Zeitschrift: Studia philosophica : Schweizerische Zeitschrift für Philosophie = Revue suisse de philosophie = Rivista svizzera della filosofia = Swiss journal of philosophy

Herausgeber: Schweizerische Philosophische Gesellschaft

Band: 15 (1955)

Artikel: Introduction à l'étude du fondement psycho-linguistique des mathématiques de Gerrit Mannoury

Autor: Gagnebin, Samuel

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-883425

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 04.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Introduction à l'étude du fondement psycho-linguistique des mathématiques de Gerrit Mannoury[1]

par Samuel Gagnebin (Neuchâtel)

Objet de cet exposé

Dans l'école du dimanche où j'étais moniteur, un pasteur inspiré, en montant à la tribune, avait brusquement posé cette question aux enfants: «Qui a créé le monde?» Et comme quelques voix intimidées laissaient sortir le nom de Dieu, le pasteur, d'une voix forte, opposa un «non» à cette humble réponse. Puis il proféra: «C'est la Parole».

On peut faire des réserves sur les dons pédagogiques de ce pasteur qui mettait peut-être le trouble dans l'âme de ces enfants. Mais, au fond, avait-il tort? «Au commencement était le Verbe.»

Léonard de Vinci proclame à plusieurs reprises que la peinture est d'abord un *discours mental* et il fait la même réflexion concernant l'invention en mécanique, en géologie et en biologie. Personne ne songera à refuser à Léonard de Vinci un esprit créateur.

Le pouvoir créateur du verbe n'est pas l'objet de la linguistique. Cependant, cette science est amenée à étudier la formation du langage, sa vie et sa mort. Le champ de la linguistique est si étendu, les problèmes qu'elle envisage de résoudre sont si nombreux et si importants qu'on peut hésiter à s'y introduire, et le conférencier n'a aucun titre à faire valoir qui l'autoriserait à y pénétrer.

Ce n'est donc pas de linguistique que je vais vous parler.

La psychologie qui accompagne dans le titre le mot «linguistique», m'embarrasserait au même degré. La psychologie est devenue un monde presque sans borne et elle a diversifié ses méthodes d'une façon déconcertante. Je n'ai pas plus de titre à m'introduire dans la psychologie que dans la linguistique.

Ce n'est donc pas non plus de psychologie que je vais parler.

Voici mon simple propos. J'ai lu avec un grand intérêt, mais non sans éprouver de graves difficultés, la petite brochure de 50 pages qui

---

[1] Conférence présentée aux groupes neuchâtelois et genevois de la Société romande de philosophie.

présente la traduction française d'un article de M. Mannoury, publié en 1934, brochure qui a paru dans la Bibliothèque scientifique des Editions du Griffon à Neuchâtel en 1947, la traduction ayant été assurée par MM. L.Roelandt et A. Preissmann. Il s'agira pour moi de résumer l'ouvrage de M. Mannoury et d'essayer d'en apprécier les thèses.

Ainsi, je renonce à vous donner une vue d'ensemble sur les recherches faites en utilisant la méthode inaugurée par Mannoury, recherches contenues dans de nombreux articles et dans des ouvrages, d'auteurs divers, parus presque tous en hollandais ou en anglais. J'avoue donc une nouvelle faiblesse: Je ne suis pas plus historien que psychologue ou linguiste.

Le langage, on le répète souvent, est l'expression de la pensée. On donne ainsi au langage une extension considérable: une caresse, un coup de bâton, un signal routier, sont des expressions de la pensée et bien plus, comme le faisait remarquer Vinci, un outil, une machine quelconque, une œuvre d'art, une mélodie, une œuvre de charité, sont encore des expressions de la pensée, et combien parlantes. C'est bien avec toute cette étendue que M. Mannoury parle du langage, mais il ne va l'envisager que d'un point de vue déterminé.

Il va considérer le langage comme un acte de communication, ce qui va immédiatement relier le langage au but qui lui est assigné et relève de la psychologie, aussi bien qu'au geste qui l'accompagne et qui comprend le son proféré ou l'écrit que l'on adresse.

Le domaine envisagé ici est, à certains égards, plus large que la linguistique. A vrai dire, celle-ci, qui comprend la sémantique, pénètre aussi dans le domaine de la psychologie. Mais elle n'envisage que des significations générales, tandis que la psycho-linguistique peut entrer dans un domaine individuel et prendre, par exemple, pour domaine d'étude, le mensonge. Mais, de plus, elle considère surtout la langue comme une manifestation de la vie et va porter son attention sur les langages spécialisés du juriste, du savant, de l'artiste, etc. C'est du rôle de la langue dans la vie courante qu'elle s'occupe, bien plus que de la variété des langues, de leur structure particulière et parfois irréductible à d'autres, des échanges qu'elles font entre elles, de leur évolution, etc.

On peut immédiatement prévoir une objection: est-il possible d'étudier le domaine considéré en s'assurant les garanties de l'objectivité. Il faudra faire ici une première distinction parmi les nombreuses que nous serons conduits à établir.

Les faits envisagés sont universellement constatables et leur analyse est conduite de manière à offrir toutes garanties. Elle se sert pour cela d'une méthode empirique toute semblable à celle des sciences naturelles. Au contraire, la synthèse présentée sera sujette à discussion et M. Mannoury envisage qu'elle ne peut éviter une part de subjectivisme qui lui est d'ailleurs commune avec les théories physiques par exemple. C'est cette synthèse qui va nous intéresser au premier chef.

Langage de la chose et langage du moi actuel[1]

Le point de départ des études de M. Mannoury se trouve dans un article du *Mind*, datant de 1896, dû à Lady V. Welby, et qui l'a amené à distinguer, autant qu'il est possible de le faire, le langage du moi et le langage de la chose ou, si l'on veut, la terminologie psychologique et la terminologie physique.

