Zeitschrift: Verhandlungen der Schweizerischen Naturforschenden Gesellschaft = Actes de la Société Helvétique des Sciences Naturelles = Atti della Società Elvetica di Scienze Naturali

Herausgeber: Schweizerische Naturforschende Gesellschaft

Band: 116 (1935)

Vereinsnachrichten: Sektion für Mathematik

Autor: [s.n.]

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 15.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

1. Sektion für Mathematik

Sitzung der Schweizerischen Mathematischen Gesellschaft

Sonntag und Montag, 18. und 19. August 1935

Präsident: Prof. Dr. W. SAXER (Küsnacht-Zürich)
Prof. Dr. W. SCHERRER (Zürich)

1. L. BOSSARD (Luzern). — *Über Verallgemeinerungen des Satzes von Schottky und ihre Anwendungen.*

Es sei $f(z)$ eine im Kreise $|z-z'|<\varrho$ reguläre Funktion, welche dort eine a-Stelle und höchstens q verschiedene b-Stellen besitzt, wobei die Zahlen a und b den Ungleichungen $|a| \leqq h, |b| \leqq h, |a-b| \geqq d > o$ genügen, und es sei $f(z)$ im Kreismittelpunkt z' und in einem weiteren, vom Punkte z' verschiedenen, im Inneren des Kreises $|z-z'|<\varrho$ gelegenen Punkt $z_1, |z_1-z'| = r_1$, gegeben oder nach oben beschränkt. Alsdann gilt für $f(z)$, wie unter Zuhilfenahme der Lindelöf-Transformation, der Kreisabbildung und eines geeigneten Kreiskettenverfahrens gezeigt werden kann,[1] $\mu = Max\left\{ e^{q+1}, \frac{\varrho}{d \cdot r_1} \cdot (2 \cdot |f(z')| + |f(z_1)| + 3h) \right\}$ gesetzt, die numerische, bezüglich a und b gleichmässige Abschätzung $|f(z)| < d \cdot \mu^{\frac{\gamma \varrho^2}{(\varrho - r_1)\vartheta}}$ im Kreise $|z-z'| \leqq \varrho - \vartheta < \varrho$, $\gamma = 5.20^7$.

Durch Verallgemeinerung auf einen Kreisring ergibt sich die Umkehrung: Ist $f(z)$ eine im Kreisring $r \cdot (1 - \frac{700}{\log\log M(r)}) \leqq |z| \leqq r \cdot (1 + \frac{700}{\log\log M(r)})$, $r > o$, reguläre Funktion, bleibt $\underset{|z|=r}{Max} |f(z)| = M(r) > e^{e^{700}}$, und gibt es auf der Mittellinie $|z| = r$ 2 im Abstande s liegende Punkte mit $r \cdot e^{-\frac{1}{4}\sqrt{\log M(r)}} \leqq s \leqq \frac{700 \cdot r}{\log\log M(r)}$, in welchen $|f(z)| \leqq e^{\frac{1}{4}\sqrt{\log M(r)}}$ bleibt, so existiert mindestens eine

[1] Siehe in diesem Zusammenhang: W. Saxer, Über eine Verallgemeinerung des Satzes von Schottky (Compositio Mathematica, 1934, Vol. I, 207—216).

im Kreisring liegende Kreisscheibe vom Radius $\frac{700 \cdot r}{\log \log M(r)}$, in welcher $f(z)$ entweder sämtliche Werte w mit $|w| \leqq e^{\frac{1}{4}\sqrt{\log M(r)}}$ an wenigstens zwei verschiedenen Stellen oder aber sämtliche Werte w mit $|w| \leqq e^{\frac{1}{4}\sqrt{\log M(r)}}$ an wenigstens $\frac{3}{4}\sqrt{\log M(r)}$ verschiedenen Stellen annimmt, dies jedoch mit eventueller Ausnahme gewisser Werte, welche alle im Inneren einer festen Kreisscheibe vom Radius $e^{-\frac{1}{4}\sqrt{\log M(r)}}$ liegen.

