

Ueber die Wassermessung durch Ueberfälle

Autor(en): **Stüssi, Heinrich**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Schweizerische Polytechnische Zeitschrift**

Band (Jahr): **9 (1864)**

Heft 1

PDF erstellt am: **08.08.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-10959>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ueber die Wassermessung durch Ueberfälle *).

Von

Heinrich Stüssi.

In jüngster Zeit ist von Professor Braschmann in Moskau eine neue Formel zur Berechnung der über einen Ueberfall fließenden Wassermenge aufgestellt worden, welche sich durch ihre Einfachheit zur praktischen Benutzung empfiehlt. Es war nur noch die Frage, ob diese Formel die Wassermengen mit für die Praxis hinreichender Genauigkeit darstelle, und zur Lösung dieser Frage hatte man eben die Formel auf die von ausgezeichneten Hydraulikern in grosser Anzahl ausgeführten Versuche anzuwenden und die Abweichungen der Ergebnisse der Formel von den Versuchsergebnissen zu bestimmen. Diese Vergleichung ist der Gegenstand der vorliegenden Arbeit. Bevor wir aber zur Darlegung der gefundenen Resultate übergehen, wird es gut sein, sich genauere Rechenschaft über das Hauptmoment aller Ueberfallformeln, über die Druckhöhe und ihre Bestimmung, zu geben, und dann noch in Kurzem die wichtigsten der bisher aufgestellten Formeln und die Grundsätze, auf denen sie beruhen, sich zu vergegenwärtigen.

1. Druckhöhe, Depression.

Die Druckhöhe ist das Ergebniss aller Pressungen, welche im Innern der Flüssigkeit vor dem Ueberfall stattfinden, und sie stellt sich dar als die Tiefe der Ueberfallsschwelle unter einem Punkt des Wasserspiegels vor dem Ueberfalle, in welchem das Wasser vollkommen ruhig liegt, oder, nach Dubuat, als Tiefe der Schwelle unter dem höchsten Punkt des Aufstaus vor dem Ueberfall, vermehrt um die Höhe, welche der dort dem Wasser innewohnenden Geschwindigkeit entspricht.

Der Wasserspiegel senkt sich bekanntlich dem Ueberfall zu, die Dicke des Wasserstrahls über der Schwelle ist beträchtlich kleiner als die gesammte Druckhöhe; diese Senkung beginnt an der Stelle, von welcher an das Wasser beginnt, im engern Sinn des Wortes, dem Ueberfalle zuzuströmen; es ist die Stelle, die wir nach Boileau und Andern mit »Anfangsquerschnitt« der Wasserader bezeichnen werden.

In diesem Punkte oder, genau genommen, unmittelbar

*) Im vorigen Jahre wurde der mechanisch-technischen Abtheilung des Schweiz. Polytechnikums von einem Freunde der Anstalt die Summe von 500 Frkn. zur Ausschreibung einer Preisaufgabe zur Verfügung gestellt. Die von der Lehrerconferenz gewählte Aufgabe verlangte die »Darlegung der verschiedenen Methoden der Bestimmung der Wassermengen in Flüssen und Kanälen, insbesondere der Wassermessungen durch Ueberfälle mit Berücksichtigung der neuesten hydraulischen Untersuchungen«.

Die von Herrn Stüssi eingereichte Arbeit, von welcher vorliegende Abhandlung ein Auszug ist, erhielt den ersten Preis.

vor diesem Punkte muss nach obiger Definition die Druckhöhe gemessen werden; es liegt derselbe je nach Umständen näher oder ferner vom Ueberfall; näher beim Ueberfall für kleine Druckhöhen bei derselben Ueberfallhöhe, und für dieselbe Druckhöhe näher beim Ueberfall unter Wasser, als beim freien Ueberfall. In allen Fällen können wir denselben 2^m bis 3^m vor dem Ueberfall annehmen. Die Messung besteht dann in einem genauen Nivellement.

