

**Zeitschrift:** Verhandlungen der Schweizerischen Naturforschenden Gesellschaft =  
Actes de la Société Helvétique des Sciences Naturelles = Atti della  
Società Elvetica di Scienze Naturali

**Band:** 115 (1934)

**Vereinsnachrichten:** Sektion für Mathematik

**Autor:** [s.n.]

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 17.11.2024

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## 1. Sektion für Mathematik

Sitzung der Schweizerischen Mathematischen Gesellschaft

Freitag und Samstag, 7. und 8. September 1934

Präsident: Prof. Dr. W. SAXER (Küsnacht-Zürich)  
Prof. Dr. W. SCHERRER (Zürich)

1. F. BÄBLER (Göttingen). — *Über glatte, ebene Kurven mit beschränkter Krümmung.*

Das Variationsproblem: Unter allen ebenen, glatten und geschlossenen Kurven ohne mehrfache Punkte, deren Krümmung kleiner oder gleich 1 ist und die im Innern eines festen vorgegebenen Kreises ( $K$ ) liegen, die längste zu finden, wird auf völlig elementarem, geometrischem Weg behandelt. Folgende Resultate werden festgestellt:

1. Wenn der Radius von  $K$  kleiner oder gleich 2 ist, so hat dieses Problem eine einzige Lösung, diese ist der Kreis  $K$  selbst.

2. Ist der Radius von  $K$  grösser als  $1 + \frac{2}{\sqrt{3}}$ , so ist das Problem sinnlos, d. h. zu jeder positiven Grösse ( $M$ ) kann man beliebig viele konkurrenzfähige Kurven finden, deren Länge  $M$  übersteigt. (Es gibt jedoch unter ihnen keine von unendlicher Länge)

3. Liegt der Radius von  $K$  zwischen 2 und  $1 + \frac{2}{\sqrt{3}}$ , so ist die Länge der zugelassenen Kurven beschränkt.

Fasst man an Stelle des Kreises  $K$  den grössten Durchmesser der Kurven ins Auge und stellt sich die Aufgabe, für einen bestimmten festen maximalen Durchmesser die längste Kurve zu finden, welche die obengenannten Voraussetzungen erfüllt, so kommt man zu analogen Resultaten. Dabei spielt der Durchmesser (4) die Rolle des Kreises mit dem Radius  $1 + \frac{2}{\sqrt{3}}$ .

Bezüglich des von der Kurve eingeschlossenen Gebietes ( $g$ ) kann man feststellen, dass es immer mindestens einen Einheitskreis völlig enthält. Ist aber der grösste Durchmesser grösser als 4, so muss  $g$  mindestens 2 getrennt liegende Einheitskreise enthalten.

Die Übertragung der Resultate bietet nicht die geringsten Schwierigkeiten, wenn man die Krümmung durch  $\frac{1}{\rho}$  statt durch 1 beschränkt.

**2. J. J. BURCKHARDT (Zürich).** — *Gruppen linearer inhomogener Substitutionen.*

Die Theorie der linearen, inhomogenen, diskreten Substitutionsgruppen wurde erstmals in geometrischer Einkleidung von Schoenflies und von Fedorow entwickelt, welche für den euklidischen Raum sämtliche möglichen Gruppen angaben. Wenn auch ihre Ableitung von grosser Klarheit ist und den Aufbau der Gruppen in allen Einzelheiten erkennen lässt, so bleibt doch eine Frage unbeantwortet. Fragt man sich, wodurch die Zuteilung der Gruppen auf die Klassen bestimmt ist, so lässt ihre Theorie keine Gesetzmässigkeit erkennen. Um hierin Aufklärung zu erhalten, wurde eine arithmetische Theorie entwickelt.<sup>1</sup> Ausgehend von einer arithmetischen Definition der Klassen (als Gruppen ganzzahliger, homogener Substitutionen mit unimodularem, ganzzahligem Äquivalenzbegriff) werden zuerst für die zyklischen Gruppen des Grades  $n$  (d. h. für den  $n$ -dimensionalen Raum) die folgenden Sätze bewiesen: 1. Enthält eine zyklische Klasse der Ordnung  $p$  die identische Darstellung nicht, so gibt es genau eine zugehörige Bewegungsgruppe. 2. Enthält sie die identische Darstellung genau einmal in der Hauptdiagonalen, so gibt es  $p$  zugehörige Bewegungsgruppen. 3. Enthält sie die identische Darstellung mehr als einmal in der Hauptdiagonalen und ist die Ordnung  $p$  eine Primzahl, so gibt es stets zwei zugehörige Bewegungsgruppen. 4. Enthält sie die identische Darstellung aber nicht in der Hauptdiagonalen, so gibt die Untersuchung der auftretenden Linearformen Aufschluss über die Anzahl der inhomogenen Gruppen. Zur Untersuchung einer beliebigen Gruppe  $\mathfrak{G}$  nehmen wir an,  $\mathfrak{H}$  sei ein grösster Normalteiler, und das Problem sei gelöst für  $\mathfrak{H}$  und die Faktorgruppe  $\mathfrak{G}/\mathfrak{H}$ . Dann erhält man alle Bewegungsgruppen zu  $\mathfrak{G}$ , wenn man diejenigen von  $\mathfrak{H}$  mit denjenigen zu  $\mathfrak{G}/\mathfrak{H}$  kombiniert, und man erhält dabei auch stets solche, wenn noch eine sog. Vertauschungsrelation erfüllt ist. Unter ihnen sind die inäquivalenten auszusondern. Zu diesem Zweck ist die Kenntnis der Automorphismengruppe von  $\mathfrak{H}$  nötig. Mit diesen Hilfsmitteln gelingt es, die bekannten Bewegungsgruppen herzuleiten, überdies reichen sie hin, um auch solche in höherdimensionalen Räumen anzugeben.