Diese und analoge Sätze ermöglichen im Anschluss an A. Ostrowski[1] die weitere Untersuchung der Werteverteilung einer Funktionsfolge $f(\sigma_\nu z)$ in der Umgebung eines Juliapunktes 3. Art von $f(z)$ für (σ_ν). Hat ein Juliapunkt 3. Art ξ von $f(z)$ für (σ_ν) die Eigenschaft, dass für ein beliebig kleines $\varepsilon > o$ und für ein $c > o$ jede der Funktionen $f(\sigma_\nu z)$ — bis auf endlich viele — in einem Kreise um ξ als Mittelpunkt vom Radius ε einen Wert w_ν mit $|w_\nu| \leqq c$ höchstens einmal annimmt, so nenne man ξ einen Juliapunkt 6. Art von $f(z)$ für (σ_ν). Die Gesamtheit der zu (σ_ν) gehörenden Juliapunkte 6. Art für $f(z)$ nenne man die zu (σ_ν) gehörende Juliamenge 6. Art für $f(z)$. Eine Folge (σ_ν), deren zugehörige Juliamenge 6. Art nicht leer ist, nenne man eine Juliafolge 6. Art für $f(z)$. Auf Grund dieser Definitionen ergeben sich die Sätze: Ist (σ_ν) eine Juliafolge 3. Art für $f(z)$ mit dem Juliapunkt ξ, und nimmt für ein beliebig grosses ganzes $k > 2$ und ein beliebig kleines $\varepsilon > o$ jede Funktion $f(\sigma_\nu z)$ für $\nu \geqq \nu'(\varepsilon, k)$ im Kreise $|z - \xi| \leqq \frac{\varepsilon}{3}$ einen beliebigen Wert w_ν mit $|w_\nu| \leqq k$ 2 mal an, so enthält (σ_ν) entweder eine Juliafolge 4. Art mit dem Juliapunkt ξ oder aber es nimmt jede Funktion $f(\sigma_\nu z)$ für $\nu \geqq \nu^*(\varepsilon, k)$ in einem Kreise um ξ als Mittelpunkt mit dem Radius ε sämtliche Werte w mit $|w| \leqq k$ wenigstens 2 mal an. Enthält eine Juliafolge 3. Art für $f(z)$ mit dem Juliapunkt ξ eine Juliafolge 6. Art mit dem Juliapunkt ξ und keine Juliafolge 4. Art mit dem Juliapunkt ξ, so nimmt für ein beliebig grosses ganzes $k > 2$ und ein beliebig kleines $\varepsilon > o$ jede Funktion $f(\sigma_\nu z)$ für $\nu \geqq \nu'(\varepsilon, k)$ im Kreise $|z - \xi| < \varepsilon$ jeden Wert w mit $|w| \leqq k$ genau einmal an.

[1] A. Ostrowski, Studien über den Schottkyschen Satz (Rektoratsprogramm der Universität Basel, 1931, 1—111 [41—62]).

Diese Sätze ergeben sich aus entsprechenden allgemeineren Sätzen über Ausnahmefolgen, deren Zusammenhang mit der Theorie der quasinormalen Funktionsscharen im folgenden Sachverhalt zum Ausdruck kommt: Es sei $f_n(z)$ eine Folge von in einem Kreise $|z-\xi|<r$ holomorphen Funktionen und es existiere zu jedem endlichen Wert a eine Zahl ε_a und ein Index $N=N(a, \varepsilon)$ derart, dass für $\varepsilon<\varepsilon_a$ und für $n \geqq N(a, \varepsilon)$ $f_n(z)$ im Kreise $|z-\xi|<\varepsilon$ den Wert a genau einmal annimmt; dann ist der Punkt ξ ein irregulärer Punkt von der Ordnung 1.

2. R. DE SAUSSURE (Berne). — *Application de la théorie des flèches aux cartes météorologiques.*

Pas reçu de manuscrit.