Boileau wendet, nach Bidone's Vorgehen, zur Messung der Druckhöhe eine oben und unten offene Glasröhre an, deren unteres Ende bis fast auf den Boden des Gerinnes reicht und mit einem Pfropfen mit enger Oeffnung verschlossen ist, um die Schwankungen zu vermindern, die freilich dafür um so genauer beobachtet werden müssen. Diese Röhre wird stromaufwärts, etwa 1^m vom Ueberfalle entfernt, angebracht, und es gibt die leicht abzumessende Höhe der Wassersäule über der Schwelle sofort die Druckhöhe. Boileau vergleicht die durch Nivellement gefundenen Druckhöhen mit den Angaben der Röhren und findet, dass in den in der Praxis gebräuchlichen Fällen der Unterschied zwischen beiden zu vernachlässigen ist, dass aber für sehr kleine Ueberfall- und Druckhöhen die Differenzen merklich werden, so dass in diesen Fällen beide Messungen anzuwenden wären. Nach Boileau ist den Angaben der Röhren deshalb mehr Gewicht beizulegen, weil sie aus eben den innern Pressungen der Flüssigkeit hervorgehen, welche auch den Ausfluss durch den Ueberfall bedingen. Ich glaube, mich erinnern zu können, dass auch Francis in seinen »Lowell Hydraulic Experiments« die Messung der Druckhöhe durch Röhren als sehr genau empfiehlt.

Die Bestimmung der Druckhöhe durch ein Nivellement gibt nie so genaue Resultate, als wir sie in der Praxis brauchen, und erfordert, wenn auch nur einigermaßen grössere Genauigkeit erzielt werden soll, Instrumente, die nicht Jedem zu Gebote stehen, der Wassermessungen auszuführen hat. Diese Schwierigkeit führte Poncelet und Lesbros darauf, zu untersuchen, ob nicht vielleicht zwischen der leicht genau zu erhaltenden, mittlern Strahldicke über der Schwelle und der Druckhöhe eine bestimmte Beziehung bestehe. Nach langen, mühevollen Untersuchungen gelangten sie zu einer Reihe von Formeln, die für verschiedene Anordnungen des Ueberfalls diese Beziehung darstellen sollten. Es sind dieselben sammt ihrer Ableitung im 5. Band des »Ingenieurs« übersichtlich dargestellt, wesswegen wir sie hier nicht nochmals wiederholen wollen.

So grosses Vertrauen in die Einsicht dieser beiden Hydrauliker uns auch die ganze Untersuchung eingeflösst hat, und so unbedenklich wir auch diese Formeln als die-

jenigen verwenden würden, welche diese Verhältnisse richtig darstellen, so ist doch diesen Formeln ein Hauptvorwurf zu machen, der nämlich, dass sie ganz und gar unpraktisch sind. Welcher Ingenieur wird sich die Mühe nehmen, nach so verwickelten Formeln erst die Druckhöhe und dann vielleicht aus noch komplizirtern noch die Wassermenge zu berechnen?

Für die Praxis jedenfalls viel rationeller ist das Verfahren von Boileau, der Tabellen aufstellt, aus welchen für jeden Werth der Strahldicke, welche man direkt misst, ohne weiters der Werth $\frac{h}{e}$ und damit die Druckhöhe h abgelesen werden kann. Wir setzen diese Tabellen gleich mit her:

Ueberfall mit scharfer Kante, vertikal und senkrecht zur Kanalrichtung.