**3. M. GUT (Zürich).** — *Über die Primideale im Wurzelkörper einer Gleichung.*

Ein Polynom möge ein Polynom von  $k$  genannt werden, wenn alle seine Koeffizienten ganze Zahlen des algebraischen Zahlkörpers  $k$  sind. Ist insbesondere der Koeffizient der höchsten Potenz gleich 1, so heisse ein solches Polynom normiert. Ist  $H(x)$  ein vorgelegtes normiertes, aber nicht notwendigerweise in  $k$  irreduzibles Polynom von  $k$ , so fragen wir nach der Primidealzerlegung der Primideale  $\mathfrak{p}$  von  $k$  im zugehörigen Wurzelkörper  $K$ , der also aus  $k$  entsteht durch Adjunktion sämtlicher Nullstellen von  $H(x)$ . Es gilt folgender Satz: Ist  $\mathfrak{p}$  teilerfremd zur

<sup>1</sup> Siehe: J. J. Burckhardt, Zur Theorie der Bewegungsgruppen, Commentarii Mathematici Helvetici, vol. 6, S. 159.

Relativdiskriminanten von  $K$  in bezug auf  $k$ , ist  $T$  der Exponent der Potenz, in der  $\mathfrak{p}$  in der als nicht verschwindend vorausgesetzten Diskriminanten von  $H(x)$  aufgeht, und  $N > 2T$ , so zerlege man  $H(x)$  in normierte, *mod.*  $\mathfrak{p}^N$  irreduzible Polynome von  $k$ :

$$H(x) \equiv H_1(x) \cdot H_2(x) \cdot \dots \cdot H_s(x) \pmod{\mathfrak{p}^N}.$$

Ist dann  $f_s$  der Grad in  $x$  von  $H_s(x)$  für jedes  $s = 1, 2, \dots, S$  und  $F$  das kleinste gemeinschaftliche Vielfache aller  $S$  Werte  $f_s$ , so haben alle Primideale  $\mathfrak{P}$  in  $K$ , welche  $\mathfrak{p}$  teilen, den Relativgrad  $F$  in bezug auf  $k$ .

Dieser Satz liefert im Falle der unverzweigten Relativkörper die vollständige Zerlegung im Wurzelkörper für *alle* Primideale von  $k$ , falls weiter die Ordnung der Galois'schen Gruppe von  $K$  in bezug auf  $k$  bekannt ist, unabhängig davon, welche Primideale von  $k$  in der Diskriminante der gerade vorgelegten relativ-definierenden Gleichung aufgehen, insbesondere auch unabhängig von ausserwesentlichen Diskriminantenteilern. Der Beweis dieses Satzes und einige weitere Bemerkungen finden sich in der unter gleichem Titel erschienenen Arbeit in den Commentarii Math. Helvet., vol. 6, 1933/34, S. 185.