3a. S. BAYS (Fribourg). — *Sur le nombre des systèmes cycliques de triples différents pour chaque classe ω.*[1]

Si le groupe $\{|x, 1+x|, |x, a^{\omega}x|\}$ est le diviseur métacyclique d'ordre *le plus élevé* qui laisse un système cyclique de triples S invariant, nous disons que S est *de la classe ω.*

Soit $N=6n+1$ premier, $\frac{3n}{d}=2^a \cdot n_1$, d diviseur de $3n$, n_1 impair. Les classes possibles pour un système de triples S déterminé par un système de caractéristiques Σ appartenant à d, sont données par: $\omega=2\mu d=2^{a+1}\mu' d$, les μ' étant les diviseurs de n_1. Il y a une exception pour $d=1$, où l'ensemble des μ', qui serait dans ce cas celui des diviseurs de $n_1=\frac{3n}{2^a}$, est à remplacer par celui plus restreint des diviseurs de $n'_1=\frac{n}{2^a}$.

Le nombre des systèmes de triples déterminés par le système des caractéristiques principales (appartenant à $d=1$) dans la classe 2μ est ainsi le même que le nombre des systèmes de triples déterminés par un système de caractéristiques appartenant à $d=3$ dans la classe 6μ et ce nombre est:

$$x=\frac{1}{\mu'}\sum_{\mu''|\mu'}\lambda(\mu'')\,2^{2^a\frac{\mu'}{\mu''}-a-1} \qquad (1)$$

où μ'' parcourt les diviseurs de μ' et $\lambda(\mu'')$ est la fonction de Möbius: $\lambda(1)=1$, $\lambda(\mu'')=(-1)^r$ si μ'' est le produit de r facteurs premiers différents, $\lambda(\mu'')=0$ si μ'' contient au moins un facteur premier au carré.

[1] Voir les *Commentarii mathem. Helvetici*, S. Bays: Vol. 2, Fasc. IV, Vol. 3, Fasc. I, II et IV et principalement S. Bays et G. Belhôte, Vol. 6, Fasc. I, p. 28 à 46.

Ce nombre est de par sa nature $\geqslant o$. Pour $\mu' = 1$ et $\mu' = n_1 = \frac{n}{2^a}$, il est positif. Il restait à prouver *qu'il est positif pour tous les* μ'. L'expression $\sum_{\mu'' \mid \mu'} \lambda(\mu'')\, 2^{\frac{\mu}{\mu''}}$, développée, peut s'écrire, $p_1, p_2, \ldots, p_r$ étant les facteurs premiers différents de $\mu' = \frac{\mu}{2^a}$ rangés par ordre de grandeur:

$$2^{\frac{\mu}{p_1 p_2 \ldots p_r}} \left\{ 2^{p_1 p_2 \ldots p_r} - 2^{p_2 p_3 \ldots p_r} - 2^{p_1 p_3 \ldots p_r} - \ldots - 2^{p_1 p_2 \ldots p_{r-1}} + 2^{p_3 p_4 \ldots p_r} + \ldots + (-1)^r \right\}$$

Sous cette forme, en donnant le signe — à tous les termes de la parenthèse excepté le premier et en se servant des inégalités $r < p_r$, $p_1 \geqslant 3$, on arrive aisément à établir que l'expression est positive.

La démonstration vaut maintenant sans autre pour les autres valeurs de d, sauf une exception dans le cas où d est diviseur de n, $< n$ et > 3. En effet, l'exception nommée mise à part, le nombre $x(\mu')$ des systèmes de triples différents de la classe ω pour les autres valeurs de d, est, s'il n'est pas directement positif, donné par des expressions qui ne diffèrent de (1) que par l'adjonction d'un facteur constant au premier terme de l'exposant de 2. Ainsi il est établi, sauf pour le cas de l'exception susdite, *qu'il y a des systèmes de triples dans toutes les classes possibles.*

3 b. S. Bays (Fribourg). — *Sur les systèmes de caractéristiques appartenant à* $d = 3$.

