Zeitschrift: Verhandlungen der Schweizerischen Naturforschenden Gesellschaft = Actes de la Société Helvétique des Sciences Naturelles = Atti della Società Elvetica di Scienze Naturali

Herausgeber: Schweizerische Naturforschende Gesellschaft

Band: 119 (1938)

Vereinsnachrichten: Sektion für Mathematik

Autor: [s.n.]

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 15.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

1. Sektion für Mathematik

Sitzung der Schweizerischen Mathematischen Gesellschaft

Samstag und Sonntag, 27. und 28. August 1938

Präsident: Prof. Dr. W. SCHERRER (Bern)
Sekretär: Prof. Dr. P. BUCHNER (Basel)

1. KARL MERZ (Chur). — *Einseitige Vielflache mit Vorweisung von Modellen.*

Ausgehend vom Möbiusband, an Hand von Modellen, wird gezeigt, wie die Schwierigkeiten in der Darstellung einseitiger Vielflache vermieden werden durch den aus dem Heptaeder[1] und aus dem 15 Flach der „vier Würfel" ersehenen Polyedersatz von den Scheiteloktanten.[2] Dieses Verfahren für drei Schnittebenen[3] durch ein konvexes Polyeder lässt sich verallgemeinern für viele Schnittebenen und man gelangt zu Scheitelzellenpolyedern mit vielen Doppelstrecken und von hohen Zusammenhangszahlen. Dabei dient die Entwicklung von unendlichen Reihen von Polyedern, bei denen die Zusammenhangszahl in Ausdrükken ersten und zweiten Grades erscheint. Mittelst Netzkonstruktionen lässt sich ein ausgedehntes Anschauungsmaterial in Modellen herstellen für das weitere eingehende Studium dieser Vielflache. Für die Landesausstellung ist eine Auswahl solcher Modelle vorgesehen. Von besonderer Bedeutung ist, auf Einseitigkeit und Zweiseitigkeit dieser Vielflache einzugehen, die vorerst aus den Netzen entschieden werden, ob bei der Aufklappung durch Möbiusbänder sich Wendestrecken bilden. Das nächste Ziel ist aber, ohne Netz, aus der Anordnung der Flächen am Polyeder darüber zu entscheiden, wozu die Einteilung der Scheitelgebiete in Untergebiete führt. Damit gelangt man zugleich zu interessanten Zahlenreihen. Bei besonderen Polyederreihen kann die Zunahme der Zahl der Zellen als eine Art Wachstum berechnet werden. Überhaupt liegt ein Vergleich nahe mit der Entwicklung der Gebilde der Natur. Schliesslich führen die Grenzfälle der Vielflachreihen zur Frage nach der Raumdichte. Eine zusammenhängende Darstellung über die Scheitelzellenpolyeder ist in Vorbereitung zur Veröffentlichung.

---

[1] Commentarii Mathematici Helvetici, vol. 8, pag. 379, 1936 und vol. 10, pag. 1, 1937 und pag. 270, 1938.

[2] Einseitige Polyeder aus Oktanten. Sitzungsberichte der Preussischen Akademie der Wissenschaften. Phys.-math. Klasse 1937. II. S. 24.

[3] Einseitige Polyeder aus dem Tetraeder. Vierteljahresschrift der Naturforschenden Gesellschaft in Zürich. Jahrg. 83, S. 108, 1938.

2. H. Ramser (Zürich). — *Verallgemeinerungen der Steinerschen Fläche.*

Kein Manuskript eingegangen.

3. Louis Kollros (Zürich). — *Théorèmes de Géométrie.*

On démontre très simplement plusieurs théorèmes énoncés par Steiner et dont on n'a pas trouvé les démonstrations dans les manuscrits, en particulier les théorèmes relatifs aux coniques bitangentes à deux cercles (Oeuvres complètes, tome II, p. 445—468) et aux suites commensurables de cercles et de sphères (O. c., t. I., p. 160, 225 et 455—457, nos 80—83).

On indique la relation simple qui existe entre la congruence des tangentes à deux sphères et les quadriques qui leur sont circonscrites.