**4. R. FUETER (Zürich).** — *Quaternionenalgebren und quadratisches Reziprozitätsgesetz.*

Nach H. Brandt ist die Grundzahl einer Quaternionenalgebra mit rationalem Zentrum durch eine ungerade Zahl verschiedener Primzahlen teilbar, falls die Algebra definit ist, durch eine gerade Anzahl, falls sie indefinit ist. Es wird gezeigt, dass dieser Satz nichts anderes wie eine andere Aussage des gewöhnlichen quadratischen Reziprozitätsgesetzes ist. In der Tat genügt letzteres, um den Satz zu beweisen, und umgekehrt folgt aus dem Satze das quadratische Reziprozitätsgesetz mit seinen Ergänzungssätzen.

**5. G. DUMAS (Lausanne).** — *Maxima, minima, indicatrice.*

Soit  $O (x = y = z = 0)$ , un point régulier d'une surface analytique en  $O$

$$(S) \quad F(x, y, z) = 0,$$

le plan des  $x, y$  coïncidant avec le plan tangent en  $O$ .

Du *polyèdre analytique* de  $(S)$  en  $O$ , on peut déduire une surface

$$(J) \quad z = \varphi(x, y),$$

qui, quand  $O$  est elliptique ou hyperbolique, se confond avec le parabolöide de l'indicatrice et dans les autres cas, caractérise souvent encore la structure de  $(S)$  en  $O$ .

La discussion des maxima et minima de  $(S)$  en  $O$  se trouve élargie par l'introduction de  $(J)$ ; certaines questions touchant la surface réciproque et la courbure de  $(S)$  en  $O$ , etc., se simplifient par ce moyen.

La méthode a, du reste, sa raison d'être dans le fait qu'une surface  $(S)$ , analytique en un point  $O$  régulier pour elle, est dans une large mesure déterminée en ce point  $O$ , par l'intersection de  $(S)$  avec le plan tangent en  $O$ .



6. R. WAVRE (Genève). — *Sur les potentiels équivalents.*  
Voir « Enseignement Mathématique », C. R. de la séance.

7. A. WEINSTEIN (Paris). — *Über das Helmholtzsche Problem der konformen Abbildung.*

Kein Referat eingegangen.

8. O. BRUNNER (Meilen). — *Über die kubische diophantische Gleichung  $z^3 - y^2 = D$ .*

Das von R. Fueter in den „Commentarii Mathematici Helvetici“, Band 2, Heft 1, S. 86, veröffentlichte Kriterium kann unter abgeschwächten Voraussetzungen auch folgendermassen formuliert werden:

*Ist  $D$  eine von sechsten Potenzen freie, positive, ganze rationale Zahl, die nur diejenigen ungeraden Primfaktoren in gerader Potenz enthält, für die*

$$\left(\frac{-D'}{p}\right)^1 = -1 \text{ und } \left(\frac{-3}{p}\right) = +1,$$

*so besitzt die diophantische Gleichung*

$$z^3 - y^2 = D$$

*keine Lösung, falls*

$$D \equiv 5 \text{ oder } \equiv 7 \pmod{9}, D \not\equiv -1 \pmod{4}, D \not\equiv -4 \pmod{16}$$

*und  $h$ , d. h. die Klassenzahl von  $k(\sqrt{-D})$ , nicht durch drei teilbar ist.*

Setzt man eine Lösung  $-y, z, t$  von  $z^3 - y^2 = Dt^6$  [ $y, z, t =$  ganze rationale Zahlen;  $D \equiv 5$  oder  $\equiv 7 \pmod{9}$ ] voraus, deren

$z$  zu denjenigen  $p$  in  $D$  teilerfremd ist, für die  $\left(\frac{-D'}{p}\right) = 1$  (auch  $p = 2$ ),

so wird entweder  $h$  oder  $t$  durch 3 teilbar. — Auch über Gleichungen, in welchen  $D \equiv 1$  oder  $\equiv 8 \pmod{9}$  lässt sich eine Aussage machen: Besitzt  $z^3 - y^2 = Dt^6$ , wobei  $D$  zunächst die gleichen Bedingungen wie beim 1. Satz erfüllt, eine Lösung, so muss, falls  $D \equiv 1$  oder  $\equiv 8 \pmod{9}$ ,  $D \not\equiv -1 \pmod{4}$ ,  $D \not\equiv -4 \pmod{16}$ , entweder  $h$  durch 3 oder  $y$  durch 9 teilbar sein.