Dans tout acte de communication, il y a, d'une part, celui qui parle et, d'autre part, celui auquel il s'adresse, l'*acteur* et l'*auditeur*. Tout de suite, on peut distinguer deux cas suivant l'importance donnée à l'auditeur et la satisfaction éprouvée par l'acteur. Si celui-ci veut faire partager un point de vue et persuader, le choix de l'auditeur aura une grande importance. S'il s'agit simplement de renseigner, de raconter, de décrire, le choix de l'auditeur diminue d'importance. L'exposé peut alors s'adresser à l'homme en général. Dans le premier cas, nous parlerons d'une *valeur émotive* (ou volitive) qui prédominera, dans le second cas, ce sera la *valeur indicative* qui prédominera.

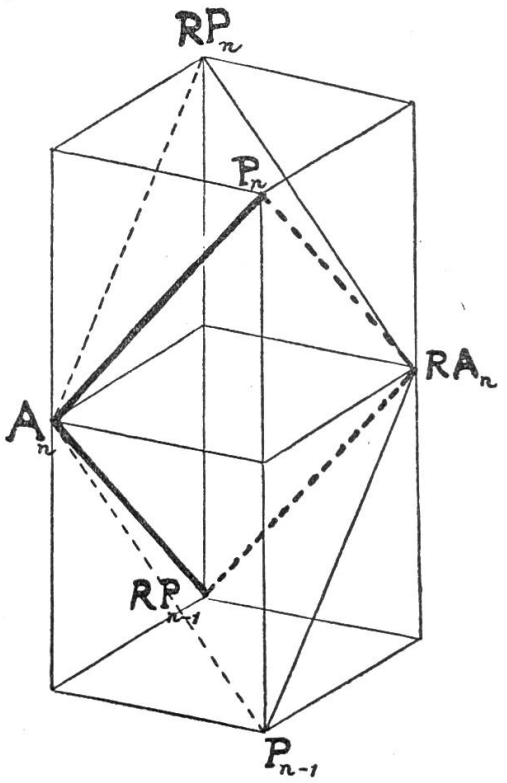
Dans le second cas, il y aura principalement une question de préparation de l'auditeur au langage qu'on veut employer et, sur cette voie, on va distinguer des *degrés linguistiques*. Avec ses collaborateurs, M. Mannoury en distingue cinq. Pour se faire comprendre en se plaçant à un certain degré linguistique, il faudra partir du degré immédiatement inférieur supposé connu. Les moyens linguistiques seront alors médiatement, c'est-à-dire déduits, ou immédiatement (mots fondamentaux) associés à des complexes psychiques non linguistiques. Les degrés sont les suivants: la *langue primitive* où chaque mot parle à l'intuition; la *langue expressive* où la syntaxe joue déjà un rôle, c'est-à-dire où les mots évoquent d'autres mots et où le prédicat est distingué du sujet; elle exprime surtout des états

---

[1] Le moi actuel est celui qui répond spontanément à une impulsion instantanée.

d'âmes. La *langue de communication usuelle* où les rapports syntaxiques sont l'essentiel. Les oppositions traditionnelles y sont presque bannies. C'est la langue du commerce ou des affaires. Elle peut être entièrement transcrite avec les caractères de l'écriture. La *langue scientifique* où la syntaxe repose sur des conventions ou des règles imposées: c'est la langue des décrets, des techniques et de la science au sens étroit du terme. Enfin, la *langue symbolique* où un système d'axiomes, de postulats, ou de propositions primitives fixe *a priori* les règles d'association de ces symboles. C'est la langue de la logique mathématique et de la partie des mathématiques, non appliquées, à laquelle on pourrait donner la forme pasigraphique. En se servant de cette langue symbolique, on ne peut influencer l'auditeur qu'en empruntant les langues de degrés immédiatement précédents, la langue scientifique ou la langue de communication usuelle. La langue symbolique tend à exclure le rapport à des significations.

Pour fonder la distinction du langage du moi et du langage de la chose, M. Mannoury a élaboré un schéma concernant des actes très spontanés comme celui de s'approcher du fourneau pour savoir s'il est chaud. Dans un cas aussi primitif, la différence *expérience-phénomène* sera réduite à la différence *essayer–éprouvé*, ou à celle *impulsion–*



sensation et il s'agira ici d'un passage *instantané*. L'impulsion sera la cause instantanée de la sensation. M. Mannoury considère alors l'acte du *moi actuel*, qu'il désigne par A, la sensation agréable qu'il appelle, l'*élément passif* et désigne par P et la sensation désagréable ou *élément re-passif* désigné par RP. J'explique ces différents cas en commentant le graphique construit par M. Mannoury.

Action: Traduisons en symboles l'acte suivant: j'ai froid et je vais me rapprocher du fourneau. C'est ce que M. Mannoury appelle le stimulant d'entrée qu'il note: $RP_{n-1} + A_n$. Je me rapproche en effet et j'ai chaud. Ce qui est noté: $A_n + P_n$.

C'est le stimulant de sortie. Ces stimulants sont représentés en traits forts sur le graphique.

Re-action: Pour accomplir l'acte précédent, il faut que je triomphe d'une inertie très petite (tension des muscles autagonistes) et c'est ce que M. Mannoury appelle re-action. Le stimulant d'entrée serait noté $P_{n-1} + RA_n$; RA représentant ici une impulsion contraire à l'impulsion A. Le stimulant de sortie serait alors noté $RA_n + RP_n$.

Ces impulsions sont marquées en traits fins.

Entrave: Mais il n'y a pas seulement l'action et la re-action. Il y a encore l'entrave (die Hemmung): Je me propose de m'approcher du feu, mais je vais me brûler d'où stimulant d'entrée: $RP_{n-1} - RA_n$; résultat: je me retire, d'où stimulant de sortie: $RA_n - P_n$.

Ceci est l'action contraire à la première et indiquée en traits discontinus forts ou faibles.

On peut énoncer des règles:

1° Pour le stimulant d'entrée, on passe de l'indice n-1 à l'indice n et A ou RA viennent en second dans l'opération symbolique de l'addition ou de la soustraction.

Pour le stimulant de sortie, l'action et la sensation étant simultanées, l'indice ne change pas; mais A et RA viennent en premier.