La théorie des caractéristiques est basée essentiellement sur le fait suivant[1]: a étant une racine primitive de N, $\underline{a}^0, \underline{a}^1, \ldots, \underline{a}^{3n-1}$, (1), représentent les entiers 1, 2, ..., $3n$, (2), dans un certain ordre; $\underline{a}^{3n}, \underline{a}^{3n+1}, \ldots$ les reproduisent périodiquement dans le même ordre. Nous appelons les exposants dans (1) les indices *absolus* des entiers correspondants dans (2). Les caractéristiques, qui sont des triples de la forme $\underline{a^a a^b a^c}$, se répartissent en colonnes de caractéristiques, cycliques par les exposants. Les colonnes de ces exposants, réduites mod 3, donnent les trois types possibles:

	0 0 0	
type I:	1 1 1	où les trois restes sont égaux,
	2 2 2	
	0 1 2	
type II:	1 2 0	où les trois restes sont différents,
	2 0 1	

[1] Nous entendons par a la valeur absolue du plus petit reste positif ou négatif de l'entier $\underline{a}$ (mod N).

$$\text{type III:}\quad \begin{matrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 2 & 0 & 0 \end{matrix} \quad \text{ou} \quad \begin{matrix} 0 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{matrix} \quad \text{où deux restes sont égaux.}$$

Cherchant une indication sur le nombre des systèmes de caractéristiques appartenant à $d = 3$, systèmes qui sont fournis directement par les colonnes du type II, nous avons été conduit à l'énoncé suivant, par sa nature même très plausible:

Soit les entiers $1, 2, \ldots, 3n$ dans l'ordre naturel. Soit la suite correspondante de leurs indices absolus $o, a, \ldots, i$. Nous réduisons ces indices mod 3. Dans la suite réduite, ainsi obtenue, chacune des 9 séquences possibles 00, 01, 02, 10, 11, 12, 20, 21, 22 doit tendre *à se présenter le même nombre de fois,* c'est-à-dire $\frac{3n-1}{9}$ fois, n augmentant indéfiniment. Il en résulte que les types I, II et III des colonnes réduites ci-dessus, doivent tendre à se présenter resp. $\frac{3n-1}{27}$, $\frac{2(3n-1)}{27}$, $\frac{6(3n-1)}{27}$ fois, N augmentant indéfiniment.

La concordance avec les nombres exacts, pour les trois types de colonnes, pour les premières valeurs de N est remarquable. Nous donnons ci-dessous les résultats pour le type II, c'est-à-dire *pour le nombre des systèmes caractéristiques appartenant à* $d = 3$, pour les N inférieurs à 200 et $N = 997$. Le nombre approximatif est l'entier le plus proche de la fraction $\frac{2(3n-1)}{27}$:

Pour $N =$	13,	19,	31,	37,	43,	61,	67,	73,	79,	97,	103,
nombre *exact:*	—,	1,	1,	1,	1,	2,	2,	3,	2,	4,	4,
nombre *approché:*	—,	1,	1,	1,	1,	2,	2,	3,	3,	3,	4,

109,	127,	139,	151,	157,	163,	181,	193,	199,	997.
4,	4,	4,	6,	5,	7,	7,	6,	7,	37.
4,	5,	5,	5,	6,	6,	7,	7,	7,	37.

4. E. Stiefel (Zürich). — *Ein Problem aus der linearen Algebra und seine topologische Behandlung.*

Gegeben seien p reelle quadratische n-reihige Matrizen $A^{(1)}, A^{(2)}, \ldots, A^{(p)}$ und p unabhängige reelle Variable $x_1, x_2, \ldots, x_p$. Ist die durch Linearkombination entstandene Matrix $A = x_1 A^{(1)} + x_2 A^{(2)} + \ldots + x_p A^{(p)}$ nur für das triviale Wertsystem $x_1 = x_2 = \ldots = x_p = o$ der Variabeln singulär, so heissen die Matrizen *linear unabhängig;* ist sogar A für alle nichttrivialen Wertsysteme der Variabeln orthogonal, so erzeugen unsere Matrizen eine *lineare Schar* orthogonaler Matrizen.

