

# Sektion für Mathematik

Autor(en): **[s.n.]**

Objekttyp: **AssociationNews**

Zeitschrift: **Verhandlungen der Schweizerischen Naturforschenden  
Gesellschaft = Actes de la Société Helvétique des Sciences  
Naturelles = Atti della Società Elvetica di Scienze Naturali**

Band (Jahr): **136 (1956)**

PDF erstellt am: **10.07.2024**

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

## 1. Sektion für Mathematik

Sitzung der Schweizerischen Mathematischen Gesellschaft

Sonntag, den 23. September 1956

Vizepräsident: Prof. G. VINCENT (Lausanne)

1. H. R. SCHWARZ (Zürich). – *Zur Stabilität von Matrizen.*

2. J. FLECKENSTEIN (Basel). – *Bemerkungen zu einer Archimedeshandschrift «De Curvis Superficiebus» aus dem Basler Codex F II<sub>33</sub>.* – Kein Manuskript erhalten.

3. J. HERSCH (Zürich). – *Une méthode aux différences définie par une relation de récurrence.*

4. A. AEPPLI (Zürich). – *Modifikation komplexer Mannigfaltigkeit.*

5. A. CALAME (La Chaux-de-Fonds). – *Les relations caractéristiques des bases du groupe symétrique.*

6. JOHANN JAKOB BURCKHARDT (Zürich). – *Die astronomischen Tafeln von Al-Khwârizmî.*

Auf die Frage nach der Abhängigkeit der astronomischen Tafeln des Al-Khwârizmî (1) von der indischen Astronomie ist bereits der Herausgeber der Tafeln, H. Suter, eingetreten [siehe (1) S. VII–VIII, S. 32–33], neuerdings wird sie in (2) und (3) besprochen. Wir wollen im folgenden das Problem in bezug auf die mittlere Bewegung von Sonne, Mond und Planeten beantworten.

1. Länge des siderischen Jahres bei Al-Khwârizmî: In (1) finden wir in Tab. 115, S. 230, den Überschuss des siderischen über das ägyptische Jahr für 1, 2, ..., 10, 20, ..., 100 Jahre angegeben. Für ein Jahr beträgt er  $6^h 12^m$ , für 100 Jahre  $25^d 20^h 15^m$ . Hieraus ist ersichtlich, daß der genaue Wert für ein Jahr  $6^h 12^m 9^s$  beträgt, was genau mit dem in Graden angegebenen Wert von  $93^\circ 2' 15''$  übereinstimmt. Somit ist die siderische Jahreslänge  $365^d 6^h 12^m 9^s = 365; 15, 30, 22, 30$ . Denselben Wert gibt Brahmagupta im Brâhmasphuta-siddhânta (628 AD), siehe (1), S. 65, 103, 235; (2) S. 151.

2. Mittlere Bewegungen nach den Tab.4–18: Diese Tabellen geben die mittlere Bewegung pro 2, 4, ..., 60 Minuten, pro 1, 2, ..., 24 Stunden, pro 1, 2, ..., 30 Tage, pro 1, 2, ..., 30 Jahre, pro 30, 60, ..., 570 Jahre. Es handelt sich dabei um arabische Mondjahre zu 354 Tagen, eingeteilt in 12 Monate zu abwechselnd 30 und 29 Tagen. Unter 30 Jahren treten 11 Schaltjahre zu 355 Tagen auf. Die mittlere Bewegung wird stets in Graden, Minuten und Sekunden angegeben. Bildet man die Differenzentabellen, so findet man nicht durchwegs konstante Werte. Dieser Umstand verhindert es, die genaue mittlere Bewegung pro Tag zu berechnen. Will man daher die Angaben von Al-Khwârizmî mit den indischen Werten vergleichen, so muß man sie auf das indische System umrechnen. Die indische Astronomie gibt die Umdrehungszahlen pro Mahâyuga gleich 4320000 Jahre an, siehe (7). Die verschiedenen indischen Systeme unterscheiden sich sowohl in den Umdrehungszahlen wie auch in der Anzahl der Tage in einem Mahâyuga. Das angegebene System von Brahmagupta gibt 1577916450 Tage und somit die oben angegebene Länge des siderischen Jahres von 365; 15, 30, 22, 30. Die Umlaufszahlen lauten:

