse auf ihrer Unterlage ganz zu entfernen. Der um seine Achse symmetrische Bau des Kreisels sichert übrigens den Parallelismus der verschiedenen Lagen der Kreiselachse, in welche sie durch Gleiten oder Fortrollen auf der die Unterlage bildenden Spiegelglasfläche successive gelangt.

7) Um die Arbeit A dieses rotirenden Kreisels zu berechnen, fehlt uns jetzt nur noch die Kenntniss der Zahl n der in Einer Sekunde von ihm vollendeten Umläufe. Um dieselbe in irgend einem Zeitpunkte zu bestimmen, befestige ich auf der Scheibe des Kreisels eine dünne kreisrunde Pappscheibe, deren über jene hervorragender Rand in gleichen Abständen 24 kreisrunde Löcher trägt von 7 Millimeter Durchmesser. — Bläst man nun mit einer Röhre von etwas geringerer Oeffnung gegen die sich unter ihr wegbewegenden Löcher, so hört man einen leicht bestimmbaren Ton, aus dem sich die Zahl der Löcher ergibt, die in Einer Sekunde unter der Oeffnung der Röhre vorbeigehen. Ein jedes derselben erzeugt nämlich eine doppelte Luftschwingung (Verdichtung und Verdünnung).

Der Diapason normal von Marloye in Paris ist eine Stimmgabel, welche das c von 512 einfachen Schwingun-

gen gibt. — Bei einem Versuche gab mein Kreisel gleich nachdem die Schnur von der Achse abgezogen war, den Ton h über jenem c, dessen Schwingungszahl sonach $\frac{15}{8} \cdot 512 = 960$ beträgt. Um also 480 doppelte Schwingungen hervorzubringen, mussten in Einer Sekunde eben so viele Löcher, d. h. jedes der 24 Löcher 20mal unter der Oeffnung der Glasröhre vorbeigehen.

8) Es ergibt sich also für jenen Versuch die Zahl der in einer Sekunde erfolgten Umläufe $n = 20$, und die in jenem Moment vom Kreisel besessene Arbeitsfähigkeit ist $A = 12{,}5$ Kgm (Kilogrammeter), d. h. gleich der Fähigkeit, 12,5 Kgr oder 25 Pfund, um 1 Meter, oder auch $1/4$ Pfund, um 100 Meter zu heben.

Eine eben so grosse Arbeit müssen daher Reibung und Luftwiderstand auf den Kreisel verwenden, um ihm seine Geschwindigkeit ganz zu nehmen. — Es gelingt auf dem angedeuteten Wege, diese Kräfte so klein zu machen, dass sie über $1/2$ Stunde lang wirken müssen, ehe sie den Kreisel zur Ruhe bringen, d. h. ehe sie die Arbeit von 12,5 Kgm verrichtet haben.

9) Es kann dieser Kreisel indess auch noch auf anderem Wege die Arbeit, die er zu verrichten im Stande ist, an den Tag legen. — Steckt man z. B. die Spule eines Nähfadens von 100^m Länge auf einen Nagel, so braucht es, um denselben abzuwickeln, eine gewisse Zugkraft. Betrüge dieselbe $1/4$ Pfund, so wäre der in Bewegung gesetzte Kreisel (ohne Reibung und Luftwiderstand) fähig, den Faden von der Spule ab- und um sich aufzuwickeln, in einer beliebigen Zeit, die nur von der Peripherie seiner Achse oder der zum Aufnehmen des Fadens auf sie gesteckten Trommel abhängt. — Ich habe denselben Kreisel

einen 100 Yard langen Faden von seiner Spule auf dessen Achse aufwickeln lassen, was in etwa 3 Minuten erfolgt war; die Reibung hatte also etwa den 10ten Theil der Arbeit des Kreisels verzehrt.

10) Viel sicherer würde sich übrigens auf diesem Wege der Ausdruck für B an unserm Kreisel verificiren lassen, indem man einen Faden von gegebener Länge, durch ein Gewicht gespannt, auf den Kreisel aufwickeln liesse, und durch den Ton zu Anfang und zu Ende die Umlaufszeit bestimmen würde. Die während der bekannten Zahl von Umdrehungen von der Reibung (und dem Luftwiderstand) absorbirte Arbeit würde sich leicht angeben lassen.

III.

11) Gehen wir nun auf den Fall einer rotirenden Kugel über, so ist für dieselbe, wenn sie *homogen* ist,

$$\Sigma G_k r_k^2 = G \lambda^2 = G \frac{2}{5} R^2,$$

wo R (Metres) den Radius der Kugel bedeutet, so dass für sie $\lambda \doteq 0{,}632 \,.\, R$ wird. — Heisst δ ihre Dichte, oder das in Kilogrammen ausgedrückte Gewicht der Volumen-Einheit (1 Kubikmeter), so ist:

$$G = \frac{4 \pi R^3}{3} \,.\, \delta \quad \text{(Kgr)},$$

somit:

$$A = \frac{16 \,.\, \pi^3 \,.\, R^5}{15 \,.\, g \,.\, T^2} \delta = P \,.\, \delta \quad \text{(Kilogrammeter)}.$$

12) Betrachten wir die Erde als eine rotirende Kugel, deren grösster Kreis den Umfang von 40 Millionen

Metres hat, so ist für sie $R = 6366170^m$, während die Umlaufszeit $T = 86164$ mittlere Zeitsekunden beträgt.

Die mittlere Dichte der Erdrinde ergibt sich durch angenäherte Schätzung zu $\delta_0 = 2770$. — Durch die sorgfältigen Messungen von Francis Baily wurde nach der Methode von Cavendish die mittlere Dichte der Erde $\delta_m = 5680$ gefunden. — Die Erde ist sonach keine homogene Kugel; die von ihr besessene Arbeit ist offenbar grösser als $P \cdot d_0$, aber kleiner als $P \cdot \delta_m$, weil $\Sigma G_k r_k^2$ grösser ausfällt, wenn wir die in Wirklichkeit unter dem enormen Druck in der Erdmitte angehäufte Masse behufs gleichmässiger Vertheilung gegen die Erdoberfläche gebracht denken.

13) Nehmen wir an, die Dichte der Erde wachse proportional mit der Tiefe unter der Oberfläche, so ist ihr Werth in der Entfernung R vom Erdmittelpunkt $\delta = \delta_0 + K(R_0 - R)$, wo δ_0 wieder ihr Werth an der Erdoberfläche (in der Entfernung R_0 vom Mittelpunkt) bedeutet, und die Constante K sich aus der Bedingung ableiten lässt, dass die Summe der Gewichte der einzelnen concentrischen Schalen von der Dicke dR gleich sein müsse dem bekannten Gesammtgewichte der Erde, nämlich:

$$\int_0^{R_0} 4\pi R^2 dR\,[\delta_0 + K(R_0 - R)] = \frac{4\pi R^3_0}{3} \cdot \delta_m,$$

oder:

$$\delta_0 + K\frac{R_0}{4} = \delta_m,$$

woraus folgt:

$$\delta = \delta_0 + 4\frac{\delta_m - \delta_0}{R_0}(R_0 - R),$$

oder:

$$\delta = (4\,\delta_m - 3\,\delta_0) - \frac{4\,(\delta_m - \delta_0)}{R_0} \,.\, R.$$

Es ergibt sich also die Dichte für den Erdmittelpunkt $\delta_i = 4\,\delta_m - 3\,\delta_0 = 14410$, etwa gleich der Dichte des festen Quecksilbers, zwischen $5\,\delta_0 = 14550$ und $\frac{5\,\delta_m}{2} = 14200$.

---

14) Diese Dichte δ kömmt der Kugelschale vom Radius R und der Dicke dR zu; diese besitzt die Arbeit:

$$\frac{16\,.\,\pi^3\,.\,\delta}{15\,.\,g\,.\,T^2}\,[(R + dR)^5 - R^5],$$

oder:

$$\frac{16\,.\,\pi^3}{15\,.\,g\,.\,T^2}\,5\,R^4\,dR\,\left[\delta_i - 4\,R\,\frac{\delta_m - \delta_0}{R_0}\right];$$

die Arbeit der ganzen Kugel ist demnach

$$A = \frac{16\,.\,\pi^3}{15\,.\,g\,.\,T^2}\left\{R^5{}_0\,\delta_i - \frac{4\,.\,5}{6}\,R^5{}_0\,(\delta_m - \delta_0)\right\} = P\,.\,\frac{2\delta_m + \delta_0}{3},$$

d. h.:

$A = P\,.\,4710 = 22368$ Quadrillionen Kilogrammeter.

15) Diese Arbeit $A = 22368$ Quadrillionen Kgm müsste also die rotirende Erdkugel abgeben, ehe ihre Rotationsgeschwindigkeit erschöpft wäre, oder es müsste eine so grosse Arbeit der Rotationsbewegung der Erde entgegenwirken, um ihr diese ganz zu nehmen. — Die Tageslänge der ohne Rotationsbewegung um die Sonne kreisenden Erde würde dann gleich der Dauer eines siderischen Jahres. — Wäre hingegen die Dauer einer Erdrotation noch einem unserer tropischen Jahre gleich, so würde stets dieselbe Erdhälfte der Sonne zugekehrt sein, und der Wechsel von Tag und Nacht hätte ganz aufgehört.

16) Wenn alle Erdbewohner, 1000 Millionen an der Zahl, arbeitsfähige Männer wären, die in täglich 8 Stunden die strenge Arbeit von 288 Billionen Kgm (à 10 Kgm per Mann in 1 Sekunde) verrichteten, so müssten sie diese 212640 Millionen Jahre lang fortsetzen, um eine Arbeit zu leisten, welche der Arbeit A der rotirenden Erdkugel gleich käme.*)

17) Da selbst auf diese Weise die Grösse der Arbeit A keineswegs zur Anschauung gebracht werden kann, so wollen wir zur Bestimmung derjenigen Arbeit B übergehen, die man der Rotationsbewegung der Erde entgegenwirken lassen müsste, um ihre Umlaufszeit von 86164 Sekunden nur um die sehr kleine Grösse τ von $\frac{1}{100}$ Sekunde zu vergrössern, und somit die Rotationsgeschwindigkeit um $\frac{1}{8616400}$ ihres Werthes zu verringern. Wir finden:

$$B = A\frac{2\tau}{T} = \frac{A}{4308200} = 5192 \text{ Trillionen Kgm.}$$

18) Eine Dampfpferdekraft zu 75 Kgm pr. Sekunde leistet in 2000 Jahren, = 63114 Millionen Sekunden, die Arbeit von 4733550 Millionen Kgm; da sie die 24 Stunden im Tag ohne Unterbrechung fortarbeitet, so leistet sie per Tag 22,5mal so viel, als die oben angenommene Tagarbeit eines starken Mannes. — Zur Leistung der Arbeit B sind aber 1096,8 Millionen Dampfpferdekräfte erforderlich, welche während 2000 Jahren unaufhörlich fortarbeiten.