2° Les signes $+$ et $-$ ne jouissent, ni l'un ni l'autre, de la commutativité.

3° Si l'on substitue à la fois RA à A ou le contraire,
RP à P ou le contraire,
$+$ à $-$ ou le contraire,
entrée à sortie ou le contraire
on passe de l'action à l'action contraire (entrave).

Par exemple, aller se chauffer, se note: $RP_{n-1} + A_n + P_n$,
se retirer, se note: $RP_{n-1} - RA_n - P_n$.

Il y a un ordre de succession des indices qui se manifeste dans cette équation d'équivalence écrite par Mannoury (p. 26):

$$P_{n-1} - A_n + P_n = P_{n-1} + RA_n - P_n.$$

Si l'on interprète cette succession des indices comme une succession *dans le temps*, on parvient à ce résultat décisif de *décrire une expérience personnelle à la façon d'un phénomène.*

Je ne veux pas m'arrêter plus longtemps à ce schématisme. Je dirai seulement qu'en considérant des attentes ou intentions de divers degrés à la place des impulsions et, d'autre part, des souvenirs de divers degrés à la place des éléments passifs, M. Mannoury parvient à *traduire les phénomènes qui se déroulent devant l'esprit en termes d'expérience personnelle.*

On peut même aller plus loin et, en coordonnant quatre graphiques, montrer dans des expériences élémentaires qui se succéderaient, des *lignes de phènomènes* et des *lignes d'expériences personnelles* ordonnées dans le temps.

M. Mannoury s'oppose à ce qu'on voie ici plus qu'un essai utile pour l'analyse. C'est une synthèse où entre forcément une part d'arbitraire, mais qui a l'avantage d'introduire une terminologie capable d'établir la distinction entre le langage du moi actuel et le langage de la chose puis de faire apparaître le passage d'un langage à l'autre. Nous apprenons ainsi à distinguer, mais aussi à harmoniser les deux terminologies.

Sub-complexe physique et sub-complexe logique

Nous allons maintenant passer à des expériences moins élémentaires où il ne s'agira plus seulement du moi actuel, mais d'un moi plus général et c'est la langue vivante, avec ses divers degrés linguistiques à l'étude de laquelle nous allons nous attacher, toujours en cherchant à distinguer la terminologie du moi et la terminologie de la chose. Nous verrons alors s'introduire la logique, puis les mathématiques.

Je commencerai par analyser un exemple qui m'a été suggéré par M. van Dantzig dans une discussion que j'ai eue au huitième congrès de psycho-linguistique à Amersford en septembre 1952.

Dans un parterre de roses, j'en remarque une et je dis: «Cette rose est rouge.» C'est le langage de la chose. Mais, si je me pose la question de la vérité ou de l'objectivité de mon affirmation spontanée, je serai amené à passer au langage du moi et je me demanderai

d'abord comment je puis affirmer que la chose que je vois est une rose. J'éveillerai alors en moi une série de souvenirs sur les diverses sortes de roses que je connais et sur ce qui les distingue de l'églantine et je pourrai peut-être préciser mon affirmation: cette rose est une «Henri Meilland» parmi des «Madame Meilland». J'évoquerai ainsi un monde de souvenirs verbaux qui ont une certaine *stabilité* et des *relations* plus ou moins bien définies. Puis, je pourrai me poser des questions analogues sur la couleur rouge. Il y a une grande variété de teintes, du rouge orangé au rouge sombre. Je fais donc appel à une classification plus ou moins précise de mes sensations, ce qui me permet d'évoquer les souvenirs de ces sensations et de préciser mon affirmation en désignant la teinte du rouge que je constate.

Ainsi, dès que nous passons à la question de la vérité, nous faisons un acte de volonté, nous faisons intervenir le moi, très généralement désigné, et nous passons de la terminologie de la chose à la terminologie du moi en faisant appel à des cadres logiques.

Mais, supposons que je sois un physicien un peu maniaque et que je ne me contente pas de ma réponse pourtant réfléchie. Je devrai envisager l'avenir, me demander si j'ai l'occasion de passer au laboratoire avec une pétale de cette rose en main, pour y trouver une échelle des couleurs ou, au besoin, un spectroscope. Il faut ainsi que *je passe du but au moyen* et que, de l'attente et de l'intention (valeur émotive) dirigées vers *l'avenir*, je me tourne vers le *passé* évoquant des souvenirs se rapportant au monde extérieur (valeur indicative) pour trouver des *suites régulières de phénomènes* (tables des couleurs ou utilisation du spectroscope).

Nous avons ainsi marqué, à propos d'un exemple, comment nous pouvions passer du langage de la chose au langage du moi en faisant intervenir des cadres logiques liés à des souvenirs, verbaux ou autres, stabilisés; puis, de ce langage, déjà partiellement formalisé, au langage du savant qui se rapporte expressément à une démarche qui va *du but aux moyens* et qui comporte une intention, ou impulsion, tendue vers l'avenir ainsi qu'un rappel de régularités enregistrées dans le passé. Le recours aux régularités constatées est le seul moyen d'ancrer une relation causale dans le présent, comme le remarque L. E. J. Brouwer.

On peut remarquer que toutes ces démarches ressortissent du discours mental, comme disait Léonard de Vinci. Cela veut dire que je fais appel à ce que M. Mannoury nomme le complexe logique subconscient ou sub-complexe logique ainsi qu'au sub-complexe phy-

sique. Mannoury s'applique à nous montrer la formation et le rôle de ces deux sub-complexes logique et physique, liés à la langue.

En s'appuyant sur les travaux de deux auteurs hollandais, Mademoiselle Fr. Rombouts et M. J. van Ginneken (Nijmegen, 1919 et 1917), Mannoury va décrire leur formation.

Dès le berceau, on voit apparaître le retour régulier de mêmes sons, ou complexes de sons, en corrélation avec des situations déterminées. A la fin de la première année, ou dans la deuxième, période dite de balbutiement, on constate déjà plusieurs complexes de sons qui sont liés indépendamment et pour eux-mêmes. Il y a déjà comme une «réponse» à des «appels» et l'on peut parler d'un réseau très primitif d'associations d'images verbales, c'est-à-dire un début de formalisation. Ce serait la première apparition du sub-complexe logique.