1. Freier Ueberfall.

Strahldicke e in der Ebene der Mündung.	Werthe von $\frac{h}{e}$ für verschiedene Werthe von e und folgende Ueberfallhöhen:													
	200 ^{mm}	250 ^{mm}	300 ^{mm}	350 ^{mm}	400 ^{mm}	450 ^{mm}	500 ^{mm}	550 ^{mm}	600 ^{mm}	700 ^{mm}	800 ^{mm}	900 ^{mm}	1000 ^{mm}	1100 ^{mm}
Millimeter.														
30	1.255	1.290	1.308	1.320	1.320	1.300	1.276	1.238	1.216	1.192	1.189	1.193	1.197	1.201
40	1.225	1.246	1.265	1.280	1.280	1.264	1.245	1.221	1.213	1.198	1.193	1.196	1.199	1.202
50	1.211	1.229	1.243	1.250	1.246	1.211	1.224	1.210	1.207	1.200	1.195	1.198	1.200	1.202
60	1.202	1.220	1.231	1.235	1.230	1.226	1.212	1.204	1.203	1.198	1.194	1.197	1.196	1.199
70	1.197	1.214	1.226	1.228	1.222	1.218	1.206	1.200	1.200	1.195	1.192	1.191	1.193	1.195
80		1.210	1.222	1.221	1.218	1.214	1.202	1.198	1.198	1.193	1.191	1.189	1.191	1.191
90		1.207	1.219	1.221	1.216	1.210	1.200	1.196	1.195	1.192	1.190	1.188	1.189	1.188
100			1.217	1.218	1.214	1.208	1.198	1.196	1.193	1.190	1.189	1.186	1.187	1.186
120			1.212	1.213	1.209	1.202	1.197	1.195	1.193	1.190	1.189	1.183	1.184	1.182
140				1.206	1.201	1.197	1.194	1.193	1.193	1.191	1.189	1.181	1.180	1.181
160					1.194	1.191	1.190	1.191	1.194	1.194	1.188	1.180	1.178	1.181
180							1.189	1.190	1.194	1.195	1.188	1.178	1.176	1.181
200								1.189	1.193	1.192	1.187	1.176	1.174	1.181
220									1.192	1.191	1.186	1.176	1.176	1.181
240									1.191	1.190	1.186	1.178	1.180	1.183
260									1.190	1.190	1.186	1.182	1.182	1.184
280										1.184	1.184	1.184	1.184	1.182
300										1.184	1.186	1.185	1.185	1.180
320										1.182	1.188	1.186	1.186	1.178
340										1.181	1.188	1.186	1.186	1.176
360										1.181	1.189	1.186	1.186	1.176
380										1.181	1.190	1.186	1.186	1.176

2. Ueberfall unter Wasser.

Strahldicke e in der Ebene der Mündung.	Werthe von $\frac{h}{e}$ für verschiedene Werthe von e und folgende Ueberfallhöhen:									
	200 ^{mm}	250 ^{mm}	300 ^{mm}	350 ^{mm}	400 ^{mm}	450 ^{mm}	500 ^{mm}	550 ^{mm}	600 ^{mm}	650 ^{mm}
Millimeter.										
60	1.239									
70	1.241									
80	1.239									
90	1.231	1.266								
100	1.223	1.258								
110	1.217	1.217	1.262	1.267						
120	1.211	1.238	1.253	1.258						
130	1.205	1.231	1.243	1.218	1.250					
140	1.200	1.224	1.234	1.240	1.242	1.244				
150	1.196	1.217	1.227	1.233	1.236	1.238				
160	1.192	1.211	1.222	1.228	1.231	1.234				
170	1.188	1.206	1.216	1.224	1.226	1.230				
180	1.186	1.202	1.212	1.219	1.222	1.226				
190	1.183	1.198	1.208	1.215	1.218	1.222				
200	1.182	1.195	1.204	1.211	1.215	1.218	1.223			
220	1.180	1.190	1.198	1.204	1.209	1.214	1.219			
240	1.178	1.187	1.193	1.199	1.204	1.210	1.215	1.221	1.226	1.229
260	1.177	1.184	1.189	1.195	1.200	1.207	1.211	1.216	1.221	1.225
280	1.176	1.181	1.186	1.192	1.196	1.203	1.207	1.212	1.217	1.223
300	1.174	1.179	1.184	1.189	1.194	1.200	1.205	1.209	1.215	1.220
320	1.172	1.177	1.182	1.186	1.191	1.197	1.202	1.207	1.212	1.217
340	1.170	1.174	1.179	1.183	1.188	1.194	1.199	1.204	1.210	1.216
360	1.168	1.172	1.176	1.180	1.185	1.191	1.197	1.202	1.209	1.215
380		1.169	1.173	1.176	1.182	1.188	1.194	1.200	1.207	1.213
400		1.167	1.169	1.173	1.179	1.184	1.190	1.197	1.203	1.210
420			1.167	1.169	1.175	1.181	1.187	1.193	1.200	1.205