---

*) Vergl. Buch Josua X. 13.

Eine Million jener kolossalsten Dampfmaschinen, wie sie zur Propulsion der grössten Dampfschiffe dienen, würde also noch nicht hinreichen, die Länge eines Tages um 0,01 Sekunde zu vermehren, selbst wenn sie ohne Unterbrechung 2000 Jahre lang auf die vortheilhafteste Weise der Erdrotation entgegenarbeiteten.

IV.

19) Es bedarf kaum der Erinnerung, dass eine auf der Erde selbst stehende Kraftmaschine keineswegs der Erdrotation entgegenzuarbeiten im Stande wäre, da jeder Druck, welchen die beweglichen Maschinentheile z. B. von Ost nach West gegen die Peripherie des Erdäquators ausübten, von einem entgegengesetzten Drucke aufgehoben werden müsste, den die mit der Erde fest verbundenen Träger der Maschine erleiden, und auf die Erde übertragen würden.

20) Eine zur Veränderung der Rotationsgeschwindigkeit der Erde wirkende Kraft muss daher ihren Stützpunkt ausser der Erde haben. — Der Mond wird zwar von der Erde selbst in seiner Bahn erhalten, und beide, Erde und Mond, können durch ihre gegenseitige Einwirkung aufeinander weder ihre mittlere Umlaufszeit um ihren gemeinschaftlichen Schwerpunkt, noch auch die Lage dieses letztern verändern; allein mit der Bewegung dieser Himmelskörper um ihre eigenen Schwerpunkte verhält es sich anders.

Die Einwirkung eines Körpers auf den andern kann nicht nur die sonst unveränderliche, parallele Lage der

Rotationsachse verändern in Folge der Nicht-Sphäricität von dessen Gestalt (Präcession und Nutation), sondern selbst die Grösse der Rotationsgeschwindigkeit um diese Achse in der Folge der Jahrtausende modifiziren.

21) Um den Effekt der hierbei wirkenden Kräfte zu schätzen, denken wir uns vorerst die kugelförmige Erde ganz von einem Meere bedeckt, dessen gleichförmige Tiefe nur einen kleinen Theil des Erdradius ausmacht. — Die Anziehung von Sonne und Mond wirkt nicht auf alle Theile dieser Wasserhülle gleichmässig, wegen der ungleichen Entfernung ihrer Schwerpunkte von denselben.

22) Von dem Schwerpunkt der Sonne z. B. denken wir uns zur Zeit der Aequinoctien eine gerade Linie durch den Erdmittelpunkt gelegt, welche die Erdoberfläche in zwei Punkten des Aequators, z und n, schneidet, für welche die Sonne respective im Zenith und im Nadir steht. Der darauf senkrechte Meridian schneidet den Aequator in zwei Punkten m und $m_{,}$; seine Punkte sind nahe gleich weit von dem Schwerpunkte der Sonne entfernt als der Erdmittelpunkt.

Die Anziehung der Sonne auf die im Meridian $mm_{,}$ liegenden Massen heisse K_m, diejenige auf die Massen in z und n heisse K_z und K_n; ferner sei K die Anziehung der Sonne auf irgend einen Punkt p der Erdoberfläche, dessen Entfernung von der Sonnenmitte um r kleiner ist als die des Erdmittelpunkts.

23) Heissen ferner $M_{,}M'$ und m respective die Massen (Gewicht) der Sonne, des Mondes und der Erde, ebenso $D_{,}D'$ und R die mittlere Entfernung der Sonnen-, der Mondmitte und der Erdoberfläche vom Erdmittelpunkt, so hat man: $M = 354986 \,.\, m$, $M' = \frac{m}{83}$, ferner (hin-

reichend genau) $D = 400\,D'$, $D' = 60\,R$. — Es ist alsdann die Anziehung der Erde auf einen Punkt ihrer Oberfläche g, die Anziehung der Erde auf den Mittelpunkt der Sonne $\frac{R^2}{D^2} \cdot g$, folglich die Anziehung der Sonne auf den Erdmittelpunkt

$$K_m = g\,\frac{M}{m}\,\frac{R^2}{D^2},\ \text{auf z:}\ K_z = g\,\frac{M}{m}\,\frac{R^2}{(D-R)^2},$$

$$\text{auf p:}\ K = g\,\frac{M}{m}\,\frac{R^2}{(D-r)^2}\ \text{und auf n:}\ K_n = g\,\frac{M}{m}\,\frac{R^2}{(D+R)^2}.$$

24) Damit die Erde in ihrer unveränderten Kugelgestalt ihren Kreislauf um die Sonne vollführe, d. h. damit alle ihre Theile mit der gleichen Geschwindigkeit sich aus der geradlinigen Bewegungsrichtung gegen die Sonne hin bewegen, müssen alle Punkte von einer gleichen mittleren Kraft K_m gezogen sein. — Es werden also, wenn wir von dieser Bewegung absehen wollen, zur Veränderung der Gestalt der flüssigen Erdoberfläche Kräfte übrig bleiben, welche z. B. in den Punkten p und z mit der Intensität $k = K - K_m$ und $k_z = K_z - K_m$ gegen die Sonne hin; im Punkte n aber mit der Intensität:

$k_n = K_n - K_m$ von der Sonne weg ziehen.

Wir erhalten also:

$$k = g\,\frac{M}{m}\,\frac{R^2}{D^2}\,\frac{2Dr - r^2}{(D-r)^2}$$

oder, indem wir nach der kleinen Grösse $\frac{r}{D}$ entwickeln:

$$k = g\,\frac{M}{m}\,\frac{R^2}{D^2}\,\frac{r}{D}\left(2 + 3\,\frac{r}{D}\right),$$

ebenso

$$k_z = g\,\frac{M}{m}\,\frac{R^3}{D^3}\left(2 + 3\,\frac{R}{D}\right)$$

und

$$k_n = g \frac{M}{m} \frac{R^3}{D^3} \left(2 - 3 \frac{R}{D}\right).$$

Für die Wirkung des Mondes erhalten wir die analogen Ausdrücke:

$$k' = g \frac{M'}{m} \frac{R^2}{D'^2} \frac{r}{D'} \left(2 + 3 \frac{r}{D'}\right)$$

und

$$\left.\begin{matrix} k'_z \\ k'_n \end{matrix}\right\} = g \frac{M'}{m} \frac{R^3}{D'^3} \left(2 \pm 3 \frac{R}{D'}\right).$$

25) Wir sehen hieraus, dass k_z grösser ist als k_n, und k'_z grösser als k'_n, dass sich aber die Werthe von k_z und k_n nur um eine kleine Grösse von einander unterscheiden, welche zu jenen Werthen in dem Verhältniss von $3\frac{R}{D}$ zu 1 steht. — Dieses Verhältniss ist für den Mond $\frac{3R}{D'}$ zu 1, also $\frac{D}{D'}$ = 400mal grösser als für die Sonnenwirkung.

26) Sehen wir von der kleinen Differenz ab, so ist das Verhältniss der Sonnenwirkung zu derjenigen des Mondes: $\frac{k}{k'} = \frac{M}{M'} \frac{D'^3}{D^3} = 0{,}46$, überdiess

$$k_z = k_n = 0{,}00000005135 \,.\, g = 0{,}^{m}0000005037$$
$$k'_z = k'_n = 0{,}00000011156 \,.\, g = 0{,}^{m}0000010942.$$

27) In Beziehung auf die Kraft

$$k = 2g \frac{M}{m} \frac{R^3}{D^3} \frac{r}{R} = k_z \,.\, \frac{r}{R}$$

sieht man, dass sie für die Punkte verschwindet, welche im Meridian m m, liegen (da für sie r = 0 ist), und dann zunimmt proportional mit der Entfernung r der angezogenen Punkte von der Ebene jenes Meridians.

28) Die Gleichgewichtsbedingung für die, unsere Erde bedeckende Wasserhülle verlangt nun, dass irgend ein isolirter Theil derselben für sich im Gleichgewicht sei. Denken wir uns einen Kanal, der auf dem Grunde dieser Wasserschicht, auf einem grössten Kreis unserer festen Erdkugel fortlaufend, zwei zur Oberfläche normale Wassersäulen von der Tiefe a der Wasserhülle mit einander verbindet, so muss die durch die beiden Wassersäulen als Schenkel und den bogenförmigen Verbindungskanal gebildete communicirende Röhre für sich im Gleichgewicht sein, wie wenn sie zwischen festen Röhrenwänden eingeschlossen wäre. Wir können ihren Querschnitt als überall der Flächeneinheit gleich annehmen.

Wenn die Flüssigkeit durch die mit k analogen Kräfte einen Zug von dem zweiten Schenkel zum ersten erleidet, so wird sie im ersten höher stehen müssen (um die Höhe h) als im zweiten. Der Druck der gehobenen Flüssigkeitssäule auf ihre Basis: g h, den die Schwerkraft erzeugt, wird also der Summe aller von den Kräften k erzeugten Drucke, welche sich nach derselben Basis fortpflanzen, gleich sein müssen.

29) Befindet sich nun der erste Schenkel unter dem Punkte z, der zweite unter irgend einem Punkte des Meridians m m,, so wirkt auf letztern keine Anziehung k des Gestirnes; auf erstern dagegen wirkt eine Kraft, die wir für alle Punkte der vielleicht nicht über $6000^m = a$ tiefen Wassersäule als constant und gleich k_z annehmen dürfen; $(a + h)\, k_z$ oder $a \,.\, k_z$ ist also der von ihr herrührende Theil der Drucksumme. — Der Verbindungskanal erstreckt sich über einen Quadranten der Erdperipherie am Meeresgrunde, seine Länge ist daher $\frac{\pi}{2}\,(R - a)$. Ein

Stück desselben, das von dem ersten Schenkel um die Bogenlänge φ . (R — a) entfernt ist, und die Länge $d\varphi$ (R — a) hat, wird von der Kraft k nach der Sonne gezogen, welche wir gleich: $k_z \frac{r}{R}$, d. h.: $k_z \frac{(R - a) \cos \varphi}{R}$ gefunden haben, und deren in der Richtung des Kanals wirkende Componente sonach $k_z \frac{(R - a) \cos \varphi \sin \varphi}{R}$ ist. Der Druck, den dieses Stück vom Volumen (R — a) $d\varphi$ in der Richtung des Kanals ausübt und fortpflanzt, ist also:

$$k_z \frac{(R - a)^2}{R} \sin \varphi \cos \varphi \, d\varphi,$$

und die Summe aller Drucke, welche der Kraft g . h Gleichgewicht halten müssen:

$$k_z . a + k_z \frac{(R - a)^2}{R} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin \varphi \cos \varphi \, d\varphi = k_z \left\{ a + \frac{(R - a)^2}{2R} \right\}.$$

Man hat daher, weil a^2 gegen R^2 verschwindet:

$$g h = k_z . \frac{R}{2}, \text{ oder: } h = \frac{M}{m} \frac{R^4}{D^3} = 0,^m1635;$$

und ebenso für die Wirkung des Mondes:

$$h' = \frac{M'}{m} \frac{R^4}{D'^3} = 0,^m3551.$$

30) Die gemeinsame Wirkung von Sonne und Mond würde also eine Totalfluth von der Höhe $h + h' = 0,^m52$ erzeugen im Zustande des Gleichgewichts.