Mais, d'autre part, les mouvements et les manifestations d'humeur se manifestent et se coordonnent avec des expériences et des observations visuelles ou tactilles de l'enfant et ces mouvements et humeurs sont indépendants de ses moyens d'expression rudimentaires. Il se crée graduellement une coordination dans l'espace et dans le temps, un réseau d'associations qui va permettre à l'enfant de saisir, de jeter, de mouvoir des objets et de déplacer volontairement des parties de son corps. Ce serait la première apparition du sub-complexe physique.

Au cours des années qui suivent, les sub-complexes logique et physique se constituent assez solidement. Bien qu'il y ait de grandes différences entre les individus, il y a des *analogies* assez étendues et ce sont elles qui permettent les actes de communication.

Les deux sub-complexes logique et physique se forment indépendamment l'un de l'autre. Il existe cependant des *ponts* qui relient l'un à l'autre ces deux complexes comme des rives distinctes d'un fleuve. Ces ponts sont des acquisitions empiriques à caractère subjectif et ils ne peuvent être étudiés que par analyse, celle-ci devant précéder tout essai de synthèse permettant une formalisation précise.

Ces ponts ne créent pas un parallélisme et les sub-complexes logique et physique ne sont en aucune façon la reproduction l'un de l'autre. Il y a cependant, entre ces deux sub-complexes, un trait commun dont l'importance apparaît de plus en plus fondamentale.

Signification des lois naturelles

Pour dégager ce trait, fixons un instant notre attention sur le sub-complexe physique.

Le robinet de ma baignoire est usé et laisse tomber une à une des gouttes dont le choc, au fond de la baignoire, émet un son que j'ai le malheur d'entendre de mon lit. D'abord, je n'y prête pas attention. Mais voici que tout à coup je me mets à compter ces gouttes qui tombent avec une régularité qui m'étonne et je me mets à les observer jusqu'à en être agacé, puis obsédé. Qu'est-ce qui se passe en moi? Il s'est produit une association: *souvenir d'observation-attente.* C'est cette attente qui, à la longue, est obsédante.

Et puis voici que le phénomène se transforme. En réfléchissant à ce qui se passe en moi, j'ai oublié le bruit des gouttes. Mais, tout à coup, les souvenirs de mes attentes me contraignent de nouveau à l'observation. C'est l'association: *souvenir d'attente-observation.*

Toutes les lois de la physique sont de ce type, c'est-à-dire qu'en dernière analyse, elles sont de nature psychologique. Un contenu objectif, au sens strict, c'est-à-dire un contenu indépendant de l'homme ne saurait être attribué aux lois de la nature. Elles ont tout de même la plus grande importance dans notre vie puisqu'elles facilitent le passage du but au moyen.

Il y a des degrés de stabilités dans les séries observées et qui donnent lieu à ces deux associations. Exemples: Le vendredi est un jour de malheur; la loi de la chute des corps; les lois topologiques de l'espace et du temps. Cette gradation de stabilité s'exprime dans le langage courant par les prédicats: nécessairement, probablement, improbablement, absolument impossible, etc. On a l'habitude de dire que les lois naturelles se vérifient toujours. Il faut cependant observer qu'en nous exprimant ainsi nous raisonnons *par exclusion des exceptions.* Si, par exemple, nous indiquons une route que nous connaissons bien à un automobiliste embarrassé, il se pourrait que la rue soit inopinément barrée. Il se peut que la machine d'Atwood, qui illustre la loi de la chute des corps, soit détraquée et la loi du vendredi jour de malheur se vérifie aussi *excipiendis exceptis.*

M. Mannoury observe encore qu'un acte de volonté considéré pour lui-même comme un événement isolé n'est pas, de ce fait, agrégé à une série régulière et qu'il n'y a donc pas de sens à le considérer comme libre ou déterminé. Ce n'est qu'en confrontant beaucoup d'actes de volonté qu'on pourrait reconnaître une régularité ayant les mêmes caractères qu'une loi naturelle. Il rappelle le mot de Federigo Enriques: «La liberté et le déterminisme ne sont pas contradictoires.»

Le trait signalé à propos des régularités physiques se présente aussi dans le langage plus ou moins formalisé. Dès que le langage se stabilise, vous retrouvez des séries régulières comme dans le sub-complexe physique, bien que ces séries soient généralement moins stables. Ces régularités donnent lieu aux mêmes associations: *observation–attente*, comme lorsque, conversant habituellement avec une personne, nous prévoyons d'avance sa réplique; *attente–observation*, comme lorsque entendant un discours, on attendait le mot qui est prononcé.

Sans doute les lois linguistiques ne sont pas des «lois naturelles» et la logique n'est pas une science naturelle. Il y a cependant une grande part d'observation dans le travail du logicien et «quand Aristote essaie d'énumérer les figures logiques, il faut interpréter son travail comme la formalisation synthétique des expériences qu'il a faites en analysant les habitudes linguistiques de ses contemporains».

Les régularités linguistiques s'observent particulièrement autour des petits mots: un, le, tous, et, ou, pas, non, etc., qui entrent dans d'autres suites régulières. C'est par leur moyen qu'on peut suivre le passage de la langue courante à la langue formalisée de l'arithmétique ou de la logique.

Par souci de brièveté, nous n'examinerons qu'un seul cas. M. Mannoury distingue *deux négations*. Quand nous disons: pas grand, pas permis, pas sale, pas propre, nous n'attribuons pas à ces mots une valeur émotive plus grande qu'en les remplaçant par une affirmation, nous servant des mots *contraires:* petit, interdit, propre, sale, etc. C'est ce que M. Mannoury appelle la *négation de choix;* c'est une «opposition» qui a une valeur indicative principalement. Mais quand nous disons: impossible, cela n'existe pas, cela ne s'est pas passé, nous employons des expressions dont la valeur émotive est évidente. Elles ont le caractère d'une *entrave*, d'un refus à l'égard d'éléments repassifs. M. Mannoury désigne cette sorte de négation en disant qu'elle est *exclusive*.