Ferner ergibt sich, dass in Gleichungen  $z^3 - y^2 = Dt^6$ , wobei  $D$  eine von sechsten Potenzen freie, positive, ganze rationale und zu 3 teilerfremde Zahl ist,  $z$  solche ungeraden Primfaktoren  $p$ , welche in  $D$  in gerader Potenz auftreten und für die

$$p - \left(\frac{3D'}{p}\right) \not\equiv 0 \pmod{3}$$

*ist, nicht enthalten kann.*

<sup>1</sup>  $D'$  = Teil von  $D$ , welcher keine quadratischen Teiler aufweist.

9. L. LOCHER (Winterthur). — *Zur Auflösung eines Systems von linearen, gewöhnlichen Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten.*

Diese Systeme kommen hauptsächlich bei der rechnerischen Behandlung von mechanischen und elektrischen Schwingungen vor. Die auftretenden Störungsfunktionen  $S(t)$  werden im allgemeinen eine Unstetigkeitsstelle aufweisen, indem für alle  $t < t_0$   $S(t)$  identisch Null ist (Einschaltvorgänge) und bei  $t = t_0$  ein Sprung stattfindet. Bei der Elimination der unbekanntenen Funktionen des Systems bis auf eine, wird man aber auf Differentiationen von  $S(t)$  geführt. Dann besteht die Schwierigkeit, wie diese an der Stelle  $t_0$  aufzufassen sind. Heaviside gab für einfache Fälle eine Regel an, nach der man die Lösung berechnen kann. In der in den Commentarii Math. Helv. (vol. 7. fasc. 1, pag. 47) erschienenen Arbeit habe ich den allgemeinen Fall behandelt und durch Verallgemeinerung einer von W. Gauster<sup>1</sup> gegebenen Methode die Formeln für die Lösung aufgestellt.

10. M. GUT (Zürich). — *Über die Gradteilerzerlegung in gewissen relativ-ikosaedrischen Zahlkörpern.*

Es sei  $k$  ein algebraischer Zahlkörper und  $K$  ein Galoisscher Erweiterungskörper vom Relativgrade 60, dessen Galoissche Gruppe in bezug auf  $k$  die Ikosaedergruppe ist. Ist  $\mathfrak{p}$  ein Primideal des Grundkörpers  $k$ , so fragen wir nach seiner Zerlegung in  $K$ :

$$\mathfrak{p} = (\mathfrak{P}_1 \mathfrak{P}_2 \dots \mathfrak{P}_R)^E, \quad N_{K/k}(\mathfrak{P}_r) = \mathfrak{p}^F, \quad REF = 60,$$

d. h. nach der Anzahl  $R$  der voneinander verschiedenen Primideale  $\mathfrak{P}_r$  von  $K$ , die  $\mathfrak{p}$  teilen, nach ihrer gemeinsamen Relativordnung  $E$  und nach ihrem gemeinsamen Relativgrad  $F$ .

Enthält  $k$  den Körper der 5. Einheitswurzeln und event. eine weitere Quadratwurzel, was im folgenden immer vorausgesetzt werden möge, so hat Speiser gezeigt, dass man in  $k$  eine Grösse  $\varkappa$  so finden kann, dass  $K$  in bezug auf  $k$  durch eine beliebige Wurzel der Gleichung

$$\begin{aligned} & [(\overline{-}^{20} + 1) - 228 (\overline{-}^{15} - \overline{-}^5) + 494 \overline{-}^{10}]^3 + \\ & + \varkappa [\overline{-} (\overline{-}^{10} + 11 \overline{-}^5 - 1)]^5 \equiv \\ & [(\overline{-}^{30} + 1) + 522 (\overline{-}^{25} - \overline{-}^5) - 10005 (\overline{-}^{20} + \overline{-}^{10})]^2 + \\ & + (\varkappa - 12^3) [\overline{-} (\overline{-}^{10} + 11 \overline{-}^5 - 1)]^5 = 0 \end{aligned}$$

festgelegt wird. Der Zerlegungstypus eines beliebigen Primideals  $\mathfrak{p}$  von  $k$  ist daher nur von  $\varkappa$  abhängig.

In einer früheren Arbeit (Commentarii Math. Helvet., Vol. 4, 1932, S. 219) habe ich skizziert, wie man auf Grund 1. der Struktur der

<sup>1</sup> Arch. für Elektrot., Bd. 24, S. 360, 1930.

Ikosaedergruppe, 2. der *Hilbertschen* Sätze über die Primidealzerlegung in relativ-galoisschen Körpern, 3. der *Dedekindschen* Sätze über die Primidealzerlegung in deren Unterkörpern und 4. der *Oreschen* Theorie diesen Zerlegungstypus bestimmen kann.