Unter $p'(n)$ verstehen wir die Maximalzahl linear unabhängiger n-reihiger Matrizen und unter $p(n)$ die Maximalzahl von n-reihigen Matrizen, die eine Schar orthogonaler Matrizen erzeugen. Die Bestimmung von $p(n)$ und $p'(n)$ ist das im Titel angekündigte algebraische Problem.

Das topologische Problem, das wir zur Lösung heranziehen, ist die Bestimmung der Maximalzahl $[p''(n) - 1]$ der linear unabhängigen stetigen Vektorfelder, die im $(n-1)$-dimensionalen reellen projektiven Raum konstruiert werden können. Die Verknüpfung zwischen diesen beiden Aufgaben wird durch die Ungleichungen $n \geq p''(n) \geq p'(n) \geq p(n)$ hergestellt.

Auf algebraischem Wege haben *A. Hurwitz* (Werke Band II, S. 565—571 und S. 641—666) und *J. Radon* (Hamburger Abh. Band I, S. 1—14) die Zahl $p(n)$ berechnet; falls man unter u die grösste in n aufgehende ungerade Zahl versteht, ergibt sich:

$$a)\quad p(n) = \frac{n}{u} \qquad \text{für } n \not\equiv o \pmod{16}.$$

$$b)\quad p(n) = p\left(\frac{n}{16}\right) + 8 \quad \text{für } n \equiv o \pmod{16}.$$

Auf topologischem Wege erhält man für $n \not\equiv o \pmod{16}$: $p''(n) = \frac{n}{u}$, also: $a^*)\ p''(n) = p'(n) = p(n) = \frac{n}{u}$ für $n \not\equiv o \pmod{16}$. Die durch 16 teilbaren Zahlen n entziehen sich bis jetzt der topologischen Methode.

Unter n_i (bzw. n_i', n_i'') verstehen wir alle Lösungen der Gleichung $p(n_i) = n_i$, bzw. $p'(n_i') = n_i'$, $p''(n_i'') = n_i''$.

Diese Zahlen sind von besonderem Interesse. Es zeigt sich nämlich, dass die n_i' die Ordnungen der (nicht notwendigerweise assoziativen) nullteilerfreien Algebren über dem reellen Körper sind, während die n_i die Ordnungen derjenigen unter diesen Algebren bedeuten, in denen die Normenregel gilt. Die Zahlen $(n_i'' - 1)$ sind die Dimensionen der parallelisierbaren projektiven Räume (vgl. Abh. der Schweiz. Naturf. Gesellschaft 1934, S. 270, Note 11). Aus *a)* und *b)* folgt das bekannte *Hurwitz*sche Resultat: $n_i = 1, 2, 4, 8$; als zugehörige Algebren kann man etwa die reellen Zahlen, die komplexen Zahlen, die Quaternionen und die Cayleyschen Zahlen wählen. Aus *a*)* folgt das vorläufige Resultat: $n_i' = 1, 2, 4, 8, 16\, m_j'$ und $n_i'' = 1, 2, 4, 8, 16\, m_j''$, wobei die m_j' und m_j'' unbekannte ganze Zahlen sind.

Den Herren Prof. *H. Hopf* und *G. Pólya* bin ich für Hinweise auf die bestehende Literatur und auf einige der angedeuteten Probleme zu Dank verpflichtet.