La double négation de choix exclut le tiers: ce n'est pas sale = le contraire de sale = propre.

La double négation exclusive exclut le tiers: il est exclu qu'il n'a pas été présent = il a été présent.

Mais la négation exclusive de la négation de choix n'exclut pas le tiers: il est exclu que ce soit sale, peut signifier: c'est propre, mais aussi ce n'est ni franchement sale ni tout à fait propre.

La négation exclusive s'est formalisée dans les formules comme: *a ou non a = tout*; *a et non a = rien.* Ce sont les principes du tiers exclu et de contradiction.

M. Mannoury apparente à cette négation exclusive des mots comme: infini, éternel, jamais, nécessité, réalité, mort, matière, moi, vide. Dans le langage courant, ces mots ont une valeur émotive indiscutable et même une valeur presque exclusivement émotive.

L'existence de ces régularités, aussi bien dans le complexe physique que dans le sub-complexe logique, va nous permettre de donner une interprétation psycho-linguistique à l'existence du monde extérieur et du monde intérieur. En effet, dans la vie quotidienne, le langage de la chose est intimément lié à des attentes immédiates et correspond à ce qu'on pourrait appeler «le concept de la réalité objective ou du monde physique extérieur» et les éléments actifs forment également un tout, sans doute moins bien délimité et qu'on pourrait appeler «la conscience de soi-même» ou «le concept de la réalité subjective» ou encore «le complexe du moi».

Mais revenons un instant au physicien et observons-le quand il s'attache à édifier une théorie. Il fait appel à ses connaissances antérieures qui peuvent s'exprimer par des mots et des propositions et font partie de son sub-complexe logique. Mais il se sert aussi du souvenir des expériences qu'il a effectuées et qui font partie de son sub-complexe physique. Des ponts se sont établis entre ces deux sub-complexes. Ceux-ci restent cependant distincts, si bien que le physicien prononce souvent des mots qui n'ont aucun rapport avec ses souvenirs d'expériences. Ainsi, il peut parler de «distance entre deux électrons» de «conservation de l'énergie», de «vide absolu». Il se sert aussi d'expressions mathématiques comme «limite» «nombre irrationnel» qui ne correspondent à aucun observable.

En somme, le physicien élabore une théorie, déduit et calcule en faisant ce qui devrait s'appeler une synthèse psycho-linguistique. Il est guidé par des souvenirs stabilisés de ses expériences suivant une ligne dictée par son sub-complexe physique; mais il emprunte aussi au langage ses formules mathématiques et ses procédés déductifs. Il est donc soutenu à la fois par son sub-complexe physique et par son sub-complexe logique.

Il en est encore ainsi du géomètre et du mécanicien. A première vue, on pourrait croire que d'Euclide à Weyl ou à Reichenbach, la géométrie a passé d'un état où les emprunts au monde physique

étaient évidents, les axiomes et postulats nombreux, à un état où les emprunts au monde physique se réduisent à des événements et des rapports, c'est-à-dire à des éléments psychiques réduits au minimum. Cependant, la géométrie, telle que la construisent les auteurs modernes, s'appuie sur des connaissances empiriques bien plus vastes que la géométrie d'Euclide. Celle-ci se fonde sur la connaissance du corps solide tandis que les conceptions de Weyl et de Reichenbach s'appuient sur des phénomènes bien plus complexes et embrassent «tous les phénomènes vitaux qu'on peut décomposer en éléments et en relations discernables et reconnaissables et présupposent donc une base beaucoup plus large que celle de la physique classique».

Une conception des mathématiques pures

Maintenant, et c'est le but dernier de son effort, M. Mannoury va porter son attention sur *les mathématiques pures*, c'est-à-dire sur la langue symbolique complètement formalisée et cela en appliquant le point de vue de la psycho-linguistique qui cherche à déterminer les éléments de signification indicatifs et émotifs. Dès l'Introduction de son exposé, l'auteur se fixe ce but dernier et, après avoir affirmé que les mathématiques sont une manifestation de la vie qu'il faut étudier dans ses relations avec d'autres phénomènes vitaux, il y distingue la forme extérieure, l'expression verbale, qu'il désigne par le *formalisme mathématique* et ce qu'il désigne par *l'intuition mathématique* et qui en est la forme intérieure, système des associations psychiques servant de base à leur représentation par des symboles. Il précise également la question qui se pose: quelles sont, demande-t-il, les raisons qui nous poussent à *pratiquer* les mathématiques et comment le faisons-nous? Il est possible, affirme-t-il, par gradation et systématisation successive, de déduire les mathématiques formalisées de systèmes d'expression plus généraux.

Enfin, pour bien situer le problème qui se pose ainsi, je rappelle l'épigraphe de la première partie de l'ouvrage: «un mot n'a de signification que dans la mesure où il est un acte». C'est donc de l'acte de communication du mathématicien pur qu'il va s'agir.

Chemin faisant, M. Mannoury caractérise ainsi son objet: l'acte de communication du mathématicien pur est indépendant de la personnalité des auditeurs ainsi que des circonstances qui, au contraire, entrent dans l'acte de communication du physicien.

Il faut aussi exclure des mathématiques pures toute attention aux possibilités d'application des matières exposées. Ceci circonscrit très étroitement le domaine envisagé par M. Mannoury.

Enfin, par méthode, le mathématicien pur ne se soucie pas de vérification expérimentale.

Sans atténuer en rien la portée de ces exclusions, M. Mannoury insiste sur le fait qu'il n'y a pas de séparation tranchée entre mathématique pure et mathématique appliquée, ni entre la langue formalisée et la langue courante. Les mots: démontrer, réfuter, déduire, sont empruntés à celle-ci et on ne réussit pas à en éliminer les éléments émotifs et volitifs qui caractérisent ce langage. Un effort comme celui de D. Hilbert suppose que la discipline sur laquelle il s'exerce pour l'axiomatiser a déjà atteint un degré de formalisation très avancé et que la construction synthétique ou axiomatique implique un choix arbitraire et pose une question d'opportunité. Une tentative de ce genre devrait s'appuyer sur une analyse psycho-linguistique.