In Ausführung dieser Skizze gab ich in einer weiteren Arbeit auf Grund zweier einfacher Hilfssätze den Zerlegungstypus an für den Fall, dass  $\mathfrak{p}$  teilerfremd ist zu 60. (Vgl. *Commentarii Math. Helvet.*, Vol. 6, 1933/34, S. 47, ferner den Auszug meines Vortrages in New York, *Bulletin of the American Math. Society*, Vol. 39, 1933, S. 201.)

Unter der Voraussetzung, dass der Grundkörper  $k$  eine in bezug auf den in ihm enthaltenen Körper der 5. Einheitswurzeln zu 60 teilerfremde Relativediskriminante hat, gelang es mir nun auch, den Zerlegungstypus für die Primideale  $\mathfrak{p}$  von  $k$ , die Teiler von 60 sind, zu bestimmen. Als Hilfsmittel benutzte ich dabei wesentlich die von *Ore* entwickelte Anwendung der *Newtonschen* Polygone auf die Theorie der algebraischen Zahlkörper. Als Korollar ergibt sich die notwendige und hinreichende Bedingung für die Form von  $\alpha$  dafür, dass die Relativediskriminante von  $K$  in bezug auf  $k$  zu 60 teilerfremd ist, und damit in Verbindung mit einem früheren Resultate, dass sie gleich 1 ist. Die ausführliche Arbeit wird in den *Commentarii Math. Helvet.*, Vol. 7, 1934/35 erscheinen.

11. E. STIEFEL (Zürich). — *Topologischer Fernparallelismus in dreidimensionalen Mannigfaltigkeiten.*

Ist in jedem Punkte einer Kugelfläche ein Einheitsvektor des umgebenden euklidischen Raumes angebracht, und ist dieser Vektor stetig von seinem Angriffspunkt abhängig, so gibt es mindestens einen Kugelpunkt, in dem der zugehörige Vektor normal zur Kugelfläche steht. Mit andern Worten: Auf einer Kugelfläche gibt es kein stetiges tangentiales Vektorfeld. Sprechen wir an Stelle von tangentialen Vektoren von Vektoren in der Kugelfläche, so drückt dieser bekannte flächentopologische Satz eine innere Eigenschaft der Kugel aus, die unabhängig vom einbettenden euklidischen Raum ist.

Dieser Satz gilt für alle geschlossenen orientierbaren Flächen, mit Ausnahme der zur Torusfläche homöomorphen Flächen (Poincaré). Die Frage nach den höherdimensionalen Mannigfaltigkeiten, die stetige Richtungsfelder besitzen, wird durch den folgenden Satz von *H. Hopf*<sup>1</sup> vollständig beantwortet: *Die notwendige und hinreichende Bedingung für die Existenz eines stetigen Vektorfeldes in einer geschlossenen orientierbaren  $n$ -dimensionalen Mannigfaltigkeit  $M^n$  ist das Verschwinden der Eulerschen Charakteristik von  $M^n$ .*

Speziell gestatten also die Mannigfaltigkeiten ungerader Dimension immer stetige Richtungsfelder.

<sup>1</sup> H. Hopf: Vektorfelder in  $n$ -dimensionalen Mannigfaltigkeiten. *Math. Annalen* 96, S. 225—250.

Gibt es in einer Fläche ein Richtungsfeld, so lässt sich sofort ein zweites, zum ersten linear unabhängiges stetiges Feld finden. Es genügt zu diesem Zwecke, jeden Vektor um  $90^\circ$  im Sinne der fest gewählten Flächenorientierung zu drehen. In höherdimensionalen Mannigfaltigkeiten  $M^n$  wird aber im allgemeinen die Existenz eines einzelnen Richtungsfeldes noch nicht die Existenz von  $n$  linear unabhängigen Feldern garantieren; *H. Hopf* hat mir daher vorgeschlagen, die Mannigfaltigkeiten, die ein solches stetiges Feld von  $n$ -Beinen besitzen, zu untersuchen. Diese Untersuchung ist für die Topologie der  $n$ -dimensionalen Mannigfaltigkeiten, insbesondere der Gruppenmannigfaltigkeiten, wichtig.