5. O. Spiess (Basel). — *Die wissenschaftliche Korrespondenz der Mathematiker Bernoulli.*

Der Ruhm Leonhard Eulers hat den der früheren grossen Basler Mathematiker etwas verdunkelt. Aber für den Historiker stehen die beiden Brüder Jakob und Johann Bernoulli um 1700 herum nicht weniger gewaltig da als 50 Jahre später der jüngere Euler. Sie waren lange Zeit die einzigen Mathematiker, die den neu entstandenen Infini-

tesimalkalkül von Leibniz ganz verstanden, und sie entwickelten in stetem Gedankenaustausch mit dem Erfinder und oft im Streit mit der Konkurrenz der Newtonschüler in England die grundlegenden Methoden der höheren Analysis. Johann Bernoulli hat noch das weitere Verdienst, durch Hunderte von Briefen mit den hervorragendsten Mathematikern seiner Zeit die neue Lehre verbreitet zu haben; für die Geschichte der Wissenschaft wie für die Kenntnis der handelnden Personen bildet diese Korrespondenz eine Quelle ersten Ranges. Merkwürdige Umstände haben nun bewirkt, dass diese Quelle bis zu unserer Zeit fast ganz ungenützt blieb. Zwar war der Briefwechsel mit Leibniz Anno 1745 noch zu Lebzeiten Johanns erschienen, und ein Jahrhundert später wurden die Briefe einiger Bernoulli mit dem Petersburger Kreis (Euler, Fuss, Goldbach) veröffentlicht, aber die grosse Masse, gegen 2000 Briefe, blieb verschollen, bis der Schweizer Astronom und Biograph Rud. Wolf nach jahrzehntelangen Bemühungen das Geheimnis lüftete. Es stellte sich heraus, dass die gesamte wissenschaftliche Korrespondenz Johann Bernoullis, vermehrt um die ebenfalls bedeutende der jüngeren Bernoulli, kurz vor 1800 von einem Enkel teils an die Stockholmer Akademie, teils an den Fürsten von Gotha verkauft worden war. An beiden Orten war sie unbenützt liegen geblieben, aber auch nach ihrer Entdeckung geschah wenig damit, so dass selbst ihre Existenz noch heute nur einem engen Kreis von Fachgenossen bekannt ist. Man muss es als eine Ehrenpflicht der Schweiz, speziell der Stadt Basel bezeichnen, diesen wissenschaftlichen Schatz endlich der Vergessenheit zu entreissen und der Öffentlichkeit zugänglich zu machen. Dies ist erfreulicherweise seit kurzem möglich geworden dadurch, dass ein Basler Mäzen, Herr Dr. Rudolf Geigy, der Basler Naturforschenden Gesellschaft ein Kapital von Fr. 30,000 zur Gründung eines Bernoulli-Fonds zur Verfügung gestellt hat. In ihrer Sitzung vom 19. Juni d. J. hat die genannte Gesellschaft die grossartige Stiftung entgegengenommen und den Vortragenden beauftragt, den wissenschaftlich wertvollen Nachlass der Mathematiker Bernoulli in würdiger Form herauszugeben. Nachdem so dem Unternehmen eine finanzielle Grundlage gesichert ist, dürfte die Verwirklichung in absehbarer Zeit zu erwarten sein. Über die weitere Entwicklung wird in einem spätern Zeitpunkt berichtet werden.

6. E. Trost (Zürich). — *Zur Strukturtheorie der einfachen Algebren.*

Durch die Sätze von Wedderburn wird die Struktur der halbeinfachen Algebren über beliebigem Grundkörper k auf die Struktur der Divisionsalgebren über k zurückgeführt. Für den Fall, dass k ein algebraischer Zahlkörper endlichen Grades ist, hat Hasse gemeinsam mit R. Brauer und E. Noether eine vollständige Lösung des Strukturproblems gegeben. Er hat gezeigt, dass jede normale Divisionsalgebra sich als verschränktes Produkt eines zyklischen Körpers mit seiner Gruppe darstellen lässt. Die Möglichkeit dieser Darstellung ergibt sich aus der Existenz von zyklischen Zerfällungskörpern n-ten Grades für jede normale Divisionsalgebra der Ordnung n^2. Der Existenzbeweis besteht in der Aufstellung eines Kri-

teriums für Zerfällungskörper und dem Nachweis, dass die Bedingungen durch zyklische Körper erfüllt werden können. Zur Formulierung dieses Kriteriums wird die Divisionsalgebra gleichzeitig über allen $\mathfrak{p}$-adischen Erweiterungen des Zentrums betrachtet; denn auf Grund des Normensatzes ist das Zerfallen in jeder $\mathfrak{p}$-adischen Erweiterung eines Körpers für das Zerfallen in diesem Körper selber notwendig und hinreichend.