Auf Grund dieser Tabelle gibt dann Boileau an, dass das Oberflächengefälle unabhängig von der Ueberfallbreite sei. Es wächst dasselbe in allen Fällen mit der Druckhöhe. Für dieselbe Druckhöhe und freien Ueberfall ändert sich das Oberflächengefälle mit der Ueberfallhöhe. Diese Veränderung ist merklich für kleine und mittlere Druckhöhen und Ueberfallhöhen kleiner als $0^m,60$; oder für grosse Druckhöhen mit allen Ueberfallhöhen: sie findet bald im einen, bald im andern Sinn statt.

Für dieselbe Druckhöhe und Ueberfall unter Wasser wächst das Oberflächengefälle mit der Ueberfallhöhe ziemlich gleichmässig.

Für dieselbe Druckhöhe und nahezu gleiche Ueberfallhöhen ist das Oberflächengefälle beim Ueberfall unter Wasser grösser als beim freien Ueberfall.

Boileau rath noch an, wo möglich sowol h als e zu messen, und seine Tabellen mehr zur Verifikation zu gebrauchen; jedoch glaubt er, dass sich nach den hier angeführten Tabellen aus der Strahldicke e die Druckhöhe h mit hinreichender Sicherheit ableiten lasse.

Man sieht, dass trotz der grossen Wichtigkeit dieses Theiles und trotz der besondern Rücksichten, welche alle Hydrauliker darauf genommen haben, derselbe noch nicht zu einem ganz befriedigenden Abschluss gekommen ist. Noch immer wissen wir nicht recht, wo die Druckhöhe gemessen werden soll und noch kennen wir das Verhältniss nicht, das zwischen dieser Druckhöhe und der mittlern Strahldicke besteht.

Für die Praxis ist diese Frage als gelöst zu betrachten. Die Angaben der Boileau'schen Röhren weichen von den Druckhöhen nach Poncelet's oder Dubuat's Definition um sehr kleine Grössen ab; zur Verifikation sind neben den Röhren die Tabellen zu gebrauchen; für kleine Ueberfall- und Druckhöhen, wie sie in der Praxis selten vorkommen, ist zur Sicherheit noch ein Nivellement vorzunehmen.

2. Ueberfalltheorien und Formeln.

Was nun weiter die Formeln zur Berechnung der über einen Ueberfall fliessenden Wassermenge betrifft, so sind deren von verschiedenen Hydraulikern schon eine grosse Anzahl aufgestellt worden. Dieselben beruhen entweder auf den Hypothesen der vollkommenen Beweglichkeit der Flüssigkeitselemente, der Continuität des Strahls und dem Parallelismus der Flüssigkeitsfäden, oder auf der Hypothese, dass beim Ausfluss kein Arbeitsverlust stattfindet, oder darauf, dass auf diesen Ausfluss das Princip der kleinsten Wirkung angewandt werden dürfe, oder sie sind endlich ganz empirisch.