Voir « Commentarii Mathematici Helvetici », vol. 11.

4. Sophie Piccard (Neuchâtel). — *Les bases du groupe symétrique.*

Quel que soit le groupe d'ordre fini G, on nomme *base* de ce groupe tout système formé de k éléments de G qui engendrent ce groupe, alors qu'aucun système formé de $< k$ éléments de G ne peut l'engendrer. Pour tout nombre entier $n \geqq 3$, une base du groupe symétrique $\mathfrak{S}_n$ d'ordre $n\,!$ est composée de deux substitutions.

Nous avons démontré que le nombre total N de bases du groupe $\mathfrak{S}_n$ est un multiple de $\frac{n\,!}{2}$. D'autre part, nous avons établi plusieurs critères permettant de juger si deux substitutions données de $\mathfrak{S}_n$ constituent ou non une base de ce groupe. Voici les principaux de ces résultats :

Quels que soient les nombres entiers, dont l'un au moins est pair, $n > 2$ et k $(1 < k < n)$, les deux substitutions $S = (1\ 2 \ldots n)$, $T = (1\ 2 \ldots k)$ constituent une base du groupe $\mathfrak{S}^n$.

La condition nécessaire et suffisante pour que deux substitutions de la forme $S = (1\ 2 \ldots n)$, $T = (a\ b)$, où a et b sont deux nombres distincts de la suite $1\ 2, \ldots, n$, engendrent le groupe $\mathfrak{S}_n$ est que le plus grand commun diviseur $D\ (|a-b|, n)$ des deux nombres $|a-b|$ et n soit $= 1$.

Quels que soient le nombre entier $n > 2$, la permutation $a_1\, a_2 \ldots a_n$ des nombres $1, 2, \ldots, n$ et les trois nombres entiers i, j, k vérifiant les relations $1 \leqq k < n$, $1 \leqq i \leqq k$, $k + 1 \leqq j \leqq n$, la condition nécessaire et suffisante pour que les deux substitutions $S = (a_1\, a_2 \ldots a_k)$ $(a_{k+1}\, a_{k+2} \ldots a_n)$, $T = (a_i\, a_j)$, constituent une base du groupe $\mathfrak{S}_n$ est que $D\ (k, n - k) = 1$.

Quel que soit le nombre entier n de la forme $n = rk$ $(r > 1$, $k > 1)$, les deux substitutions $S = (1\ 2 \ldots n)$, $T = (1\ 2 \ldots k)$ $(k + 1$ $k + 2 \ldots 2\,k) \ldots ([r - 1]\ k + 1 \ldots rk)$ ne sauraient constituer une base du groupe $\mathfrak{S}_n$.

Quels que soient le nombre pair $n \geqq 4$ et les trois nombres entiers distincts a, b, c de la suite $1\,2, \ldots, n$, la condition nécessaire et suffisante pour que deux substitutions de la forme $S = (1\ 2 \ldots n)$, $T = (a\ b\ c)$ constituent une base du groupe $\mathfrak{S}_n$ est que $D\ (|a - b|, |b - c|, n) = 1$.

La condition nécessaire et suffisante pour que deux substitutions de la forme $S = (1\ 2 \ldots m)\ (m+1\ m+2 \ldots n)$, $T = (a,\ b,\ c)$, où n est un nombre impair $\geqq 3$ et a, b, c sont trois nombres entiers vérifiant les relations $1 \leqq a \leqq m < b < c \leqq n$, constituent une base du groupe $\mathfrak{S}_n$ est que $D\ (m,\ n - m,\ c - b) = 1$.

Quels que soient le nombre entier $n \geqq 5$ et les nombres entiers distincts a, b, c, d, e de la suite $1\,2, \ldots, n$, la condition nécessaire et suffisante pour que les deux substitutions $S = (1\ 2 \ldots n)$, $T = (a\,b\,c)\ (d\,e)$ constituent une base du groupe $\mathfrak{S}_n$ est que $D\ (|b - a|, |c - b|, |e - d|, n) = 1$.