31) Wie bei allen Oscillationsbewegungen steigt aber das Wasser beträchtlich über die Gleichgewichtslage hinauf, und man darf mit Bessel (popul. Vorles. p. 166) die wirkliche mittlere Aequatorialfluthhöhe zu 3 pr. Fuss oder $0,^m93 = H$ annehmen.

32) Auch den übrigen Punkten der Oberfläche der Wasserhülle wird eine um so grössere Erhebung über die durch den Meridian m m, gelegte Kugeloberfläche zukommen, je weiter sie von diesem Meridian entfernt liegen. Die Oberfläche der Wasserhülle bildet sonach eine Art Sphäroid, dessen längere Rotationsachse z n ist.

33) In einem Viertelstag ist dieses aus seiner ersten Lage um $1/4$ Peripherie in seine zweite fortgerückt, so dass seine längere Achse, noch immer durch den Erdäquator gehend, mit deren früherer Lage einen rechten Winkel bildet. Die erste und zweite Lage des Sphäroids werden sich in zwei Meridianen schneiden, deren Ebenen mit derjenigen des Meridians von m m, Winkel von 45^0 bilden.

34) Derjenige Theil der vom ersten Sphäroid begrenzten Wasserhülle, der vom zweiten Sphäroid abgeschnitten wird, d. h. ausser dem zweiten Sphäroide liegt, habe das Volum W.

Er wird begrenzt von den zwei Schnittmeridianen, und hat in den Punkten z und n die grösste Höhe H. Nehmen wir an, dass auf dem durch z und n gelegten Meridian seine Höhe von den Polen zum Aequator proportional mit der Poldistanz Θ wachse, so wird sie in der Poldistanz Θ den Werth $H \frac{2\Theta}{\pi}$ haben; jeder der beiden Wasserberge, aus denen jener abgeschnittene Theil besteht, hat zwei Streifen, deren sämmtliche Punkte die Poldistanz Θ haben; die Hälfte eines solchen Streifens hat die Länge $\frac{\pi}{4} R \sin \Theta$, die Breite $R\, d\Theta$, und, wie wir annehmen, eine von Θ bis $H \frac{2\Theta}{\pi}$ gleichmässig

zunehmende Höhe; ihr achtfaches Volum ist daher

$$w = 8 . \frac{\pi}{4} R \sin \Theta . H \frac{\Theta}{\pi} . R \, d\Theta = 2 R^2 H . \Theta . \sin \Theta . d\Theta;$$

und wir erhalten das Volum der beiden Wasserberge

$$W = 2 R^2 H \int_0^{\frac{\pi}{2}} \Theta \sin \Theta \, d\Theta = 2 R^2 H.$$

35) Dieses Wasservolum W wird in einem Viertelstag aus den zwei gegenüberliegenden Quadranten der Erdoberfläche in die beiden zwischenliegenden herübergeführt. — Würde alles übrige Wasser unbeweglich bleiben, so hätten die verschiedenen Theile der so transportirten Wassermasse verschiedene und sehr beträchtliche Geschwindigkeiten; diejenigen im Aequator würden in der Zeit $T + t$, in welcher der Mond zum Meridian zurückkehrt, den Weg $2 \pi R$ zurücklegen, folglich sich mit der Geschwindigkeit $V = \frac{2 \pi R}{T + t}$ bewegen; während die Theile in der Poldistanz Θ, deren Volumen w ist, nur die Geschwindigkeit $\frac{2 \pi R \sin \Theta}{T + t} = V \sin \Theta$ besässen.

36) Die Arbeit, welche für die gemachte Annahme das Wassergewicht $\gamma . w$ (mit der Geschwindigkeit $V . \sin \Theta$) besitzt, ist $\gamma . w \frac{V^2 \sin^2 \Theta}{2 g}$, wo γ das Gewicht der Volumeneinheit Wasser = 1000 Kgr bedeutet.

Die ganze bewegte Wassermasse hat demnach das Arbeitsvermögen

$$X = \frac{\gamma V^2}{2 g} 2 R^2 H \int_0^{\frac{\pi}{2}} \Theta \sin^3 \Theta \, d\Theta = \frac{\gamma . W . V^2}{2 g} . \frac{7}{9}.$$

Die numerische Berechnung ergibt: $\gamma . W = 75382$ Billionen Kgr, $V = 447{,}^{m}42$, sonach: $X = 598{,}3$ Trillio-

nen Kgm, wenn man für T + t den Werth von 89400 Sekunden (= 24^h 50′) annimmt, in welcher Zeit der Mond in den Zenith zurückkehrt.

37) Diese Arbeit würde in der That nicht wesentlich verändert, wenn die Fluthen der Sonne und des Mondes getrennt, und in etwas verschiedenen Perioden ihren Kreislauf um die Erde vollendeten, wie sie das in der Wirklichkeit thun.

38) Eine ganz grosse Modifikation ihres Werthes wird aber dadurch herbeigeführt, dass ausser der Wassermasse W noch eine vielmal grössere an der Bewegung Theil nimmt.

Denken wir uns einen Kanal wie den oben betrachteten zwischen den Punkten z und p von der Länge L Metres. Damit eine in z gehobene Wassersäule von l Metres Höhe vom Punkte z nach dem Punkte p gelange, kann man sie entweder selbst von z nach p bewegen durch einen Weg, dessen Länge nahezu L^m beträgt, oder man kann in der gleichen Zeit die ganze Wassermasse des Kanals von L Kubikmetres Inhalt durch den viel kleinern Weg l fortbewegen. — Das Produkt des bewegten Wassergewichtes in seine Geschwindigkeit bleibt dabei in beiden Fällen dasselbe.

Wenn wir daher annehmen, das bewegte Wassergewicht steige von $\gamma . W$ auf $q . \gamma W$, so darf man annehmen, dass die Geschwindigkeit V durchschnittlich auf $\frac{1}{9}$ V erniedrigt werde. Die Arbeit $X = \frac{7\gamma}{18g} W . V^2$ würde dadurch auf den Werth $\frac{7\gamma}{18g} q W \left(\frac{V}{q}\right)^2 = \frac{X}{q}$ reduzirt.

39) Versuchen wir eine Schätzung des Werthes von q, obschon hier in der That die nöthigen Anhaltspunkte fehlen. — Nehmen wir an, dass auf irgend einem Parallelkreis die bewegte Wassermasse in dessen ganzer Ausdehnung die Tiefe $s \cdot H \frac{2\Theta}{\pi}$ habe, wo $H \frac{2\Theta}{\pi}$ die der Poldistanz Θ jenes Parallelkreises entsprechende, grösste Fluthhöhe ist (§ 34); dass also die Bewegung s mal tiefer in die Wasserschicht eindringe, als bei der früheren Annahme, und in dieser Tiefe fortdauere auch wenn die Fluth über der entsprechenden Stelle schon der Ebbe Platz gemacht hat. — Das ganze an der Bewegung theilnehmende Wasservolum q . W ist dann

$$2\int_0^{\frac{\pi}{2}} 2\pi R \sin\Theta \cdot R\, d\Theta \cdot s H \frac{2\Theta}{\pi} = 8 s R^2 H, \text{ somit: } q = 4 s.$$

Nehmen wir daher s = 1000 an, so reduzirt sich dadurch X auf $\frac{X}{4000}$.

Für diese Annahme wird die ganze bewegte Wassermasse $4000\ \gamma W = 301{,}5$ Trillionen Kgr, ihre mittlere Geschwindigkeit am Aequator $\frac{V}{4000} = 0{,}^{m}112$, und ihr Arbeitsvermögen: $\frac{X}{4000} = 149580$ Billionen Kgm.

40) Der Umstand, dass wir in den Aequatorialströmungen sehr ausgedehnte, breite und tiefe, Wassermassen finden, deren von Ost nach West gerichtete Geschwindigkeit die hier angenommene mittlere wohl um das 10- bis 15fache übertrifft, scheint mir die Ansicht zu rechtfertigen, dass der Werth von q hier wohl kaum zu niedrig dürfte angenommen worden sein, dass also auch die

Arbeit $\frac{X}{q}$ kaum geringer angeschlagen werden könne. Dass übrigens die vorherrschende Ursache jener Hauptströmungen des Meeres in der Wirkung der flutherregenden Gestirne auf die rotirende Erde zu suchen sei, ist eine Ansicht, der auch Bessel a. a. O. beipflichtet.

41) Noch eine Reduktion jener Arbeit erfordert der Umstand, dass unsere Erdoberfläche nicht, wie wir vorerst angenommen, mit einem gleichförmig tiefen Meere ganz bedeckt ist, sondern mehr als ein Viertheil derselben vom Festlande eingenommen wird. Dadurch wird nicht nur die Masse des in Bewegung befindlichen Wassers verkleinert, sondern auch in dem übrig bleibenden die erlangte Geschwindigkeit geringer. Um diesem Rechnung zu tragen, wollen wir die Arbeit $\frac{X}{q}$ noch mit dem Faktor $\frac{2}{3}$ multipliziren, und somit auf $\frac{X}{6000}$ reduziren.

Die bewegte Wassermasse wird nämlich durch das Auftreten des Festlandes um viel weniger als $1/3$, wohl kaum um mehr als $1/6$ verkleinert, da zwischen den Wendekreisen, wo weitaus die tiefste und am stärksten bewegte Wassermasse sich befindet, das Festland kaum mehr als den sechsten Theil der Erdfläche ausmacht.*)

42) Wir können daher $Y = \frac{X}{6000} = 99700$ Billionen Kgm oder 100000 Billionen Kgm als eine ziemlich wahrscheinliche Schätzung des Arbeitsvermögens betrach-

*) Ich berechne nach Berghaus' Angaben in der heissen Zone das Verhältniss des Festlandes zum ganzen Areal auf 0,1689.

ten, den das — relativ gegen die ruhend gedachte Erde — in Bewegung befindliche Meer besitzt.

