Sektion für Mathematik

Autor(en): **[s.n.]**

Objekttyp: **AssociationNews**

Zeitschrift: **Verhandlungen der Schweizerischen Naturforschenden Gesellschaft. Wissenschaftlicher und administrativer Teil = Actes de la Société Helvétique des Sciences Naturelles. Partie scientifique et administrative = Atti della Società Elvetica di Scienze Naturali**

Band (Jahr): **150 (1970)**

PDF erstellt am: **13.07.2024**

13. Sektion für Mathematik

Sitzung der Schweizerischen Mathematischen Gesellschaft

Samstag/Sonntag, 17./18. Oktober 1970

Président: Prof. Dr ROGER BADER, 8, Grandes Ruelles, 2012 Auvernier
Secrétaire: Prof. Dr A. HAEFLIGER, En Trembley, 1197 Prangins

Auditoire A

1. J. GUENOT – *Les cycles de dimension 0 en géométrie analytique*

2. F. RONGA – *Les polynômes de Thom des singularités d'ordre 2*

3. J. BOECHAT – *Obstruction au lissage d'un plongement*

4. C. WEBER – *Immersions et plongements*

5. CH. GLAUS – *Mayer-Vietoris-Folgen*

6. E. EGLI – *Picard-Kategorien*

7. CH. WISSLER – *Singularitäten der Flächen mit konstanter negativer Krümmung im dreidimensionalen Raum*

Auditoire B

8. J. HERSCH – *Propriétés isopérimétriques de membranes sphériques homogènes*

9. M. MONKEWITZ – *Eine Verschärfung der isoperimetrischen Ungleichung von Szegö-Weinberger*

10. SOPHIE PICCARD (Neuchâtel) – *Les groupes de transformations périodiques des entiers rationnels* (résumé)

Soit n un entier rationnel ≥ 2 et soit Z l'ensemble des entiers rationnels. Une transformation périodique de période n des entiers rationnels (t.p.p. n) est une application bijective t de Z sur lui même, telle que $t(z+z'n)=t(z)+z'n$, $\forall$ les éléments z et z' de Z. Le produit de deux t.p.p. n est une t.p.p. n, l'inverse d'une t.p.p. n est une t.p.p. n, de sorte que l'ensemble G_{sn} de toutes les t.p.p. n des entiers rationnels, muni de la loi usuelle de composition des transformations, est un groupe multiplicatif. Ce groupe est dénombrable, transitif, imprimitif, non abélien, fondamental, il n'est pas cyclique mais il possède des couples de générateurs qui en constituent des bases. L'ensemble de ces bases est dénombrable et chacune d'elle est liée par un nombre fini de relations caractéristiques. Le groupe G_{sn} est composé. Parmi ses sous-groupes invariants figurent deux sous-groupes invariants maximaux A et A_1 dont l'un A contient un sous-groupe invariant abélien libre R, de rang n, maximal qui est aussi un sous-groupe invariant abélien libre de rang n de G_{sn}. Le groupe G_{sn} possède une infinité de la puissance du continu de suites de sous-groupes de la forme $G_0, G_1, G_2, \ldots$ telles que $G_0 = G_{sn}$ et que G_i est un sous-groupe invariant et maximal propre de $G_{i-1}, \forall_i = 1, 2, \ldots$

Une t.p.p. n peut être d'ordre fini ou infini. Si elle est d'ordre fini, elle se compose d'une infinité dénombrable de cycles dont chacun est d'ordre $\leq n$ et deux éléments d'un tel cycle ne font jamais partie d'une même classe de restes modulo n. Une t.p.p. n d'ordre infini contient au moins un et au plus un nombre fini de cycles d'ordres infini. Elle peut alors aussi contenir des cycles d'ordre fini, mais seulement en nombre infini. Le groupe G_{sn} possède aussi bien une infinité de sous-groupes d'ordre fini qu'une infinité de sous-groupes d'ordre infini. Soit S_n le groupe symétrique des substitutions des éléments 0, 1, ..., n—1. Tout sous-groupe d'ordre fini de G_{sn} est isomorphe à un sous-groupe de S_n. Par suite l'ordre de tout sous-groupe fini de G_{sn} est un diviseur de $n!$ et il en est de même de l'ordre de tout élément d'ordre fini de G_{sn}. Le groupe S_n est homomorphe au groupe G_{sn} et le groupe abélien libre R est le noyau de cet homomorphisme. Un problème délicat consiste à déterminer toutes les bases du groupe G_{sn} et les relations caractéristiques qui les lient. Ce problème est entièrement résolu pour le groupe G_{s2} et il l'est partiellement pour le groupe G_{sn}, $\forall$ l'entier $n \geq 3$. On peut répartir toutes les bases de G_{s2} en quatre classes, telles que toutes les bases d'une même classe sont liées par les mêmes relations caractéristiques. Les bases de l'une de ces classes sont liées généralement par trois et exceptionellement par deux relations caractéristiques alors que toutes les autres bases de G sont liées par deux relations caractéristiques seulement.