Mais surtout, notre auteur insiste sur le fait que les formules simples des mathématiques pures ont un double caractère «linguistique» et «naturel». Dès le début de l'enseignement, on se sert du boulier compteur. La formule $1+1=2$ est en premier lieu l'expression d'une régularité linguistique. Son contenu empirique, auquel nous recourons en vérifiant de la main que nous avons bien notre paire de gants, ne saurait être examiné sans qu'on se serve mentalement de mots, puisque ce contenu empirique est précisément que chacun de nous remplace «un et un» par «deux». Ce contenu empirique recourt à la loi physique de la persistance des objets. Pour citer un tout autre exemple, la géométrie de Riemann a trouvé une application empirique depuis l'expérience de Michelson.

Voici maintenant la thèse fondamentale de la théorie synthétique de M. Mannoury: il y a des propositions en mathématique pure qui n'ont pas de correspondance dans le sub-complexe physique, ni dans la langue courante.

M. Mannoury prend pour exemple la théorie des ensembles infinis dans les mathématiques intuitionistes de Brouwer. Cette théorie repose sur l'existence de l'infini actuel et du vide. Ni l'une ni l'autre n'ont une correspondance dans notre complexe physique. D'autre part, la négation exclusive que cette existence comporte a, dans la langue courante, une signification émotive; celle-ci, par contre, est exclue dans le langage formel. Ainsi, l'infini et le vide n'ont, en mathé-

matique pure, qu'une signification formelle, ni indicative ni émotive ou volitive.

Ici, les mathématiques empruntant les mots de la langue courante, leur confèrent un sens nouveau, une signification purement formelle.

On sait qu'un système formalisé soulève la question de sa non-contradiction. On a examiné le problème dans le cas des géométries, de l'arithmétique, etc. Se pose-t-elle dans la théorie mathématique des ensembles infinis? Pour un ensemble fini, cette question a un sens, à savoir qu'il ne doit pas s'y rencontrer une formule du type $a = -a$, qui traduit le principe de contradiction a et non a = rien, en termes algébriques. Mais, pour un ensemble infini, la question n'a plus de sens car elle n'a pas plus de contenu linguistique empirique que la notion d'infini actuel n'a de sens physique. «Qu'il ne puisse y avoir de contradiction dans un système infini (système dont la formule de définition exige la négation absolue) n'est pas une question «non décidable»; ce n'est pas une question du tout.

«En s'affranchissant du principe du tiers exclu, Brouwer a ouvert aux mathématiques un domaine beaucoup plus étendu que celui de la logique classique; par conséquent, le système pasigraphique de Brouwer-Heyting, qui formalise la mathématique de Brouwer (dans la mesure du possible), est bien plus proche de la langue vivante que le système de Peano-Russell qui formalise la logique classique.»

M. Mannoury restreint le domaine des mathématiques pures aux moyens d'expression qui sont indépendantes des personnes et des circonstances et expriment plus ou moins des «suites mathématiques» au sens de Brouwer. Cette délimitation n'est d'ailleurs proposée qu'à titre d'exemple et dans le but de mettre en lumière la méthode, la méthode psycho-linguistique qu'il faudrait employer pour établir une délimitation générale et pour déduire de cette délimitation une construction des mathématiques. Mais, M. Mannoury constate qu'il n'existe pas de délimitation précise: «il est aussi vain de vouloir donner aux mathématiques une base unique, inébranlable, enracinée dans les tréfonds de l'esprit humain que de vouloir confectionner une corde ou un câble sans rouir le chanvre ou fondre le fer.» Cependant, l'examen de la langue et de la pensée confèrent aux fondements des mathématiques une plus grande unité et une plus grande simplicité.

En définitive, la langue est un moyen de communication. Un moyen n'a de signification comme tel que si un but est fixé. En particulier les formules mathématiques n'ont de sens que pour résoudre

un problème, pour donner une forme à une relation constatée ou imaginée, pour calculer le résultat d'une expérience que propose le physicien ou pour rattacher une observation à une théorie, pour faire entrer dans une théorie mathématique telles égalités dont se servent les théoriciens de la physique (ainsi la théorie des distributions de L. Schwartz). Les buts ne sont donc pas généraux, ils sont occasionnels ou accidentels. C'est le passage des buts aux moyens qui constitue les mathématiques. Mannoury formule cela en disant que le caractère mathématique d'une synthèse est une mesure de l'influence réciproque des moyens et des buts du langage. Il déclare encore «Les seules associations qui constituent les éléments de signification des actes de communication (intérieurs ou extérieurs) du mathématicien pur sont celles qui relient les images verbales, auditives, visuelles ou motrices aux impulsions instantanées du langage». Mais j'avoue ne pas comprendre clairement ce qu'il entend par *impulsions instantanées du langage*. Cela se réduit-il aux différences souvenir d'observations–attente et attente–observation qui se présentent dans les régularités linguistiques? Faudrait-il plutôt y voir le résultat de l'analyse (empirique) du langage d'où se dégage la constatation de régularités, comme le montre la logique d'Aristote et principalement sa liste des dix catégories. Pour le mathématicien, ce serait en particulier le résultat de l'analyse des parties déjà constituées des mathématiques? Mais il me semble que, dans ce second cas, Mannoury aurait utilisé le mot «spontanées» à la place de «instantanées». Peut-être ces deux interprétations se complètent-elles?

Mathématiques et valeur indicative

Bien que je ne sois pas certain d'avoir saisi jusqu'au fond l'intention et la pensée véritable de M. Mannoury, toujours très nuancée, je me permettrai d'examiner quelques propositions.

J'entends, dit-il, par signification (psycho-linguistique) d'un acte de communication les associations qui relient cet acte à des complexes psychiques déterminés des parties en cause, auteur et auditeur. Et il ajoute: la tâche primordiale de la psycho-linguistique est la détermination des éléments de signification indicatifs et émotifs (ou volitifs).