43) Diese enorme Wirkung, der zufolge unaufhörlich eine Wassermasse von 2 bis 300 Trillionen Kgr Wassers mit einer mittleren Geschwindigkeit von mehr als einem Decimeter fortgeführt wird, steht in einem auffallenden Gegensatz zu der Kleinheit der Ursache — einer Kraft, die, wo sie am stärksten wirkt, einem isolirten Massentheile nach einer Sekunde nur eine Geschwindigkeit von etwa 0,0015 Millimeter zu ertheilen vermag, und die also zur Erzeugung der Geschwindigkeit von einem Decimeter die Zeit von $\frac{100}{0,0015}$ Sekunden oder 18,5 Stunden bedarf.

44) Nehmen wir an, es könnte diese Geschwindigkeit, wenn sie einmal ganz zerstört worden wäre, in der Zeit einer Rotationsdauer neu erzeugt werden; so darf man auch die Annahme zulassen, dass diese Geschwindigkeit während der Zeit $T + t$, in welcher der Mond zu demselben Meridian zurückkehrt, — an drei Barrieren sechsmal sich brechend, — zum grössten Theil zerstört werden müsse, und dass also alle $24^h\ 50',5 = 89430$ Sekunden eine Arbeit Y von nahe 100000 Billionen Kgm auf die Erde dergestalt übertragen werde, dass sie ihrer Rotationsbewegung gerade entgegenwirkt. —

Diese Barrieren werden von den Ostküsten der Amerikanischen, Afrikanischen und Asiatisch-Australischen Continente gebildet.

45) In 2000 Jahren (= 63114 Millionen = 2 $\mathfrak{T}$ Sekunden) würde also die solcherweise continuirlich auf die Erde übertragene Arbeit: $\frac{2\mathfrak{T}}{T + t} \cdot Y = 2Z$ betragen.

Die Arbeit B, die zur Verlängerung des Tages um 0,01 Sekunde erforderlich gewesen wäre, ist aber in 2 . Z etwa 13,5mal enthalten. Die in 2000 Jahren von der Erde aufgenommene Arbeit 2 . Z würde also hingereicht haben, die Dauer eines Tages um 0,135 Sekunden zu verlängern.

Die Zahl von Sekunden, um welche sich die Tageslänge in einem Jahrtausend durch den Einfluss der Erdfluth vergrössert, $\varrho = 0{,}067$, kann als das Mass ihrer retardirenden Wirkung betrachtet werden.

46) Wenn wir die gewonnenen Resultate hier zusammenstellen, so haben wir (laut § 11, 14, 17) einerseits:

$$B = A\,\frac{2\tau}{T} = \frac{16\,.\,\pi^3\,R^5\,\Delta}{15\,.\,g\,.\,T^2}\,\frac{2\tau}{T} \quad \text{wo } \Delta = \frac{2\delta_m + \delta_o}{3} = 4710,$$

$\tau = 0{,}01$ Sekunde, und $T = 86164$ Sekunden;
anderseits ist (laut § 24 bis 31):

$$H = b\,.\left\{\frac{M}{m}\,\frac{R^3}{D^3} + \frac{M'}{m}\,\frac{R^3}{D'^3}\right\} R = 0^m\,.\,93,$$

woraus $b = \frac{93}{52} = 1{,}788$ folgt;

ferner (laut § 34 bis 36):

$$W = 2\,R^2\,H,\; X = \gamma\,.\,W\,.\,\frac{7}{9}\,\frac{V^2}{2g},\; V = \frac{2\pi R}{T + t},$$

wo $\gamma = 1000$ und $T + t = 89430$ Sekunden
und (laut § 38 bis 45):

$$Y = \frac{2}{3}\,\frac{X}{q} = \frac{X}{6000},\; Z = \frac{\mathfrak{T}}{T + t}\,.\,Y = \frac{7\,.\,\pi^2\,.\,2HR^4\,.\,\mathfrak{T}}{27\,.\,g\,(T + t)^3},$$

wo $\mathfrak{T}$ die in einem Jahrtausend enthaltene Zahl von Sekunden bedeutet.

Es ergibt sich hieraus:

$$\varrho = \frac{Z}{100\,B} = \frac{70\,.\,2\mathfrak{T}}{576\,.\,\pi\,.\,\Delta}\,\frac{H}{R}\left(\frac{T}{T+t}\right)^2 = 0{,}067 \text{ Sekunden,}$$

und man sieht aus diesem Endausdruck für ϱ, dass sein Werth von T beinahe unabhängig ist, so lange t eine, gegen T kleine, Zahl ist.

47) So unsicher und selbst willkührlich die hier angewendeten Schätzungen ihrer Natur nach sein müssen, so scheint mir aus diesen Betrachtungen dennoch hervorzugehen, dass die von der Fluth herrührende Wirkung auf die Veränderung der Rotationsgeschwindigkeit der Erde, welche bisher ganz unbeachtet geblieben ist, mit derjenigen wenigstens auf gleiche Linie gestellt werden muss, welche von einer allfälligen Temperaturänderung unsers Erdkörpers herrührt.

V.

48) Die mittelst der Theorie der Störungen angestellte Berechnung der mittleren Dauer einer Mondrevolution, wie sie vor 2000 Jahren stattfinden musste, ausgedrückt durch unsere jetzige Tageslänge, wurde von Laplace mit dem Werthe dieser Revolutionsdauer verglichen, wie er, — durch die vor 2000 Jahren vorhandene Tageslänge ausgedrückt — sich aus den Beobachtungen der Alexandrinischen Astronomen ergibt. — Diese Vergleichung hat zu dem Resultat geführt, dass die Tageslänge seit 2000 Jahren sich nicht um 0,01 Sekunde verändert hat.

49) Laplace hat dieses Resultat benutzt, um die Unveränderlichkeit der Länge des Erdradius während

dieser Zeit, und daraus diejenige der mittleren Temperatur desselben zu beweisen.

Wird nämlich der Radius einer rotirenden Kugel kleiner, so vermindert sich dadurch auch die Dauer einer Rotation, oder es vergrössert sich die Rotationsgeschwindigkeit.

50) Es ist nämlich der von einem Punkt der Kugel bei jeder Rotation um die Achse beschriebene Flächenraum proportional mit der dazu erforderlichen Zeit.

51) War daher T die Rotationsdauer der Erde, d. h. irgend eines ihrer Punkte, der um die Länge r von der Rotationsachse entfernt ist, so beschrieb sein Radius r in der Zeit T die Fläche πr^2. — Hat sich aber die Erde — in Folge einer kleinen Temperaturerniedrigung von Θ Celsius'schen Graden — gleichmässig zusammengezogen, und ist α der lineare Ausdehnungs-Coefficient der sie bildenden Substanzen, so ist jede Dimension r auf den Werth $r(1 - \alpha\Theta)$ verkleinert worden. Die nunmehr von jenem Punkt während einer Rotation, deren Dauer jetzt $T - \tau$ heissen mag, beschriebene Kreisperipherie umschliesst die Fläche $\pi r^2 (1 - \alpha\Theta)^2$. — Es ist daher: $(1 - \alpha\Theta)^2 = \frac{T - \tau}{T}$, oder: $2\alpha\Theta = \frac{\tau}{T}$.

52) Nimmt man mit Laplace $\alpha = 0{,}00001$ (gleich dem Mittel aus dem Dilatations-Coefficienten des Glases und demjenigen des Eisens), so ist für $\tau = 0{,}01$ Sekunden, wenn $T = 86164$ war: $\Theta = \frac{1}{172}$ °C.

Wenn aber in 2000 Jahren die Tageslänge sich nicht um 0,01 Sekunden vermindert hat, so folgt daraus, dass die mittlere Temperatur des Erdradius sich auch nicht

um $\frac{1}{172}$ Grad vermindert haben konnte, vorausgesetzt, dass keine anderen Ursachen auf die Veränderung der Tageslänge eingewirkt haben.

In der That wird die Temperaturänderung nicht in allen Theilen eines Erdradius dieselbe sein, und es könnte dieselbe an der Erdoberfläche ziemlich beträchtlich sein, ohne für die Zusammenziehung des ganzen Radius merklich zu werden.

53) Die Wirkung der Fluth auf die Veränderung der Tageslänge und diejenige der Temperaturabnahme des Erdradius sind aber einander entgegengesetzt, und daher können sie sich compensiren.

Wollte man also das oben (§ 19 bis 45) wahrscheinlich gemachte Resultat, als ein der Wahrheit nahekommendes zulassen, „dass die Fluthwirkung, für sich betrachtet, seit 2000 Jahren die Tageslänge um $2\varrho =$ 0,135 Sekunden vergrössert haben würde“: so müsste auf der andern Seite die mittlere Temperatur des Erdradius um $\frac{13,5}{172} = 0,08$ eines Celsius'schen Grades in derselben Zeit abgenommen haben, um, für sich betrachtet, eine compensirende Verkürzung der Tageslänge zu bewirken.

Es kann begreiflicherweise weder diese Temperaturabnahme nachgewiesen, noch auch der Beweis geleistet werden, dass sie nicht stattgefunden habe.

VI.

54) Die im Vorhergehenden veranschaulichte ungeheure Arbeit der Fluthwirkung konnte nun aber von den festen Theilen der Erdoberfläche nicht aufgenommen werden, ohne auch bedeutende Veränderung in ihrer Vertheilung hervorzurufen.

Ich finde hierin die erste und wichtigste Ursache für die jetzige Gestaltung der Continente.

55) Wir finden das Festland der Erde in verschiedene Ländermassen abgetheilt, die sich in vorherrschend meridionaler Richtung ausdehnen. In dieser nähern sie sich dem Nordpole ungleich mehr als dem Südpol. Ihre Südenden sind zugespitzt und felsig, die Nordenden breit und niedrig; daher wir die Meere südlich vom Aequator sehr ausgedehnt und unmittelbar mit einander verbunden, diejenigen auf der nördlichen Halbkugel hingegen viel kleiner, buchtenartig von Land umgeben, und nur durch enge Strassen mit einander zusammenhängend finden.

56) Die jetzige Gestaltung der Meere wirkt darauf hin, den hier bezeichneten Charakter unserer Continente fortan noch schärfer auszuprägen.

57) Die Grösse der flutherregenden *Kraft* hängt zwar von der Stellung der sie erzeugenden Gestirne ab. Wir haben oben gesehen (§ 25), dass die Kraft, welche die Zenithalfluthen erzeugt, k_z, stets etwas grösser ist, als diejenige, k_n, welche zur Erregung der Nadirfluthen dient. — Dieser Unterschied ist sehr klein für die Wirkung der Sonne, beträchtlich grösser für diejenige des Mondes.

58) Dagegen ist noch eines andern Umstandes zu erwähnen, welcher bei der Sonne für die Zenithalfluthen ein merkliches Uebergewicht bedingt. Die, namentlich unter den Tropen — dem Hauptschauplatz der Fluterregung — beträchtlichen, regelmässigen Oscillationen des Barometers zeigen nämlich bald nach der Culmination der Sonne den tiefsten Stand der Quecksilbersäule.