Mond .....	57 753 300	Mars .....	2 296 828,522
Merkur .....	17 936 998,984	Jupiter .....	364 226,455
Venus .....	7 022 389,492	Saturn .....	146 567,298

siehe (4), S.92; (5), S.232/240; (6), S.234/252; (8), S.16. Rechnen wir nun die Bewegung der Sonne in einem Mahâyuga aus. In den ersten 30 arabischen Jahren zu 10631 Tagen erhalten wir  $37^{\circ} 57' 3'' + 29 \times 360^{\circ}$ . Für 570 Jahre rechnet Al-Khwârizmî 12mal diesen Wert plus 7mal einen um eine Sekunde größeren Wert und erhält  $1^{\circ} 4' 4'' + 553 \times 360^{\circ}$ . In einem Mahâyuga ergeben sich hieraus 4319999,986 Umläufe, also 0,014 zuwenig. Eine Fehlerrechnung zeigt, daß, streng genommen, der Fehler höchstens 0,006 betragen dürfte. Eine Zusatztafel von zweiter Hand erweitert die ursprüngliche Tabelle auf 720 Jahre. Berechnet man die Umlaufszahl an Hand dieser erweiterten Tabelle, so erhält man einen Fehler von nur  $-0,004$ , also ein bestmögliches Ergebnis.

Entsprechende Berechnungen für den Mond und die übrigen Planeten lassen sich folgendermaßen referieren:

Mond: Unsere Berechnungen ergeben einen Fehler von  $-0,013$  bei Verwendung der Tabelle für 570 Jahre, einen solchen von 0,019 bei Verwendung der ebenfalls aus zweiter Hand auf 720 Jahre verlängerten Tabelle. Der zu erwartende Fehler beträgt 0,006.

Jupiter: Der Fehler beträgt 0,011, was von der Größe des zu erwartenden Fehlers ist.

Saturn: Der Fehler beträgt 2,032 gegenüber Brahmagupta. Al-Khwârizmî verwendete aber nicht diese Umdrehungszahl, sondern die von Alfazârî überlieferte von 146569,284, siehe (8), S.16. Ihr gegenüber beträgt der Fehler nur noch 0,05, was etwas über dem zu erwartenden liegt. Entsprechendes gilt für die Bewegung des Mondknotens.

Mars: Der Fehler beträgt  $-0,005$  und liegt innerhalb der Fehlergrenze.

Bei Venus beträgt der Fehler  $-0,05$ , bei Merkur  $-0,02$ , beide sind etwas größer als die zu erwartenden.

Zusammenfassend können wir sagen, daß die Jahreslänge, die Umdrehungszahl von Mond, Jupiter und Mars bei Al-Khwârizmî und Brahmagupta übereinstimmen, bei Venus und Merkur nur wenig differieren, während bei Saturn die Differenz über zwei Umdrehungen beträgt.

Wir glauben mit obigen Ausführungen einen neuen Beitrag zur Frage der Abhängigkeit von (1) von der indischen Astronomie zu liefern, siehe hierzu insbesondere auch die Ausführungen von Kennedy in (2) unter Zîj 28.

#### Literatur

- (1) Die astronomischen Tafeln des ... Al-Khwârizmî, herausgegeben von H. Suter. Danske Vidensk. Selsk. Skrifter (7), Hist.-fil. Afd. 3, 1 (Kopenhagen 1914).
- (2) E. S. Kennedy, A survey of Islamic astronomical tables. Trans. Amer. Philos. Soc., new series 46, part 2 (1956), p. 123–177.
- (3) O. Neugebauer and Olaf Schmidt, Hindu astronomy at Newminster in 1428. Ann. of sci., 8, 221–228 (1952).
- (4) John Bentley, A historical view of the Hindu astronomy, London 1825.
- (5) S. Davis, Asiatick Researches 2 (1807).
- (6) H. T. Colebrooke, Asiatick Researches 12 (1818).
- (7) B. L. van der Waerden, Diophantische Gleichungen und Planetenperioden in der indischen Astronomie. Vierteljahrsschrift Naturf. Ges. Zürich 100 (1955), S. 153–170.
- (8) Alberuni's India, by E. C. Sachau, Vol. II, London 1910.