Une t.p.p.n t est bien définie par la donnée des nombres $t(0)$, $t(1)$, ..., $t(n$—1) qui présentent n restes différents modulo n. Si $t(l) = i_l + j_l n$ $(0 \leq i_l = n—1, j_l \in Z)$ on représente la t.p.p.n t par le symbole

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & \ldots & n—1 \\ i_0+j_0 n & i_1+j_1 n & \ldots & i_{n-1}+j_{n-1} \end{pmatrix}_n$$

Les quatre critères suivants permettent de déterminer toutes les bases du groupe G_{s2}. Pour que deux transformations de la forme $t = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2i & 1+2j \end{pmatrix}_2$, $t' = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1+2i' & 2j' \end{pmatrix}_2$ où $i, j, i', j' \in Z, j \neq — i, j' \neq —i'$, constituent une base de G_{s2} il faut et il suffit que $i = j \pm 1$ et que le p.g.c.d. de $i+j$ et de $i'+j'$ soit égal à 1. Les éléments d'une base de ce type sont liées par les relations caractéristiques $t'^2 t = tt'^2$, $(t't)^2 = (tt')^2$. Pour que deux t.p.p. 2 de la forme $t = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2i & 1+2j \end{pmatrix}_2$, $t' = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1+2i' & —2i' \end{pmatrix}_2$ où $i, j, i' \in Z, j \neq —i$, constituent une base de G_{s2} il faut et il suffit que soit $i = \pm 1, j = 0$, soit $i = 0$, $j = \pm 1$. Les deux éléments d'une telle base sont liés par les relations caractéristiques $t'^2 = 1$, $(t't)^2 = (tt')^2$. Pour que deux t.p.p. n de la forme $t = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1+2i & 2j \end{pmatrix}_2$, $t' = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1+2i' & 2j' \end{pmatrix}_2$, $i, j, i', j' \in Z, j \neq -i, j' \neq -i'$, constituent une base de G_{sn} il faut et il suffit que $i - j = i' - j' \pm 1$ et que le p.g.c.d. des nombres $i+j, i'+j'$ soit égal à 1. Les éléments d'une telle base sont liées par les trois relations caractéristiques $t^{2(i'+j')} = t'^{2(i+j)}$, $t^2t' = t't^2$, $t'^2t = tt'^2$, relations qui se réduisent à deux seulement si l'un des nombres $i+j, i'+j'$ est égal à $+1$ ou à -1 (on ne peut pas avoir simultanément $i+j = \pm 1$ et $i'+j' = \pm 1$ si t, t' est une base de G_{s2}). Enfin pour que deux transformations de la forme $t = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1+2i & 2j \end{pmatrix}_2$, $t' = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1+2i' & -2i' \end{pmatrix}_2$, où $i, j, i' \in Z, j \neq -i$, constituent une base de G_{s2}, il faut et il suffit que soit $i = i', j = -i' \pm 1$, soit $i = i' \pm 1, j = -i'$. Les éléments d'une telle base sont liés par les relations caractéristiques $t'^2 = 1$ et $t^2t' = t't^2$. Le groupe G_{s2} ne possède pas d'autres bases et il existe une infinité d'éléments de G_{s2} qui, dans leur ensemble, ne forment pas un groupe et dont aucun ne fait partie d'une base de G_{s2}. De tels éléments de G_{s2} sont dits non fondamentaux alors que les éléments de G_{s2} qui font partie d'une base au moins de ce groupe sont dits fondamentaux. La connaissance de l'une des quatre classes de bases de G_{s2} et des relations qui relient les deux éléments d'une telle base permet de déterminer tous les automorphismes de G_{s2}. Le groupe de tous les automorphismes de G_{s2} est dénombrable et G_{s2} possède aussi bien une infinité d'automorphismes intérieurs qu'une infinité d'automorphismes extérieurs. On a des résultats analogues pour le groupe G_{sn}, quel que soit l'entier $n \geq 3$. Le centre de G_{sn} est un groupe cyclique, dénombrable, quel que soit $n \geq 2$. Le sous-groupe commutateur de G_{s2} est également cyclique, il est engendré par la transformation $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}_2$ et il se compose de tous les éléments de la forme $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2i & 1-2i \end{pmatrix}_2$, $i \in Z$. Chaque élément du groupe commutateur de G_{s2} est le commutateur d'une infinité de couples d'éléments de G_{s2}. Le groupe commutateur du groupe G_{sn} n'est pas cyclique pour $n \geq 3$. La recherche des bases d'un groupe fondamental et des relations caractéristiques qui les lient est un problème difficile et laborieux. Pour traiter ce problème dans le cas du groupe G_{sn}, nous avons adapté les méthodes mises au point pour les groupes d'ordre fini à ce groupe dénombrable.

11. F. FRICKER – *Eine Beziehung zwischen der hyperbolischen Geometrie und der Zahlentheorie*

12. P. HOHLER – *Orthogonale lateinische Quadrate und affine Ebenen*

13. H. JORIS – *Über das Restglied der Idealfunktion in algebraischen Zahlkörpern*

14. O. BURLET – *Cobordismes de plongements*

15. M. KAROUBI – *K-théorie*

16. H. HERMES – *Unentscheidbarkeit und diophantische Gleichungen (Das zehnte Hilbertsche Problem)*