Dieses Sinken des Barometers, wohl zum grössten Theil durch das Aufsteigen der erwärmten Luftsäule erzeugt, welche hierauf oben zur Seite abfliesst, muss ein Steigen des Wassers zur Folge haben, und dadurch die Zenithalfluth der Sonne, gegenüber ihrer Nadirfluth, vergrössern.

59) Im Neumonde fallen die Zenithalfluthen der Sonne und des Mondes zusammen, und erzeugen daher eine höhere Gesammtfluth als zur Zeit des Vollmondes, wo die kleinere Nadirfluth der Sonne mit der Zenithalfluth des Mondes zusammentrifft. Dieser Unterschied zwischen den Fluthen des Voll- und Neumonds ist von Laplace in den Beobachtungen von Brest nachgewiesen worden. (Expos. du Syst. du monde II pag. 200, Ed. in 8°.)

60) Die flutherregenden Gestirne befinden sich nun entweder 1) im Aequator, oder sie haben 2) südliche, oder aber 3) nördliche Declination. — Befindet sich ein solches im Aequator, so wird es auf beide Hemisphären im Norden und Süden des Aequators eine gleiche flutherregende Kraft ausüben. — Hat das flutherregende Gestirn dagegen südliche Declination, so befindet sich die von ihm herrührende Zenithalfluth auf der südlichen, seine Nadirfluth auf der nördlichen Halbkugel. Seine flutherregende Kraft wird daher auf der südlichen Halb-

kugel überwiegen. — Für eine nördliche Declination endlich des flutherregenden Gestirns werden die Zenithalfluthen der nördlichen, die Nadirfluthen der südlichen Halbkugel zukommen, und daher die flutherregenden Kräfte auf der nördlichen Halbkugel vorherrschen.

61) Während aber solcherweise die flutherregenden *Kräfte* je nach der Stellung der sie erzeugenden Gestirne bald auf der nördlichen, bald auf der südlichen Halbkugel vorherrschen, ist dieses nicht auch mit ihren *Wirkungen* der Fall.

In Folge der Beschaffenheit der beiden Meereshälften ist der *Effect* der flutherregenden Kräfte auf der südlichen Halbkugel stets der grössere. Die entstehende Fluth ist nämlich um so mächtiger, je tiefer und ausgedehnter die zu bewegenden Meere sind, und je unmittelbarer sie miteinander zusammenhängen.

Daher wird selbst dann, wenn die flutherregende *Kraft* auf der nördlichen Halbkugel vorherrscht, die *Wirkung* der etwas geringeren Kraft, welche die Südfluth erzeugt, auf die südlichen Meere überwiegen. Wir werden also auch bei nördlicher Declination des Mondes vorherrschende Südfluthen haben.

Dagegen werden diese kleiner ausfallen als diejenigen Südfluthen, welche der Mond bei südlicher Declination erzeugt.

62) Die zu verschiedenen Zeiten in der Erhebung der Südfluthen stattfindende Differenz ist aber auch in der nördlichen Halbkugel wahrnehmbar. — Je höher nämlich die Südfluth ansteigt, desto höher ist auch die sekundäre Fluthwelle, welche sie zwischen den meridional gerichteten Küsten der Continente hindurch nach

Norden entsendet. Es wird daher auch die nach der Nordhalbkugel gelangende Partialfluth bei südlicher Declination des Mondes höher als bei nördlicher, was auch die Beobachtungen von Brest wirklich bestätigt haben. (S. Laplace a. a. O.)

63) Da nun für nördliche wie für südliche Declination der Gestirne stets die Südfluth überwiegt, so wird sie auch stets jene nach Norden strömende Partialfluth erzeugen, durch welche uns die Wirkung in die europäischen Gewässer gebracht wird erst lange, nachdem deren Ursache zu wirken aufgehört hat.

64) Das bewegte Wasser nimmt nun aber von dem Bette, in dem es strömt, Sandtheile auf, die es wieder fallen lässt da, wo es seine Geschwindigkeit verliert.

Die endliche Wirkung dieser Partialfluthen muss daher in der Folge der Jahrtausende eine Vertiefung der südlichen Meere, Zuspitzung und Abnagung der in sie hineinragenden Länder, und Ablagerung der hier entführten Sandmassen auf dem Grunde und an den Küsten der nördlichen Meere sein.

---

65) Wenn ich im Vorhergehenden gezeigt habe, wie durch die jetzige Configuration des Festlandes unserer Erdoberfläche die in § 55 näher bezeichnete Gestaltung ihrer Continente immer weiter ausgebildet werde, so will ich jetzt die Aufmerksamkeit auf die allfälligen Ursachen lenken, welche aus dem Urzustande die jetzige Configuration der Erdoberfläche herbeiführen konnten.

66) Denken wir uns im Urzustand das Meer gleichförmig über die ganze Erdoberfläche, daher symmetrisch in Beziehung auf den Aequator vertheilt. — In diesem Zustande wird der Einfluss der flutherregenden Kräfte abwechselnd bald die Südfluthen, bald wieder die Nordfluthen überwiegen machen in regelmässig wiederkehrenden Perioden. — Diese Perioden sind aber von sehr ungleicher Dauer.

67) Würde der Mond mit gleichförmiger Bewegung in einem Kreise um die Erde als Mittelpunkt seine Revolution in einem Monat vollenden, so hätten wir in der einen Hälfte dieser Zeit südliche, in der andern nördliche Declination des Mondes, und jede würde eine, gleichstark überwiegende, entsprechende Fluth erst in der südlichen, dann in der nördlichen Halbkugel erzeugen, deren Wirkung sich innerhalb eines Monats ausgleichen müsste.

68) Bewegt sich dagegen der Mond in einer Ellipse um die, im einen Brennpunkt befindliche, Erde, mit der ihm zukommenden ungleichförmigen Bewegung, und hat er z. B. in seinem Perigäum die grösste südliche Declination, so hat er in seinem nächsten Apogäum die grösste nördliche. — Es ist dann die Zeit, während welcher er südliche Declination hat, zwar etwas kürzer als diejenige, in der seine Declination eine nördliche ist. Allein die flutherregende Wirkung im Perigäum, zur Zeit der grössten südlichen Declination, ist merklich grösser als diejenige im Apogäum bei der grössten nördlichen Declination. — Es ist demnach für diese Revolution die Wirkung zur Erhebung der Südfluthen im Ganzen grösser. Heisst nämlich e die Excentricität der Mondbahn, so ist

das Verhältniss der beiden Zeiten, in denen der Mond erst südliche dann nördliche Declination hat $\frac{1 - \frac{4e}{\pi}}{1 + \frac{4e}{\pi}} = 1 - \frac{8e}{\pi}$, während dasjenige der beiden flutherregenden Kräfte im Perigäum und im Apogäum $\frac{1 + 3e}{1 - 3e} = 1 + 6e$ ist. —

69) Das gleiche Vorherrschen der Südfluthen wird stattfinden, so lange die Erdachse und die Apsidenlinie der Mondbahn dieselbe Lage haben. — Allein während erstere ihre Lage nahezu unverändert erhält, bewegt sich letztere in 8,85 Jahren einmal im Kreise herum, so dass schon nach etwa $4\frac{1}{2}$ Jahren die grösste südliche Declination des Mondes mit seinem Apogäum zusammenfällt: für welche Stellung während eines Umlaufes umgekehrt ein kleines Vorherrschen der Nordfluthen eintritt. Es wird daher innerhalb eines Umlaufes der Apsidenlinie, d. h. in 8,85 Jahren das Vorherrschen der Nordfluthen des Mondes das vorangegangene Vorherrschen seiner Südfluthen ausgleichen.

70) Auf analoge Weise werden die Sonnenfluthen auf der Südhalbkugel vorherrschen, so oft die Sonne südliche Declination hat, und umgekehrt. Für eine kreisförmige Sonnenbahn mit gleichförmiger Bewegung würden sich ihre Wirkungen je nach einem Jahre ausgleichen.

71) Für die Bewegung der Sonne in elliptischer Bahn um die im einen Brennpunkt befindliche Erde wird dagegen, so oft und so lange die Sonnennähe mit ihrer

südlichen Declination zusammenfällt, im Durchschnitte jedes Jahres ein kleines Vorherrschen der Südfluthen stattfinden, welches erst dann einem durchschnittlichen Vorherrschen der Nordfluthen wiederum Platz machen könnte, wenn die Sonnennähe mit ihrer südlichen Declination zusammenfiele.

72) Da die Excentricität der Sonnenbahn $e = 0{,}0167$ beträgt, so ist das Verhältniss der flutherregenden Kraft der Sonne in der Sonnennähe zu derjenigen in der Sonnenferne $= \frac{1 + 3e}{1 - 3e} = \frac{1{,}05}{0{,}95} = \frac{21}{19}$.

73) Gegenwärtig fällt die Sonnennähe beinahe mit dem kürzesten Tag (der grössten südlichen Declination der Sonne) zusammen. Es würde daher gegenwärtig jedes Jahr ein durchschnittliches Vorherrschen der Südfluthen stattfinden, auch wenn die Gewässer in Bezug auf den Aequator symmetrisch vertheilt wären.

74) Allein es sind zwei Ursachen vorhanden, welche nach langer Zeit diesen gegenwärtigen Zustand ändern:

Die erste ist eine, der obigen analoge, Bewegung der Apsidenlinie der Sonnenbahn, vermöge der sich das Perigäum der Sonne, im Sinne der Sonnenbewegung selbst, jährlich um 11,79 Bogensekunden fortbewegt, so dass es in 110 Jahrtausenden einmal seinen Kreislauf vollenden würde.

75) Die zweite Ursache ist die Bewegung des Nordpols unserer Erdachse um den Pol der Ecliptik, um welchen jener, der Sonnenbewegung entgegen, jährlich einen Winkel von 50,10 Sekunden beschreibt, und somit in 25868 Jahren wiederum seiner ersten Stellung parallel sein würde.

76) Ist u die Zahl von Jahren, nach welchen Sonnennähe und kürzester Tag, nachdem sie sich allmählig von einander entfernt, wiederum zusammenfallen, so werden: 11″,79 . u und 50″,10 . u die Winkel sein, um welche sich die Absidenlinie und die Projection des Nordpols auf der Ecliptik während dieser Zeit bewegt haben. Da ihre Bewegungen entgegengesetzte Richtung haben, so muss die Summe dieser Winkel einer Kreisperipherie, d. h. 1296000 Bogensekunden gleichkommen. Man hat daher $u = \frac{1296000}{61,89} = 20940$ Jahren.

77) Es würde also während 10 Jahrtausenden jedes Jahr ein durchschnittliches Vorherrschen der Südfluthen stattfinden, während in den darauf folgenden 10000 Jahren ein durchschnittliches Vorherrschen derjenigen Kräfte eintreten müsste, welche die Nordfluthen den Südfluthen überwiegen machen im Falle symmetrischer Vertheilung der Gewässer.