Quel que soit le nombre entier $n > 3$, deux substitutions du second ordre et de degré n ne sauraient constituer une base du groupe $\mathfrak{S}_n$.

Quel que soit le nombre pair $n > 3$, il existe pour toute substitution circulaire S d'ordre n au moins une substitution circulaire T du même ordre et telle que S et T constituent une base du groupe $\mathfrak{S}_n$.

Quels que soient les nombres entiers $n \geqq 3$ et k $(1 < k < n)$, deux substitutions de la forme $S = (1\ 2 \ldots k)$, $T = (i\ i+1 \ldots k\ k+1 \ldots n)$, $(1 \leqq i \leqq k)$, constituent une base du groupe $\mathfrak{S}_n$, si l'un au moins des nombres k, $n - i + 1$ est pair, aux trois exceptions suivantes près : $S_1 = (1\ 2\ 3\ 4)$, $T_1 = (2\ 3\ 4\ 5\ 6)$; $S_2 = (1\ 2\ 3\ 4)$, $T_2 = (3\ 4\ 5\ 6)$; $S_3 = (1\ 2\ 3\ 4\ 5)$, $T_3 = (3\ 4\ 5\ 6)$.

5. Johann Jakob Burckhardt (Zürich). — *Bericht des Steiner-Schläfli Komitees.*

Die konstituierende Sitzung fand am 18. Juni 1938 in Zürich statt und wählte als Präsidenten Prof. L. Kollros, als Generalredaktor P.-D. J. J. Burckhardt. Prof. Kollros erstattete Bericht über die Steiner Manuskripte. In dem bis jetzt noch unveröffentlichten Nachlass von J. Steiner findet sich nichts, was für den Druck geeignet ist. Die Manuskripte sind geordnet und katalogisiert worden, ferner wurde ein Verzeichnis aller von Steiner gestellten Probleme angefertigt. Prof. W. Scherrer berichtet über den Nachlass Schläfli. Das Verzeichnis von Graf ist völlig ungenügend, und unsere erste Aufgabe ist eine Neuordnung und Katalogisierung. Burckhardt macht auf den grossen unveröffentlichten Briefwechsel aufmerksam. Neben dem Ordnen des Nachlasses dürfen wir die wissenschaftliche Weiterentwicklung der Schläflischen Ideen nicht aus dem Auge verlieren.

6. Johann Jakob Burckhardt (Zürich). — *Bemerkungen zu Schläflis „Theorie der vielfachen Kontinuität“.*

Um einen Begriff von Schläflis wissenschaftlicher Bedeutung zu geben, seien aus seinem Werke „Theorie der vielfachen Kontinuität“

drei Probleme herausgegriffen. 1. Mit Hilfe des Symboles $(k_1, k_2 \ldots k_{n-1})$ werden erstmals die regulären Polytope im R aufgestellt. Coxeter hat neulich in leichter Verallgemeinerung hiervon eine Theorie der gleichförmigen Polytope gegeben, die den besten elementaren Zugang zu Schläflis Theorie bildet. 2. Schläfli bestimmt die Anzahl der Stücke, durch die ein Polytope im R_n bestimmt sei, das von g Hyperebenen begrenzt ist, von denen h durch die erste Ecke, h' durch die zweite Ecke usw. gehen, zu $gn - (h - n) - (h' - n) - \ldots - \frac{1}{2} n (n + 1)$, was für ein Polyeder $(n = 3)$, das dem Eulerschen Satz genügt, die Kantenzahl ergibt, und folgert daraus, dass ein Polyeder durch seine Kanten gerade bestimmt sei. Das Parallelflach zeigt, dass Schläflis Behauptung in dieser Form falsch ist, und es ist eine ungelöste Frage, wieweit der schöne Gedanke von Schläfli verwertet werden kann. 3. Im Mittelpunkt des zweiten Teiles steht Schläflis schöne Entdeckung über das sphärische Simplex. Sein Differential lässt sich ausdrücken durch die begrenzenden Simplexe von um zwei niedrigerer Dimensionszahl und den zwischen diesen liegenden Winkeln. Den beiden Schläflischen Beweisen hat neulich H. Kneser einen dritten hinzugefügt, der auf einer Integraldarstellung beruht und durch seinen einfachen Grundgedanken überrascht. Aus Schläflis Grundformel ergibt sich leicht ein Beweis über die lineare Abhängigkeit der Schläflischen Funktionen in Räumen gerader Dimensionszahl, die in engem Zusammenhang mit Poincarés (1905) hierhergehörenden Untersuchungen steht. Für das Simplex auf der Kugel im R_3 wurde durch Coxeter die Schläflische Funktion mit der Lobatschewskischen in engen Zusammenhang gebracht mittels der Abelschen Ψ-Funktion. Hierdurch stellt sich die Frage, ob diese Zusammenhänge auch in höherdimensionalen Räumen gelten. — Diese wenigen Proben mögen zeigen, welcher reiche Schatz in Schläflis Werk verborgen liegt.