Zu den Formeln der ersten Art gehört die gewöhnliche Ueberfallformel:

$$I. \quad Q = \frac{2}{3} bh \sqrt{2gh} \text{ wo } b \text{ die Ueberfallbreite ist,}$$

auf deren Ableitung wir nicht weiter eingehen wollen. Weisbach gibt für Poncelet'sche Ueberfälle dazu empirisch die Coefficienten:

$$\mu = \left[1 + 1,718 \left(\frac{bh}{b_1 h_1} \right)^4 \right] \mu_0$$

wo b Breite, h Druckhöhe des Ueberfalls, b_1 Breite und h_1

Tiefe des Reservoirs, sowie μ_0 der Ausflusscoefficient, den Poncelet'schen Versuchen gemäss ist. Für Ueberfälle über die ganze Wand soll man aber setzen:

$$\mu = \left[1,041 + 0,3693 \left(\frac{h}{h_1} \right)^2 \right] \mu_0$$

Auf denselben Hypothesen beruht auch die Formel für gewöhnliche Mündungen:

$$II. \quad Q = \frac{2}{3} b \sqrt{2g} \left(h^{3/2} - h_1^{3/2} \right)$$

die ebenfalls für Ueberfälle angewandt wird, wo dann h die Druckhöhe, h_1 die Depression in der Ebene der Mündung bezeichnet.

Diese Formeln gelten nur unter der Annahme, dass der Mündungsquerschnitt gegen den Reservoirquerschnitt zu vernachlässigen sei, oder was auf's Gleiche herauskömmt, das Wasser vor dem Reservoir ruhig liegt. Strömt aber das Wasser mit einer gewissen Geschwindigkeit c dem Ueberfall zu, so ist die Druckhöhe um die dieser Geschwindigkeit entsprechende Höhe zu vermehren, so dass sich dann vorige Formel schreibt:

$$III. \quad Q = \frac{2}{3} b \sqrt{2g} \left[\left(h + \frac{c^2}{2g} \right)^{3/2} - \left(h_1 + \frac{c^2}{2g} \right)^{3/2} \right]$$

Weisbach setzt darin $h_1 = 0$ und erhält:

$$IV. \quad Q = \frac{2}{3} b \sqrt{2g} \left[\left(h + \frac{c^2}{2g} \right)^{3/2} - \left(\frac{c^2}{2g} \right)^{3/2} \right]$$

oder angenähert:

$$V. \quad Q = b \sqrt{2gh} \left[\frac{2}{3} h + \frac{c^2}{2g} \right]$$

Die Hypothese, dass der Ausfluss ohne Arbeitsverlust stattfindet, führt auf die Formel:

$$VI. \quad Q = bh \sqrt{\frac{2gh}{1 - \left(\frac{F}{F_0} \right)^2}}$$

für eigentliche Mündungen; wo F der Ueberfall-, F_0 der Reservoirquerschnitt. Die Ableitung derselben ist zu bekannt, als dass wir sie wiederholen sollten.

Boileau wendet diese Formel auch für Ueberfälle an. Er betrachtet dazu den Anfangsquerschnitt des Wasserstrahles; da er nur Ueberfälle über die ganze Wand behandelt, so ist der Querschnitt dieses Schnittes sofort gleich bh . Legen wir durch die Ueberfallsschwelle eine horizontale Ebene, so theilt diese die Wasserader in zwei Theile von wesentlich verschiedener Wirkung. Im untern Theil steigen die Wassertheilchen gegen diese Ebene auf; im obern Theil wirkt die Schwere als bewegende Kraft, um die anfängliche lebendige Kraft zu vermehren. Will man also den Ausfluss durch Ueberfälle über die ganze Wand ansehen als Ausfluss durch Mündungen über die ganze Wand, so muss man diesen Ausfluss als unter Wasser mit der Druckhöhe h_1 , hier der Depression des Ueberfalles stattfindend, sich denken; so wird den verlorenen Kräften des untern Theils Rechnung getragen. Führen wir diess in obige Formel ein, so ist zu setzen $F = bh$, $F_0 = b(R + h)$, wo R die Ueberfallhöhe, $h = h_1$, so dass dann die Wassermenge pro 1 Sekunde:

$$\text{VII. } Q = bh \sqrt{2g \frac{h_1}{1 - \left(\frac{1}{1 + \frac{R}{h}}\right)^2}} = bh \sqrt{2gH}$$