78) Nehmen wir nun an, es hätte in irgend einer Epoche der Vorzeit die symmetrische Vertheilung der Gewässer, die wir als Urzustand bezeichnet haben, wirklich existirt, vielleicht zur Zeit des ersten Niederschlags der Gewässer auf die hinreichend erkaltete Erdrinde; so ist von zweien Eines das Wahre: Die Epoche dieses Urzustandes muss in die erste oder aber in die zweite Hälfte einer solchen Periode von 2 Myriaden Jahren gefallen sein. Konnte die erste Myriade zuerst ihre Wirkung auf die in jenem Urzustande befindlichen Gewässer ausüben, so war sie ohne Zweifel genügend, um durch die vorherrschende Erregung der Südfluthen die Südmeere etwas zu vertiefen, und den hier weggeschwemmten Schlamm des viel-

leicht noch nicht sehr festen Meerbodens auf der Nordhalbkugel abzusetzen.

79) Diese Gestaltveränderung des Meerbodens war vielleicht hinreichend, um schon in der zweiten Myriade das Vorwalten der Nordfluthen unmöglich zu machen, wenn die Gestaltung des Meerbodens bereits die Bildung der Südfluthen hinreichend unterstützte; oder sie bewirkte wenigstens eine solche Verminderung des Effectes der noch vorwaltenden Nordfluthen, dass er die bodengestaltenden Wirkungen der ersten Myriade nicht mehr verwischen konnte.

So musste die, im Sinne der ersten wirkende, dritte Myriade eine um so stärkere Wirkung ausüben, und jede spätere ungrade Myriade die ihr vorangehende ungrade übertreffen in dem Erfolg des Bestrebens, die jetzt vorhandene Vertheilung des Festlandes anzubahnen. Es musste hierauf jedes, auch nur temporäre, Vorherrschen der Nordfluthen durch die Erweiterung der Südmeere und das Seichterwerden der Nordmeere unmöglich werden, und zuletzt durch ein beständig gewordenes Vorherrschen der Südfluthen deren Wirkung den Meeresboden mit immer rascheren Schritten seiner jetzigen Gestaltung entgegenführen.

80) Um also die jetzige Oberflächengestalt der Erde in ihren Grundzügen als ein unmittelbares Resultat cosmischer Wirkungen darzustellen, habe ich nur von zweien Eines anzunehmen: dass nämlich der ersten Bildung der Meere über der regelmässig gerundeten Erdrinde die erste Hälfte jener genannten Periode von zwei Myriaden gefolgt sei.

VII.

81) Betrachten wir zum Schlusse den Einfluss, den die durch die Attraction der Erde erzeugte Fluth eines ehemaligen Mondmeeres auf die Verzögerung der Rotation des Mondes haben musste.

82) Der Mond besitzt bei seiner gegenwärtigen Rotationsdauer $T_{,} = 2360580$ Sekunden, die Arbeit $A_{,} = \frac{16 \cdot \pi^3 \cdot R_{,}^5 \cdot \Delta_{,}}{15 \cdot g \cdot T_{,}^2}$. (Vergl. § 14 und 46.)

83) Die Grösse $\Delta_{,}$ ist uns unbekannt, da wir die Dichte der Mondrinde nicht kennen. — Um zu einem wahrscheinlichen Werthe von $\Delta_{,}$ zu gelangen, setzen wir $\Delta_{,} = 0{,}619\ \Delta_{,}$ wo 0,619 das Verhältniss der mittleren Monddichte zur mittleren Erddichte ist. Es ist dann $\Delta_{,} = 2915$.

84) Besass der Mond in einer frühern Epoche bei derselben Revolutionsdauer $T_{,}$ die kürzere Rotationsdauer T', so war, wenn wir seine Dimensionen als unverändert betrachten, die von ihm damals besessene Arbeit $A' = A_{,} \frac{T_{,}^2}{T'^2}$, und die Arbeit, die ihm genommen werden musste, damit seine Rotationsdauer T' um $\tau = 0{,}01$ Sekunden verlängert werde: $B' = A' \frac{2\tau}{T'}$.

85) Die Zeit, welche in jener Epoche die Erde gebrauchte, um in denselben Meridian des Mondes zurückzukehren, war $T' + t'$, wo t' die Zeit ist, die der Meridian des Mondes, nachdem er eine siderische Rotation vom Winkel 2π in der Zeit T' vollendet hat, gebraucht, um einen Winkel ε zu durchlaufen, der demjenigen gleich ist, den der Mond selbst in seiner Bahn um die Erde durch-

läuft während der ganzen Zeit $T' + t'$. — Es verhält sich daher: $\frac{\varepsilon}{2\pi} = \frac{t'}{T'} = \frac{T' + t'}{T_{,}}$, woraus: $T' + t' = \frac{T_{,} T'}{T_{,} - T'}$ folgt.

86) Diese Zeit der Rückkehr der Erde zum gleichen Meridian des Mondes, $T' + t'$, wird um so grösser, je kleiner $T_{,} - T'$ wird, und vergrössert sich daher in einem stärkeren Verhältnisse als T'; denn so wie T' sich dem Werthe $T_{,}$ nähert, so wird $T' + t'$ unendlich gross. In diesem, beim Monde gegenwärtig eingetretenen, Falle bleibt die Erde stets in demselben Meridian des Mondes, und die von der Erde erzeugte Fluth eines supponirten Mondmeeres würde stehend, sie hätte also keine Bewegung relativ zum Monde selbst. — Nehmen wir die Rotationsdauer des Mondes in jener früheren Epoche T' gleich der jetzigen unserer Erde $T = 86164''$ an, so wird $T_{,} - T' = 2274416''$ und $T' + t' = 89430''$.

87) Ein Punkt des Mondäquators hatte dannzumal, wenn er dem flutherregenden Gestirn, der Erde, folgte, die Geschwindigkeit $V' = \frac{2\pi R_{,}}{T' + t'}$ relativ zum festen Monde. Ist $H_{,}$ die Aequatorialhöhe der auf dem Mondmeere entstehenden Fluth, welche die Anziehung der Erde erzeugt, und $\gamma_{,}$ das Gewicht von ein Cubikmeter der Flüssigkeit des Mondmeeres, so ist $X' = \frac{2 H_{,} R^2_{,} \gamma_{,}}{2g} \frac{7}{9} \left(\frac{2\pi R_{,}}{T' + t'}\right)^2$ die Arbeit, welche die, in der Zeit $T' + t'$ den Kreislauf um den Mond vollendende, Flüssigkeitsmasse $2 H_{,} R^2_{,} \gamma_{,}$ besass, wenn die Bewegung auf diese Masse beschränkt blieb. (Vergl. § 34 — 36.)

88) Theilte sich aber auch hier die Bewegung einer 4000mal grösseren Flüssigkeitsmasse mit, und denkt man

sich die vom Mondmeere besessene Arbeit durch schon erstarrte oder aufgewühlte Massen festen Landes ebenfalls auf $^2/_3$ ihres Werthes reducirt, so erhält man das dem Mondmeere zukommende Arbeitsvermögen $Y' = \frac{X'}{6000}$ (Vergl. § 38 — 42).

89) Nehmen wir (analog wie in § 44) an, dass in der Zeit $T' + t'$ der Flüssigkeit des Mondmeeres ihre Geschwindigkeit ganz wäre genommen worden durch die festen Barrieren, gegen die sie sich bewegte, so wie, dass in dieser gleichen Zeit die zerstörte Geschwindigkeit neuerdings erzeugt werden könnte (§ 43); so darf man auch annehmen, dass in jeder Zeit von der Länge $T' + t'$ die Gewässer des Mondes wirklich die ganze Arbeit Y' an den rotirenden Mond abgaben. Die in einem Jahrtausend, oder $\mathfrak{T}$ Sekunden gegen die Rotation des Mondes verwendete Arbeit ist alsdann: $Z' = Y' \frac{\mathfrak{T}}{T' + t'}$.

90) Es ist aber $100\ B' = 2\ \frac{A'}{T'}$ die Arbeit, die der Mond abgeben müsste, um seine Rotationsdauer T' um eine Sekunde zu vergrössern.

91) Die retardirende Wirkung der von der Erde erzeugten Mondfluth, d. h. die während eines Jahrtausends von ihr zu Stande gebrachte Verlängerung der Rotationsdauer von $T' = 86164$ Sekunden, war daher $\varrho' = \frac{Z'\,T'}{2A'} = \frac{35\,\mathfrak{T}}{144\,\pi\,\Delta_{,}} \left(\frac{T'}{T' + t'}\right)^3 \frac{H_{,}}{R_{,}}$ Sekunden, wo $\gamma_{,} = \gamma = 1000$ gesetzt ist.

92) Die von der Erde erzeugte Aequatorialfluthhöhe $H_{,}$ des Mondmeeres war aber beträchtlich grösser als auf der Erde die vom Mond herrührende ist.

Die Erde übt auf den Mittelpunkt des Mondes die Anziehung $g \frac{R^2}{D'^2}$ aus, auf den der Erde nächsten Punkt der Mondoberfläche aber die Anziehung: $g \frac{R^2}{(D' - R_,)^2}$; die Kraft, welche die Gestaltveränderung der flüssigen Hülle des Mondes bewirkte, wird daher: $k_, = 2\, g \frac{R^2 R_,}{D'^3}$.

93) Die Fluthhöhe des Mondmeeres hängt aber auch von dem Radius des Mondes ab. Wir finden dieselbe nach § 29 für den Fall des Gleichgewichts:

$$h_, = \frac{k_,}{2g} R_, = \frac{R^2 R_,^2}{D'^3}.$$

94) Für den Bewegungszustand ist sie höher und gleich $H_, = b_, h_,$ (vergl. § 31 und 46), wo $b_, = b = 1.788$ angenommen werden mag.

95) Man hat also $\frac{H_,}{R_,} = b_, \left(\frac{R}{D'}\right)^3 \frac{R_,}{R}$, woraus sich:

$$\varrho' = \frac{35 . b_, \mathfrak{T}}{144 . \pi . \Delta_,} \left(\frac{R}{D'}\right)^3 \frac{R_,}{R} \left(\frac{T'}{T' + t'}\right)^3 \text{ ergibt.}$$

Da $\frac{R_,}{R} = 0{,}264$, so erhält man für $T' = 86164$ Sekunden, wenn $\gamma_, = \gamma$, $b_, = b$ und $\Delta_, = 0{,}619\, \Delta$ gesetzt wird, da $\mathfrak{T} = 31557$ Millionen Sekunden ist: $H_, = 3^m{,}674$ und: $\varrho' = 1{,}637$ Sekunden.