7. PD METHÉE (Lausanne). — *Transformées de Fourier de distributions invariantes.*

8. H. LOEFFEL (Zürich). — *Beiträge zur Theorie der charakteristischen Funktionen stochastischer Verteilungen.*

9. SOPHIE PICCARD (Neuchâtel). — *Etude de la structure d'un groupe non libre à partir de certaines propriétés des relations caractéristiques liant un système donné d'éléments générateurs du groupe.*

Soit  $G$  un groupe fini ou infini non libre dont nous appelons multiplication la loi de composition, défini par un ensemble  $E$  d'éléments générateurs et une famille  $F$  de relations fondamentales qui les lie. Soit  $n$  un entier  $\geq 2$  et soit  $e$  un sous-ensemble fini de  $E$  formé des éléments  $a_1, \dots, a_m$ . Supposons que quelle que soit la relation  $f = 1$  de la famille  $F$ , son premier membre  $f$  qui est une composition finie d'un nombre fini d'éléments de  $E$  est de degré  $\equiv 0 \pmod{n}$  par rapport à l'ensemble ou par rapport à chacun des éléments de  $e$ . Nous disons alors que  $G$  jouit de la propriété  $P \pmod{n}$  par rapport à l'ensemble ou par rapport à chacun des éléments de  $e$ . Il est alors possible de répartir les éléments du groupe  $G$  en classes d'équivalence ayant la même puissance et pour lesquelles on peut définir une loi de composition commutative. On peut établir l'existence de sous-groupes distingués chez les groupes  $G$  jouissant

des propriétés susmentionnées. L'étude est particulièrement intéressante si le groupe  $G$  possède un système fini d'éléments générateurs et s'il jouit de la propriété  $P \pmod{n}$  par rapport à chaque élément d'un tel système. La plupart des résultats que nous avons établis dans le fascicule II du tome 35 (1956) du «Journal de mathématiques pures et appliquées», Paris<sup>1</sup>, pour les groupes d'ordre fini peuvent être étendus aux groupes ayant un nombre fini d'éléments générateurs.

On peut aussi se poser des problèmes plus généraux. Nous avons examiné le cas suivant. Soit encore  $G$  un groupe défini par un ensemble  $E$  d'éléments générateurs liés par une famille donnée  $F$  de relations fondamentales; soit  $k$  un entier  $\geq 2$ , soient  $n_1, \dots, n_k$   $k$  nombres entiers dont chacun est  $\geq 2$ , soient  $e_1, \dots, e_k$   $k$  sous-ensembles finis de  $E$  et supposons que quelle que soit la relation  $f = 1$  de la famille  $F$ , son premier membre  $f$  est de degré  $\equiv 0 \pmod{n_i}$  par rapport à l'ensemble ou par rapport à chacun des éléments de l'ensemble  $e_i$ ,  $i = 1, \dots, k$ . On peut dans ce cas généraliser les résultats mentionnés ci-dessus et établir de nombreux théorèmes relatifs à la structure du groupe  $G$ . En particulier il existe une très jolie méthode de décomposition des éléments de  $G$  en classes d'équivalence permettant de rechercher aisément les sous-groupes distingués de  $G$ .

Il est aisé de donner des exemples de groupes infinis jouissant des propriétés signalées. Soient par exemple  $A$  et  $B$  deux points d'un axe (espace  $E_1$ , soit  $a_1$  la symétrie par rapport à  $A$ , soit  $a_2$  la symétrie par rapport à  $B$  et soit  $a_1 a_2$  l'opération qui consiste à effectuer d'abord la symétrie par rapport à  $A$  puis celle par rapport à  $B$ . Avec cette loi de composition,  $a_1$  et  $a_2$  engendrent un groupe dénombrable caractérisé par les relations  $a_1^2 = 1$ ,  $a_2^2 = 1$  et ce groupe jouit de la propriété  $P \pmod{2}$  par rapport à chacun de ses deux éléments générateurs.

---

<sup>1</sup> Un problème de structure des groupes d'ordre fini.