7. Emile Marchand (Zurich). — *Le programme scientifique du XIIme Congrès International d'Actuaires, Lucerne 1940.*

Le XIme Congrès International d'Actuaires qui a eu lieu à Paris en 1937 a désigné la Suisse pour l'organisation du XIIme Congrès en 1940. Sur la proposition du Comité d'organisation, le Conseil de direction du Comité permanent des Congrès Internationaux d'Actuaires a décidé l'examen des questions suivantes :

I. *Le calcul des probabilités dans le domaine de l'assurance.* — Quelles sont les hypothèses qui sont à la base des recherches actuarielles et dans quelle mesure l'emploi du calcul des probabilités et de la théorie du risque est-il justifié ? Comment les actuaires peuvent-ils utiliser les résultats théoriques et spécialement les derniers progrès réalisés ? Quelles confirmations les expériences tirées du domaine de l'assurance apportent-elles aux théories des probabilités et du risque ?

II. *La couverture des risques spéciaux dans l'assurance sur la vie.* — Les risques spéciaux dans l'assurance sur la vie exigent-ils le paiement de surprimes ? Dans quels cas, sous quelle forme et dans quelle

mesure ? Quelles observations récentes sur les risques spéciaux peuvent être communiquées au Congrès ?

III. *La valeur d'une assurance sur la vie en cas de résiliation du contrat.* — Dans quelles conditions et dans quelle mesure une assurance sur la vie a-t-elle une valeur au moment de la résiliation du contrat ou de la cessation du paiement des primes ? Quelles règles de calcul faut-il appliquer dans les différents cas qui peuvent se présenter ?

IV. *Les placements de capitaux dans l'assurance sur la vie.* — Quels sont les placements qui conviennent aux institutions d'assurances ? Quelles méthodes d'évaluation pour le bilan peuvent être recommandées et quelles sont les expériences faites en utilisant des cours mathématiques ? Comment la législation des divers pays influe-t-elle sur la politique de placement des institutions d'assurances ?

V. *Fondements et technique de l'assurance contre la maladie.* — Comment convient-il de définir les notions fondamentales indispensables au développement uniforme de la statistique et de la technique dans l'assurance contre la maladie, aussi bien sociale que privée, en distinguant dans l'une comme dans l'autre l'assurance des soins médicaux et pharmaceutiques de l'assurance d'une indemnité journalière ? Comment établir ou développer la technique et les bases statistiques de l'assurance contre la maladie ? Quelles sont les observations récentes sur la morbidité, fondées sur des notions bien définies, qui peuvent être communiquées au Congrès ?

VI. *Les extinctions anormales dans l'assurance sur la vie.* — Dans quelles conditions et dans quelle mesure les extinctions anormales ont-elles une influence sur le calcul des primes et des réserves mathématiques des différentes catégories d'assurances ? Dans quels cas est-il opportun d'en tenir compte ?