Or, à la question: que signifie $\frac{d \sin x}{dx} = \cos x$? Il ne voit pas de réponse, pas plus qu'à la question de savoir le but de «oui» ou de

«non», ou la signification des lettres *l* et *m*. On n'a recours aux formules mathématiques que lorsqu'elles peuvent servir à la description d'une constatation. Il ajoute ceci, qui est fondamental: nous négligeons le cas où l'on s'en sert pour les étudier. Le but de cette application est donc déterminé entièrement, non par la formule elle-même, mais par le rapport de l'acteur avec l'objet de ses spéculations.

Sans doute la signification d'un *moyen*, la formule, ne tient toute sa précision que du but que l'on poursuit et qui est variable et accidentel. La formule ne *servira* que le but une fois fixé. Mais le moyen tient-il *toute* sa signification du but fixé? Examinons le cas de la formule ci-dessus proposé.

La formule proposée par Mannoury ne peut être utile pour résoudre un problème que si, en même temps qu'on l'utilise, on sait que $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$, ou une formule équivalente, par exemple arc sin x sous la forme d'une intégrale algébrique. Ces formules permettent le développement en séries de Maclaurin des fonctions sin x et arc sin x, par conséquent le calcul des valeurs numériques de ces fonctions pour une valeur donnée de x. Il y a là tout un complexe psychique déterminé et par conséquent une signification, d'après la définition même de Mannoury. Ces relations ne sont pas nécessaires seulement à celui qui étudie ces fonctions, mais à celui qui les applique et veut calculer par leur moyen. Cela fait sans doute partie de cette analyse psycho-linguistique que Mannoury recommande constamment. Mais alors, ces formules ont, si ce n'est une signification complète dans l'acte de communication, du moins une signification par les relations à d'autres formules qui les accompagnent forcément dans l'esprit du mathématicien et forment ainsi des régularités linguistiques *indépendantes du but occasionnellement fixé.*

Mais, me dira-t-on, c'est précisément là la signification formelle des suites régulières des mathématiques pures. Je ferai remarquer que si on les interprète comme je viens de le faire, elles ont aussi une signification indicative qui les rattache à un domaine désigné dans notre cas par: les fonctions circulaires.

Ce domaine, pour être *construit*, n'en est pas moins *donné*. On peut en faire une sorte de description et prospecter le domaine dans toutes les directions. Encore une fois, cette prospection n'est pas utile à celui qui les apprend seulement, mais bien plus encore à celui qui s'en sert, c'est-à-dire qui passe du but aux moyens. J'ai donc beaucoup de peine pour ma part à séparer la signification purement formelle de la signi-

fication indicative, bien qu'il ne s'agisse pas ici d'une valeur indicative en relation avec le monde physique.

Je ne crois pas qu'il y ait simplement là une question de degré. Même en construisant un nouveau domaine des mathématiques, le mathématicien prospecte. Je n'ai pas pratiqué les mathématiques intuitionistes comme M. Mannoury qui a été un condisciple de Brouwer à l'université; mais le peu que j'en sais me permet d'affirmer qu'en construisant ses suites, Brouwer prospectait à partir de la suite des entiers et que, en construisant ses ensembles par des actes caractérisés de l'esprit, il «cherchait», comme on cherche une bague tombée dans la poussière, à insérer une infinité de nombres entre deux nombres rationnels donnés. Sans doute Brouwer ne veut pas faire d'emprunt au monde extérieur et il ne se laisse pas imposer la notion «extérieure» du continu; mais la notion même d'ensemble infini, toute formelle qu'elle soit, suppose qu'on *puisse* construire une infinité de nombres entre deux nombres rationnels donnés. Ce pouvoir de l'esprit est donc lui-même un donné qu'il s'agit de prospecter. En construisant ses suites libres, Brouwer découvre le pouvoir de l'esprit. Cette construction est en même temps une découverte[1]. M. Mannoury remarque fort bien que l'analyse précède la synthèse et qu'il n'y a pas de point de départ absolu de nos connaissances, il le dit éloquemment. Pour son compte, Brouwer déclare que les actes de l'esprit précédant la logique seraient, par exemple: d'isoler certaines parties d'une totalité donnée; de considérer certains donnés comme une totalité; de savoir ordonner dans le temps une série discrète d'événements. C'est se *donner* le pouvoir, non de compter seulement, mais de créer des ensembles infinis. Quand on affirme une possibilité on donne une valeur indicative à sa proposition.

Mais, s'il y a découverte et prospection du pouvoir de l'esprit, il y a acte de communication à signification indicative dans la construction des suites libres de Brouwer et pas seulement acte de communication de signification purement formelle, excluant les significations indicatives.

On pourrait dire, d'une façon sans doute un peu imagée, mais qui dévoile une caractéristique fondamentale de la création mathématique, que le mathématicien invente, construit et découvre à la fois des *structures* qui sont données et imaginées au même instant. Ces

[1] On invente les fractions, mais on découvre que telle fraction est plus petite qu'une autre et cela ne dépend pas de nous.

structures ont peut-être leur cause profonde dans la constitution de notre être tout entier, tant spirituel que physique et cérébral. Au Congrès international de philosophie des sciences de Zurich, auquel je viens d'assister, MM. J. Piaget et M. Monnier ont remarquablement mis en lumière la nature à la fois organique et mentale de structures qui seraient à l'origine de nos mathématiques.

Le verbe mathématique est créateur, comme le verbe poétique et comme le «discours mental» crée la musique, la peinture et la sculpture, d'après Léonard de Vinci. Mais sa création est aussi une découverte des régularités, des structures, des lois profondes, non de la langue seulement, mais de notre organisation statique et dynamique qui a permis au langage de se constituer. Il est vrai qu'en parlant ainsi je sors de l'empirisme strict que, par méthode, M. Mannoury observe dans l'analyse et je passe à une synthèse qui prête aux lois naturelles plus qu'une valeur psychologique, une signification dans une certaine mesure métaphysique, c'est-à-dire causale. D'ailleurs, c'est peut-être cette cause qui se cache sous les mots: impulsion instantanée du langage.