96) Die retardirende Wirkung der von der Erde herrührenden Fluth des früheren Mondmeeres auf die Rotation des Mondes war daher 24mal grösser als diejenige, welche das Meer der Erde gegenwärtig auf die Rotation der Erde ausübt.

Wir haben nämlich: $\frac{\varrho'}{\varrho} = \frac{\Delta}{\Delta_{,}} \frac{R}{R_{,}} \frac{H_{,}}{H}$, wo

$\frac{\Delta}{\Delta_{,}} = 1{,}615$, $\frac{R}{R_{,}} = 3{,}788$, $\frac{H_{,}}{H} = 3{,}95$, also $\frac{\varrho'}{\varrho} = 24{,}17$.

97) Der Ausdruck: $\varrho' = \frac{35\,\mathfrak{T}}{144\,\pi\,\Delta_{,}} \frac{H_{,}}{R_{,}} \left(\frac{T_{,} - T'}{T_{,}}\right)^3$ (vergl. § 86) zeigt uns, dass die, die Rotation des Mondes retardirende, Wirkung der Erde ϱ' immer kleiner wird, wenn T' allmälig bis $T_{,}$ wächst, und verschwindet für $T' = T_{,}$. — Der Mond wird also um so länger bei einer bestimmten Rotationsdauer verweilen, je näher sie dem Werthe von $T_{,}$ gekommen ist. — Es hat daher die Annahme grosse Wahrscheinlichkeit, dass seine Oberfläche, oder das ihn bedeckende Flüssigkeitsmeer zu einer Zeit erstarrt sei, in der seine Rotationsdauer bereits nicht mehr ferne war von $T_{,}$.

98) Wenn die Fluth des Mondmeeres sich im erstarrten Zustande befand, als seine Rotationsdauer dem Werthe $T_{,}$ schon nahe gekommen war, so wurden bei dieser geringen relativen Geschwindigkeit die erstarrten, nunmehr fest mit dem Mondkörper verbundenen, Fluthberge selber ein Mittel, durch welches die Rotationsdauer dem Werthe $T_{,}$ gleich wurde.

99) Man muss nämlich auch jetzt wieder die Attractionskraft, welche die Erde auf jeden Punkt des, auch an der Oberfläche erstarrten, Mondes ausübt, um diejenige verringern, mit der sie auf seinen Schwerpunkt wirkt. Man erhält dadurch mit $k_{,}$ (§ 92) analoge Kräfte, welche für den festgewordenen Mond nicht mehr formverändernd sein können, dagegen nunmehr *zur Bewegung um seinen Schwerpunkt* dienen müssen. — Wir können statt aller

derjenigen analogen Kräfte, welche gegen die Erde hinziehen, eine Resultirende gesetzt denken, die ihren Angriffspunkt in einem Punkte Z der zur Erde gekehrten Mondhälfte hat; und ebenso den Kräften, welche in entgegengesetzter Richtung auf die von der Erde abgewendete Mondhälfte wirken, eine Resultirende substituiren, deren Angriffspunkt N in diese Mondhälfte fällt, und welche darauf einen von der Erde weg gerichteten Zug ausübt.

100) Diese beiden, auf Z und N entgegengesetzt wirkenden, resultirenden Kräfte bilden ein eigentliches Couple, d. h. sie sind einander stets gleich und parallel. In der That würde jede Abweichung von ihrer Gleichheit oder von ihrem Parallelismus eine resultirende Kraft erzeugen, welche nicht mehr eine Bewegung des Mondes um seinen Schwerpunkt, sondern vielmehr eine Verrückung dieses Schwerpunktes selbst zur Folge hätte, die ihn aus derjenigen Bahn heraustreiben würde, welche die auf alle Punkte des Mondes gleichstark wirkenden Kräfte ihm anweisen.

101) Die beiden Mittelpunkte paralleler Kräfte, die wir Z und N genannt haben, werden auf einer durch den Schwerpunkt M des Mondes gelegten Geraden liegen, welche dann, wenn diese Kräfte sich Gleichgewicht halten, gegen den Erdmittelpunkt E gerichtet ist.

102) Hat die Rotationsdauer des Mondes T' noch nicht den Werth $T_{,}$ erreicht, so bewegt sich die Linie ZN desselben gegen die Linie ME, indem sie, sich um ihren Mittelpunkt M drehend, den Winkel, den sie mit ME bildet, in der Zeit $\frac{T_{,} T'}{T_{,} - T'}$ um 360 Grade vergrössert. Diese „*relative*" Bewegung von ZN gegen ME hört auf, sobald $T' = T_{,}$ geworden ist.

103) Bewegt sich nun ZN, relativ zu ME, aus der zu ME parallelen Lage heraus, so fängt das Couple sogleich an, zu wirken, indem es den Mond rückwärts zu drehen sucht, so dass sich die Gerade ZN wieder der Richtung ME nähert. Es wird dadurch die Rotation des Mondes retardirt, bis die Linie ZN senkrecht auf ME steht. In diesem Augenblick ist das Couple selbst wieder gleich Null geworden, indem zwar sein Hebelarm ein Maximum, die Kräfte selbst aber verschwindend klein geworden sind. — So wie nun die Linie ZN die zu ME senkrechte Lage überschritten hat, und sich nun von der andern Seite der, mit ME parallelen, Lage nähert, so wächst neuerdings das Drehungsmoment des Couples, welches jedoch in einem dem vorigem entgegengesetzten Sinne wirkt, und nun ebenso sehr die Rotation des Mondes accelerirt, als es sie vorher verzögert hatte. — Der gleiche sich compensirende Wechsel von Retardation und Acceleration der Rotationsgeschwindigkeit findet in der zweiten Hälfte der relativen Rotationsbewegung der Linie ZN statt.

Es würde also die mittlere Rotationsgeschwindigkeit des Mondes relativ zur Linie ME durch dieses Couple nicht geändert, so lange noch eine hinreichend schnelle Rotation diesen unveränderten Wechsel der Wirkungen möglich macht.

104) Wenn aber durch andere Ursachen die Dauer der relativen Rotation dermassen verlängert worden ist, dass während demjenigen Viertel derselben, in welchem die Linie ZN aus der mit ME parallelen in die dazu senkrechte Lage übergeht, die Wirkung des Couples hinreicht, dem Monde seine ganze *relative* Rotationsgeschwindigkeit zu nehmen, noch ehe diese Viertelum-

drehung vollendet ist, so wird es auch dazu dienen, die relative Bewegung von ZN gegen ME rückgängig zu machen. — Die absolute Rotationsbewegung des Mondes fährt in Folge dessen fort, retardirt zu werden, wird jedoch keineswegs selbst rückgängig. — Mit Bezug auf die Linie ME hingegen beginnt die Linie ZN, von nun an, eine pendelnde Bewegung. So wie nämlich ZN wieder über ME zurückgegangen ist, so wirkt das Couple, indem es von Neuem die Linie ZN nach ME zurückzuziehen strebt, wiederum zur Beschleunigung der Rotation. — So wird auch jetzt noch deren Acceleration mit der Retardation abwechseln, und die mittlere Rotationsdauer, welche nunmehr auf T, gestiegen ist, bleibt unabänderlich auf diesem Werthe, so lange die Revolutionsdauer ihren Werth nicht ändert.

105) Die pendelnde Bewegung um die stets wechselnde Ruhelage kann in dieser Weise fortdauern, so dass man die Mitte der Mondscheibe bald zur Linken bald wieder zur Rechten oscilliren sehen würde. — Die Dauer einer Oscillation ist um so länger, je kleiner das Drehungsmoment unsers Couples ist.

Die Untersuchungen von Wichmann haben gezeigt, dass sich diese pendelnde Bewegung am Monde wenigstens bis jetzt noch nicht nachweisen lasse.

106) Zwar sehen wir allerdings den Mittelpunkt der Mondscheibe innerhalb einer Revolutionszeit kleine Bewegungen zur Rechten und zur Linken machen; allein diese sind vielmehr die Folge seiner constanten Rotationsgeschwindigkeit in Combination mit der nicht constanten Revolutionsbewegung in der elliptischen Bahn.

Da nämlich, wenigstens innerhalb einer Revolutionsdauer des Mondes, seine Rotationsbewegung constant

bleibt, die Winkelbewegung des von der Erde zum Monde gezogenen Radius vector dagegen sich sehr merklich ändert (sie ist im Perigäum $1 + 4 . e = 1{,}22$mal grösser als im Apogäum); so macht ein abwechselndes relatives Vorherrschen bald der Rotations- bald der Revolutionsbewegung, dass auch respective bald der linke (östliche), bald der rechte (westliche) Rand des Mondes etwas Weniges der Mitte sich nähert, so dass auch kleine Theile der Mondoberfläche für uns sichtbar werden, die jenseits der mittleren Sichtbarkeitsgrenze liegen. — Diese Schwankungen rühren also nicht von einer veränderten Rotationsgeschwindigkeit des Mondes her, sondern sind nur die Folge der ungleichförmigen fortschreitenden Bewegung desselben um die Erde. Diese bewirkt zwar ebenfalls, dass das besprochene Couple wieder zu wirken beginnt, indem seine Kräfte aus der Gleichgewichtslage heraustreten. Allein das Couple, dessen Drehungsmoment ohnehin stets sehr klein bleibt, vermag in der kurzen Zeit einer halben Revolution keinen wahrnehmbaren Effect hervorzubringen.

107) Die Revolutionsdauer des Mondes erleidet nun aber ihrerseits eine säculäre, d. h. sehr langsame Veränderung und zwar gegenwärtig eine allmählige Verkürzung. — Würde der Mond seine Rotationsdauer unverändert beibehalten, so müsste hiernach zuletzt wieder eine relative Bewegung eintreten, und die Erdbewohner würden nach sehr langer Zeit auch einmal die andere Seite der Mondoberfläche zu sehen bekommen. — Allein hier würde auch gleich jenes Couple wieder wirksam werden, und bei der langen Dauer seiner Wirkung kann der Erfolg nicht ausbleiben, demzufolge die Rotationsdauer stets der Revolutionsdauer gleich bleiben muss,

und wir Erdbewohner auch in der Folge der Jahrtausende nie die Rückseite des Mondes sehen werden.

108) Es ist also, nach Lagrange's schöner Conception, wie wir gesehen haben, die besondere, von der des Rotationsellipsoids abweichende Gestalt des festen Mondes, welche diese Bewegungsverhältnisse bedingt, die man unter dem Namen der Libration begreift, zusammen mit dem beständigen Zusammentreffen zweier Linien, nämlich der Schnittlinie des Mondäquators mit der Ebene der Mondbahn, und der Linie, in welcher die Mondbahnebene die Ecliptik schneidet.