Ein solches Feld liefert uns in jedem Punkte  $p$  der  $M^n$   $n$  linear unabhängige Grundvektoren, die zusammen eine Basis für alle Vektoren mit dem Angriffspunkt  $p$  bilden. Man kann also jeden Vektor in  $M^n$  durch seine Komponenten (bezüglich dieser Basis) festlegen. Zwei Vektoren mit den Angriffspunkten  $p$  und  $q$  nennen wir parallel, wenn sie dieselben Komponenten besitzen; wir haben damit in der Mannigfaltigkeit einen stetigen Fernparallelismus definiert und sprechen kurz von einer parallelisierbaren Mannigfaltigkeit. In einer solchen Mannigfaltigkeit bilden die zu einem gegebenen Vektor parallelen Vektoren ein stetiges Feld, d. h. die Richtungsmannigfaltigkeit der  $M^n$  ist in Schichten von Parallelfeldern zerlegt, ist also das topologische Produkt aus  $M^n$  und der  $(n-1)$ -dimensionalen Sphäre  $S^{n-1}$ .

Die Frage nach den dreidimensionalen parallelisierbaren Mannigfaltigkeiten lässt sich vollständig beantworten: *Jede orientierbare dreidimensionale Mannigfaltigkeit ist parallelisierbar.*

Dieser Satz ist für höherdimensionale Mannigfaltigkeiten nicht mehr richtig. In der Tat ist das topologische Produkt aus der Kreislinie und der komplexen projektiven Ebene eine fünfdimensionale Mannigfaltigkeit, die nach dem Satz von *H. Hopf* ein einzelnes Richtungsfeld besitzt, von der man aber zeigen kann, dass sie nicht parallelisierbar ist.

Leider kann ich auf die Beweismethoden dieser Resultate nicht eingetreten, es wird an anderer Stelle ausführlich darüber berichtet werden.

**12. A. SPEISER** (Zürich). — *Bericht über die Herausgabe der Werke Leonhard Eulers.*

Es ist der Euler-Kommission gelungen, das Unternehmen der Drucklegung der Eulerschen Werke auf eine neue Basis zu stellen, insbesondere werden von nun an auch in der Schweiz durch die Firma Orell Füssli, Verlag in Zürich, Bände hergestellt werden. Damit sind die Bedingungen geschaffen, das Werk weiterzuführen, und wir danken der Schweizerischen Mathematischen Gesellschaft für ihre Unterstützung. Die Beschaffung des Materials für die Drucklegung hat in jüngster Zeit einen definitiven Erfolg aufzuweisen, indem Arbeitslose bei der Reproduktion der Manuskripte beschäftigt werden konnten. In kurzer Zeit wird dieser Teil der Redaktionsarbeit fertig sein und es bleibt alsdann nur noch die eigentliche Bearbeitung und der Druck.

Mit dem Bande I 16 sectio altera ist derjenige Teil der Werke, der sich mit den Reihen befasst, nämlich 14—16, fertiggestellt. Er enthält die überaus fruchtbaren Untersuchungen über divergente Reihen, denen die Analysis die tiefsten Entdeckungen verdankt, vor allen Dingen die Gammafunktion und die Zetafunktion mit den zugehörigen Funktionalgleichungen. Die Eulersche Auffassung, man solle einer divergenten Reihe aus ihrem Gesetz heraus einen Wert zulegen, kommt heute wieder zur Geltung, nachdem sich die Begriffsbildung einer allgemeinen gesetzlosen Reihe als unfruchtbar herausgestellt hat.

Bei gesetzmässig gebildeten Reihen ist der Wert der Summe in gewissen Fällen unter sehr allgemeinen Voraussetzungen festgelegt. Nimmt man z. B. die Reihe  $1 - 1 + 1 - 1 + 1 - \dots$ , so erhält man den Wert  $\frac{1}{2}$ , falls das Summationsverfahren folgenden zwei Axiomen genügt:

1. Falls  $a_0 + a_1 + a_2 + \dots$  den Wert  $S$  erhält, so erhält  $-a_0 - a_1 - a_2 - \dots$  den Wert  $-S$ .

2. Das Verfahren gibt der Reihe  $a_1 + a_2 + a_3 + \dots$  den Wert  $S - a_0$ .

Hieraus ergibt sich nämlich für  $-1 + 1 - 1 + \dots$  gleichzeitig der Wert  $-S$  und  $S - 1$ , woraus in der Tat  $S = \frac{1}{2}$  folgt. Man ersieht hieraus, wie prekär es um die sogenannten Summationsverfahren steht, welche dieser Reihe irgendeinen Wert erteilen.

**13.** L. KOLLBOS (Zürich). — *Über die mathematischen Untersuchungen von C. F. Geiser.*

Siehe hinten im III. Teil den Nekrolog und die Biographie von Prof. Dr. C. F. Geiser.