Si les considérations que je viens de faire sur les mathématiques ont quelque valeur, la distance entre le mathématicien pur et le physicien s'atténue encore. Si les mathématiques conservent une signification indicative, comme je le dis, même quand on peut les envisager comme une construction formelle très hardie et libre à l'égard des vérifications expérimentales et des possibilités d'applications empiriques, elles ne diffèrent pas, dans leur démarche, des créations théoriques du physicien. Un physicien, comme Einstein ou Planck, se laisse guider par son intuition physique et établit ce que M. Mannoury appelle des ponts entre son sub-complexe physique et son sub-complexe psychique. Mais cette intuition agit sur le physicien comme le sentiment qu'a le mathématicien pur des symétries ou d'une sorte d'harmonie qu'il découvre dans le monde de ses créations symboliques. L'intuition géométrique ou l'intuition arithmétique leur servent aussi parfois de guide même dans le domaine mathématique restreint que cherche à délimiter M. Mannoury. Ce n'est sans doute pas à un mathématicien intuitioniste qu'il faut le rappeler.

Le vide et l'infini du physicien

Enfin, est-il exact que le physicien ne puisse établir aucun pont entre les notions d'ensemble infini ou de vide et son expérience? On

peut dire que l'idée de vide a joué un rôle fort important dans l'histoire des théories physiques. Archimède déjà constatait qu'un corps n'a un poids défini que dans le vide. L'archimédien B. Pascal raisonne constamment en postulant l'existence du vide et ce n'est qu'à force de développer la technique du vide qu'on s'est aperçu que le vide constituait une limite inatteignable. On pourrait prétendre que le vide est une notion physique nécessaire au raisonnement du physicien comme tel et qui est impliqué même dans la constatation que le vide ne peut être atteint effectivement. Pascal le remarquait déjà. N'en est-il pas de même de la notion de limite? Nous savons bien qu'un physicien ne peut mesurer que des vitesses moyennes; que s'il veut mesurer l'énergie cinétique ou l'impulsion, l'une à l'énergie de choc, l'autre à une longueur d'onde, il ne peut que très approximativement fixer la vitesse en un point. Mais la notion de vitesse en un point, pour échapper généralement à une détermination empirique précise, et pour être du type des concepts mathématiques de point, de courbe, de surface, de mesure, de nombre et de limite, n'est-elle pas essentiellement une construction du physicien? Créée par Galilée, à la base de la mécanique newtonienne et avec elle origine de la notion de dérivée, fondamentale aussi dans la conception leibnizienne de la force vive, liée aux équations canoniques de la mécanique de R. Hamilton, essentielle à la théorie de la relativité et à la mécanique quantique (elle figure dans les quantités canoniquement conjugées), peut-on la considérer comme empruntée au langage mathématique? Or, une limite ne se conçoit clairement qu'à l'aide de la notion d'ensemble infini et de l'infini actuel.

Il me semble que les ponts qu'établit le physicien entre le sub-complexe physique et son sub-complexe logique sont plus nombreux et peut-être moins subjectifs aussi que ne semble l'entendre M. Mannoury. Je dis «me semble» car si la pensée de cet auteur est toujours très nuancée, elle s'exprime en un langage très concis et peut-être que les réserves que je fais ne lui apparaîtraient pas comme telles.

Conclusion

Quoi qu'il en soit de celles-ci, je crois à l'utilité et à l'importance de la distinction entre la terminologie du «moi» et la terminologie de la «chose» comme méthode d'analyse de la pensée et méthode de contrôle de nos propres démarches intellectuelles et pense que cette

méthode pourrait être utile, non au mathématicien ou au philosophe seulement, mais à l'éducateur, au juriste, à l'artiste. M. Mannoury l'a appliquée du reste à l'esthétique et à la morale. L'exposé de M. Mannoury, rappelons-le, date de 1934. Des remarques qui se rapprochent de celles que nous avons exposées se retrouvent à propos des thèses existentialistes.[1]

Dans une petite brochure, intitulée *La question vitale «A ou B»*, notre auteur montre que la logique d'Aristote s'applique à des classes nettes et déterminées, qu'elle est susceptible d'une formalisation complète qui a été réalisée par Peano, Russel et Whitehead. Aristote pense en termes finis et statiques. Ces classes conviennent particulièrement bien aux objets et au domaine de la physique classique, mieux qu'à notre monde intérieur. Au contraire, la logique de Brouwer-Heyting est moins rigide, elle laisse plus de liberté principalement en ce qui concerne l'infini. Elle ne peut se formaliser entièrement «les possibilités de la pensée n'étant pas réductibles à un nombre fini de règles préalables» (Heyting). Et c'est pour Mannoury l'espoir de voir naître une autre science: «la science de l'homme et de la vie».

Il est curieux de remarquer, avec M. Brice Parain[2], que Pascal opposait déjà à Descartes, qui voyait à la base des mathématiques des «natures simples» que l'on conçoit adéquatement, une vision des mathématiques rattachées à la langue, dont les fondements, pour certains qu'ils soient, ne sont pas entièrement *convaincants*. «Ainsi, dit Pascal, en poussant les recherches de plus en plus, on arrive nécessairement à des mots primitifs qu'on ne peut plus définir et à des principes si clairs qu'on n'en trouve plus qui le soient davantage pour servir à leur preuve. D'où il paraît que les hommes sont dans une impuissance naturelle et immuable de traiter quelque science que ce soit dans un ordre absolument accompli.» *(De l'esprit géométrique.)* Et le même Pascal avait aussi résolu de s'attacher à la science de l'homme.

Ce rapprochement me semble éloquent.

---

[1] Sans prétendre qu'il y ait filiation. Voir les pages 205, *seq.* dans la *Phénoménologie de la perception* de M. Merleau-Ponty (Paris, N.R.F. 1945). Par exemple: «La parole est un véritable geste et elle contient son sens comme le geste contient le sien.» p. 214.

[2] *Recherches sur la nature et les fonctions du langage* p. 6 N.R.F. Paris 1922.