VII. *La couverture du risque de guerre dans l'assurance sur la vie.* — A quelles conditions et dans quelle mesure le risque de guerre peut-il être couvert par l'assurance sur la vie ? Si les prestations doivent être réduites en cas de décès par suite de la guerre, quels principes et quelles méthodes est-il opportun d'appliquer ? Quelle est la nature des moyens spéciaux à envisager pour couvrir le risque de guerre (primes spéciales, système de répartition, réserves de guerre, prélèvements sur les fonds de bénéfices), et jusqu'à concurrence de quel montant peuvent-ils intervenir ?

VIII. *Le développement des collectivités de personnes.* — Quels progrès est-il possible de réaliser dans la représentation mathématique et statistique du développement et de la structure des collectivités de personnes ? Quelles sont les méthodes à utiliser pour l'application pratique des résultats théoriques ?

IX. *Le calcul des dommages-intérêts à allouer en cas de perte ou de diminution du gain professionnel.* — Quelles méthodes et quelles bases techniques convient-il d'adopter pour le calcul des indemnités à allouer en cas de perte ou de diminution du gain professionnel? Quelles observations dans ce domaine peuvent être communiquées au Congrès ?

8. Emil Schubarth (Basel). — *Über normal-diskontinuierliche lineare Gruppen in zwei komplexen Variablen. II.*

Die konsequente Berücksichtigung der Dualität zwischen Punkten und analytischen Ebenen führt zu einer Ergänzung und Berichtigung der früheren Mitteilungen (diese Verhandlungen 1937, S. 91 f.). Der von Myrberg eingeführten Verschärfung der *eigentlichen* Diskontinuität zur *normalen* Diskontinuität entspricht dual eine Erweiterung. Wir nennen eine lineare Gruppe G *bedingt-diskontinuierlich* in einem Bereich A, wenn für jeden Punkt p von A folgendes gilt: zu jeder vorgelegten Normalfolge F aus G (die nicht nur die Identität enthält), lässt sich eine Umgebung $U(p)$ von p und in ihr ein Punkt q samt einer Umgebung $V(q)$ angeben, so dass bei der Ausführung der Transformationen von F nur endlich viele Bilder von $V(q)$ Punkte mit $U(p)$ gemeinsam haben. Den maximalen Bereich der bedingten Diskontinuität nennen wir den « Diskontinuitätsbereich » der Gruppe G. Wir betrachten nun eine lineare Gruppe G 1. Klasse in zwei komplexen Variablen. Die Diskontinuitätseigenschaften dualer Gruppen sind weitgehend voneinander unabhängig. *Notwendig und hinreichend für die normale Diskontinuität von G im Punkt p ist die bedingte* (nicht: die eigentliche) *Diskontinuität der induzierten Gruppe Γ in jeder Ebene ε_p durch p.* Die Verallgemeinerung der von Ford im Falle einer Variablen verwendeten isometrischen Gebilde sind *a)* in der Punktgruppe G: Projektivebenen (d. s. einparametrige Scharen analytischer Ebenen), mit je einer zugehörigen analytischen Ebene als „Achse"; *b)* in der induzierten Ebenengruppe Γ: Kreise, mit je einem zugehörigen Punkt als „Pol". Ein Häufungspunkt von Polen heisse ein Grenzpunkt von G, eine Häufungsebene von Achsen heisse eine Grenzebene von Γ. Nach geeigneter Koordinatenwahl lassen sich damit abgrenzen 1. der *Diskontinuitätsbereich* von G als der Bereich aller Punkte mit Ausnahme der Grenz*punkte* von G; 2. der *Normalbereich* von G als der Bereich aller Punkte ausserhalb der Grenz*ebenen* von Γ. Falls G und Γ normal-diskontinuierlich sind in einem Paar von inzidenten Elementen, so lässt sich ein *Fundamentalbereich* von G (und ebenso von Γ) für den zugehörigen Normalbereich konstruieren als Durchschnitt der Bereiche „ausserhalb" jedes isometrischen Gebildes von G (bzw. Γ). Die Theorie der isometrischen Gebilde ist ebenso durchführbar für normal-diskontinuierliche lineare Gruppen 1. Klasse in n Variablen.

9. Willy Scherrer (Bern). — *Dynamik im vierdimensionalen Zeitraum.*

Kein Manuskript eingegangen.