Es soll versucht werden, an Stelle der unendlichen $\mathfrak{p}$-adischen Körper die endlichen Restsysteme nach Primidealen und Primidealpotenzen zu verwenden, mit deren Hilfe A. Speiser die Idealtheorie in maximalen Integritätsbereichen rationaler Algebren begründet hat. Beschränkt man sich auf den rationalen Körper als Zentrum, so kann man direkten Gebrauch von den Speiserschen Resultaten machen. Nimmt man noch das Brandtsche Zerlegungsgesetz für Zentrumsprimideale hinzu, das in diesem Fall aussagt, dass bei der Zerlegung einer rationalen Primzahl nur ein einziges Primideal auftritt, so ergeben sich folgende Verhältnisse: Eine Primzahl p, die die Diskriminante nicht teilt, bleibt unzerlegt, d. h. das Restsystem besteht aus der vollständigen Matrixalgebra n-ten Grades mit rationalen Resten mod p als Elementen. Mit Ausnahme der endlich vielen Diskriminantenteiler findet somit für alle p bereits im Grundbereich Zerfällung statt. Ist p Diskriminantenteiler, so lässt sich durch Erweiterung des Zentrums und des Integritätsbereiches das Radikal der Restalgebra wegschaffen. Die Diskriminante reduziert sich dabei um den Faktor p und kann so zu 1 gemacht werden. Es stellt sich hier das Problem, direkt nachzuweisen, dass die vollen Matrixalgebren allein die Diskriminante 1 haben, oder was damit gleichbedeutend ist, dass die Diskriminante einer echten Divisionsalgebra von 1 verschieden ist. Dieser Satz, der aus der Hasseschen Theorie gefolgert werden kann, zeigt, dass ein algebraischer Zahlkörper dann Zerfällungskörper einer normalen Divisionsalgebra ist, wenn er bei Reduktion die zur Erweiterung des Integritätsbereiches erforderlichen Galoisfelder liefert.

7. A. Weinstein (Cambridge). — *Eigenwertprobleme bei partiellen Differentialgleichungen vierter Ordnung.*

Kein Referat eingegangen.

8. F. K. Schmidt (Jena). — *Zur arithmetischen Theorie der algebraischen Funktionen.*

Kein Referat eingegangen.

9. A. Pfluger (Zug). — *Wachstum ganzer Funktionen.*

Es gehöre $G(z) = \sum_{0}^{\infty} a_n z^n$ der speziellen Klasse ganzer Funktionen vom Maximaltypus der Ordnung 1 an, für die

$$\overline{\lim_{r \to \infty}} \frac{\log M(r)}{r \log r} = 1, \qquad M(r) = Max \,|\, G(r e^{i\varphi}) \,|$$

ist. Die Funktion $\frac{1}{z \cdot \Gamma(z)}$, die auch zu dieser Klasse gehört, habe die Entwicklung $\sum_{0}^{\infty} \frac{z^n}{\lambda_n}$. Mittels der Entwicklungskoeffizienten λ_n wird der ganzen Funktion $G(z)$ eine im Unendlichen reguläre Funktion $g(z) = \sum_{0}^{\infty} a_n \lambda_n z^{-n-1}$ zugeordnet. Zwischen der Stützfunktion $k(\varphi)$ des kleinsten konvexen Bereiches, in dessen Aussenraum $g(z)$ durchwegs regulär ist, und dem Wachstumsindikator

$$h(\varphi) = \overline{\lim_{r \to \infty}} \frac{\log |G(re^{i\varphi})|}{r \log r}$$

der Funktion $G(z)$ besteht die Gleichung $h(\varphi) = k(-\varphi)$.