Diese Gestalt des Mondes kommt derjenigen eines dreiachsigen Ellipsoids nahe. Der Aequator des Mondes ist kein Kreis, sondern nähert sich einer Ellipse, deren grössere Achse der Erde zugekehrt ist, während die kleinere selbst wieder grösser ist, als die Rotationsachse des Mondes um eine Grösse, welche man die Abplattung nennt, und welche wegen der sehr geringen Rotationsgeschwindigkeit des Mondes nur wenige Fuss beträgt, während der Ueberschuss der grossen Achse des Mondäquators über die kleine Achse desselben das Vierfache beträgt.

109) Wir finden nämlich die Centrifugalkraft am Aequator des Mondes $p_{,} = \frac{4\pi^2}{T_{,}^2} R_{,}$, während § 92 die Kraft $k_{,} = 2g \left(\frac{R}{D'}\right)^3 \frac{R_{,}}{R}$ gefunden wurde. Es ist sonach letztere $\frac{k_{,}}{p_{,}} = \frac{2g}{4\pi^2} \left(\frac{R}{D'}\right)^3 \frac{T_{,}^2}{R} = 2{,}014$mal grösser als erstere.

Wenn wir daher der Kraft k, die nur halb so grosse Centrifugalkraft am Mondäquator p, substituirt denken, die vorerst ebenfalls gegen einen bestimmten Meridian hin bis auf Null abnehmen soll, so würde die grösste Erhebung der noch flüssig gedachten Mondoberfläche über der durch die Pole gelegten Kugelfläche nur $\frac{H_{,}}{2}$ betragen. — Wirkt aber diese Kraft rundum auf alle Punkte des Aequators gleichmässig, so wird der Wellenberg (§ 32) auf allen Punkten des Aequators gleiche Höhe haben, und nur noch gegen die Pole hin abfallen. Seine Höhe über der durch die Pole gelegten Kugeloberfläche, welche vorher von Null bis $\frac{H_{,}}{2}$ gleichmässig anstieg, wird daher auf dem ganzen Aequator nunmehr den Werth $\frac{H_{,}}{4}$ bekommen, und dieses würde, unserer elementaren Betrachtung gemäss, der Werth der von der Centrifugalkraft herrührenden Abplattung.

110) Für die hier erläuterten Bewegungsverhältnisse der Rotation des Mondes finde ich keine passendere Analogie als diejenige einer Magnetnadel, die unter dem Einfluss des Erdmagnetismus um eine vertikale Achse rotirt. — Würde sie ohne Reibung und Luftwiderstand ihre Rotationen vollenden, so müsste sie innerhalb jeder Rotation ein periodisches Abnehmen und Wachsen ihrer Geschwindigkeit zeigen, ohne die Dauer einer Rotation zu verändern. Vermindern aber Achsenreibung und Luftwiderstand die mittlere Rotationsgeschwindigkeit, so wird zuletzt eine halbe Rotation so lange dauern, dass während dieser Zeit das Couple der

erdmagnetischen Kräfte die Nadel ganz zur Ruhe bringt, und dann rückwärts ihrer Ruhelage entgegenführt; worauf die gewöhnlichen Pendelschwingungen der Nadel eintreten, und ebenfalls nur in Folge von Reibung und Luftwiderstand — zuletzt das Stillestehen in der Ruhelage erfolgen müsste.

111) Wollte man dem Schwerpunkte der Magnetnadel selbst eine Revolutionsbewegung und der Gleichgewichtslage derselben eine stets wechselnde Lage geben, so könnte man leicht die Achse der Nadel in einer darauf senkrechten Ebene um den festen Pol eines starken Magneten rotiren lassen, neben dessen anziehender und abstossender Wirkung die Richtkraft des Erdmagnetismus verschwindend klein würde.

112) Ich habe einen Apparat*) construiren lassen, der diese Bewegungserscheinungen ebenfalls darzustellen geeignet ist.

Eine cylindrische Holzscheibe dreht sich mittelst Spitzen, die in einem Rahmen laufen, um ihre vertikale Achse. Dieser Rahmen ist auf dem einen Ende eines horizontalen Balkens befestigt, dessen anderes Ende ein Gegengewicht trägt. Durch den Schwerpunkt dieses Systems geht eine vertikale, conisch zugespitzte, Achse, deren unteres Ende auf dem Fuss des ganzen Apparates befestigt ist, und um welche man nun jenes System drehen kann mit Hülfe eines kleinen Griffes, den der Balken trägt. — Die Achse der Holzscheibe trägt einen kleinen Stift, auf dem man die Schlinge eines auf ihr

*) Dieser Apparat wurde in der Sitzung der physikalisch-chemischen Sektion vorgezeigt.

aufzuwickelnden Fadens befestigt. Hält man nun den Balken fest, so kann man durch Abziehen des Fadens der Scheibe eine rasche Rotation ertheilen, und hierauf den Balken um die Achse des Systems rotiren machen.

In die Holzscheibe wurde ein kleines Bleigewicht ausser der Achse befestigt. Dieses veranlasst einen kleinen Ueberschuss der Centrifugalkraft, welcher, die Stelle der Kräfte $k_{,}$ (oder ihrer Resultirenden) (§ 99) beim Monde, oder des Magnetismus bei der Magnetnadel vertretend, die Rotation der Scheibe abwechselnd einmal beschleunigt und verzögert in einer Periode, deren Dauer $\frac{T_{,} T'}{T_{,} - T'}$ ist, wenn wir, analog § 86, $T_{,}$ die Rotationsdauer des Balkens, T' aber diejenige der Scheibe nennen.

113) Ist $T_{,}$ constant, und wirken Luftwiderstand und Achsenreibung, der Fluthwirkung des Mondes analog, zur Verlängerung von T', so wird diese Periode zuletzt gross genug, und das Arbeitsvermögen der rotirenden Scheibe hat sich hinlänglich vermindert, dass der Ueberschuss der Centrifugalkraft während der Zeit $\frac{1}{2} \frac{T_{,} T'}{T_{,} - T'}$ die, zur Balkenrichtung relative, Geschwindigkeit der Rotation gänzlich zerstört, und die vom Bleigewicht zur Scheibenachse geführte Senkrechte um eine Linie zu oscilliren beginnt, die fortwährend parallel ist mit der Richtung des Balkens. — Nach einiger Zeit haben diese Oscillationen, deren Amplitude durch Reibung und Luftwiderstand allmählig vermindert wurde, auch aufgehört, und die Scheibe hat mit Bezug auf den Balken keine relative Rotation mehr, d. h. sie vollendet ihren Umlauf in derselben Zeit, in welcher der Balken einmal

umläuft. — Hält man plötzlich den Balken an, so fährt die Scheibe mit dieser Umlaufszeit zu rotiren fort. *) — Eine blosse Verlangsamerung der Rotationsgeschwindigkeit des Balkens erzeugt ein relatives Voreilen in der Rotation der Scheibe, wodurch neuerdings eine pendelnde Bewegung oder gar eine relative Rotation entsteht. Einen ähnlichen Erfolg in umgekehrter Weise hat die Beschleunigung der Revolutionsbewegung der Scheibe. — Versetzt man dann, wenn Balken und Scheibe zur Ruhe gekommen sind, plötzlich den Balken in Rotation, so zeigt die Scheibe eine gleiche und entgegengesetzte relative Rotation, indem sie eben ohne absolute Rotation verharrt.

114) Zur Erklärung der wunderbaren Uebereinstimmung der Rotations- und Revolutionsdauer des Mondes, welche die Ursache — nicht die Folge — seiner im Vorhergehenden auseinandergesetzten Librationserscheinungen ist, hat man angenommen, dass der ursprünglich sich ellipsoidisch gestaltende Mond von Anfang an eine Rotation gehabt habe, deren Dauer der Revolutionszeit des Mondes *nahe gleich* gewesen sei.

Die Wirkung unsers Couples konnte dann die genaue Uebereinstimmung beider Perioden herbeiführen, indem es eine oscillirende Bewegung erzeugte. — An die Stelle einer Annahme, deren Wahrscheinlichkeit unendlich klein war, welcher zufolge die beiden Perioden *im Urzustande vollkommen übereinstimmend* gewesen wären, hatte man so die Annahme einer *ursprünglich nahen Ueber-*

---

*) Dieser Versuch dürfte sich besonders zur Belehrung derjenigen eignen, welche meinen, der Mond besitze gar keine Rotation, indem sie die absolute mit der relativen Rotation verwechseln.

einstimmung gesetzt, deren Wahrscheinlichkeit immer noch eine sehr kleine ist, und in der That noch kleiner geworden ist, seit man es wahrscheinlich gemacht hat, dass die Uebereinstimmung der beiden Perioden ein, allen Satelliten gemeinsames, Phänomen ist.

Ich glaube ihr die *gewisse* Annahme *eines beliebigen ursprünglichen Verhältnisses zwischen den beiden Perioden* substituiren zu dürfen. Die Wirkung einer, auf der flüssigen Oberfläche des Satelliten entstehenden Fluth musste jene nahe Uebereinstimmung allmählig in der Folge der Myriaden herbeiführen.

115) Es scheint mir sogar wahrscheinlich, dass man als eine nothwendige Folge der Fluthen eine allmählige Verzögerung der Rotation aller, einen Centralkörper umkreisenden, Himmelskörper annehmen müsse. Die Wirkung des Centralkörpers muss um so grösser angenommen werden, je näher der rotirende Körper ihn umkreist. Auf der andern Seite muss die Grösse der Dimensionen und der Masse eines rotirenden Körpers, mit denen das aufzuzehrende Arbeitsvermögen desselben zunimmt, jene Wirkung vermindern. Die Planeten unsers Sonnensystems stehen mit dieser Betrachtung in merkwürdiger Uebereinstimmung, auf die ich zum Schlusse aufmerksam machen will. Die Rotationen der Planeten, soweit uns dieselben bekannt geworden sind, werden nämlich im Allgemeinen um so langsamer, je näher der Sonne sie kreisen; so haben Merkur, Venus, Erde und Mars auffallend kleinere Rotationsgeschwindigkeiten als Jupiter und Saturn. Von den letztern beiden hat zwar der, der Sonne nähere, Jupiter eine Rotationsgeschwindigkeit, die noch grösser ist, als die des ferneren Saturn; allein sein zu

zerstörendes Arbeitsvermögen ist auch ungleich grösser als das des Saturn.

Ebenso ist bei Mars die Rotationsgeschwindigkeit nicht nur nicht grösser, als bei der nähern Erde, wie man erwarten sollte, sondern selbst etwas kleiner. Aber auch diess zeigt sich unsern Betrachtungen entsprechend, da die Masse des Mars mehr als siebenmal kleiner ist als diejenige der Erde, wesshalb die retardirende Wirkung der von der Sonne erzeugten Fluthen des Mars-Meeres in gleicher Zeit einen grössern Effect hervorbringen konnte.