Diess schreibt sich auch:

$$\text{VIII. } Q = \frac{R+h}{\sqrt{(R+h)^2 - h^2}} \sqrt{1 - k} \cdot bh \sqrt{2gh},$$

woraus sich das Gesetz des Coefficienten der alten Formel ergibt, da sich der erste Faktor auf den Einfluss der Druck- und Ueberfallhöhe, der zweite auf die Form und Natur der Flüssigkeitsoberfläche bezieht. Der Faktor $\sqrt{1-k}$ ist im Allgemeinen nicht konstant; er lässt sich für nicht ganz genaue Rechnung gleich 0,417 setzen, so dass z. B. für englisches Mass:

$$\text{VIII}^a. \quad Q = 3,3455 \frac{R+h}{\sqrt{(R+h) - h^2}} \cdot bh^{3/2}.$$

Eine rein empirische Formel gibt uns Francis in seinem oben angeführten Werke; er setzt:

$$\text{IX. } Q = C(l - bn)h^a$$

wo C ein konstanter Faktor, l die Ueberfallbreite, b ein konstanter Coefficient, n die Anzahl der Seitenkontraktionen, die bei breiten Ueberfällen die Wassermenge vermindert, h die ganze Druckhöhe über der Schwelle, a ein konstanter Exponent.

Francis bestimmt die Konstanten auf Grund seiner Versuche und findet: (für englisches Mass)

$$\text{IX}^a. \quad Q = 3,33(l - 0,1nh)h^{3/2}$$

Bei genauerer Rechnung ist statt der wirklich abzumessenden Höhe h eine um die Geschwindigkeitshöhe korrigirte Druckhöhe einzuführen, deren Ausdruck:

$$h_2 = \left[\left[h + \left(\frac{Q}{F}\right) \cdot \frac{1}{2g} \right]^{3/2} - \left[\left(\frac{Q}{F}\right) \cdot \frac{1}{2g} \right]^{3/2} \right]^{2/3}$$

wo Q die Ausflussmenge pro Sekunde und F der Querschnitt an der Stelle, wo die Druckhöhe abgenommen wird. Für wehrartige Ueberfälle setzt Francis, ebenfalls empirisch auf Grund seiner Versuche:

$$\text{X. } Q = 3,01208 l h^{1,53}$$

Von hauptsächlichlicher Wichtigkeit für uns ist hier diejenige Ueberfallformel, die daraus hervorgeht, wenn man annimmt, dass die über einen Ueberfall strömende Wassermenge dem Princip der kleinsten Wirkung folgt. Navier war es, der in seinen Anmerkungen zur »Architecture hydraulique« von Belidor zuerst diese Annahme machte.

Bei der Ableitung der Formel I stösst man auf folgenden Ausdruck für die mittlere Geschwindigkeit des ausfließenden Wassers:

$$v = \frac{2}{3} \sqrt{2g} \left(\frac{h_2^{3/2} - h_1^{3/2}}{h_2 - h_1} \right).$$

Die entsprechende mechanische Wirkung ist:

$$Q \gamma \frac{v^2}{2g} = \frac{8}{27} b \sqrt{2g} \frac{(h_2^{3/2} - h_1^{3/2})^3}{(h_2 - h_1)^2} \cdot \gamma.$$

Diese Wirkung ist für verschiedene h_1 verschieden; für ein gewisses h_1 ein Minimum. Da nun nach dem Princip der kleinsten Wirkung die Bewegung dem Minimum der mechanischen Wirkung entspricht, so können wir annehmen, dass sich der Wasserspiegel in der Ebene der Mündung wirklich um den dem Minimum entsprechen-

den Werth von h_1 senkt. Es folgt, wenn man den ersten Differentialquotienten nach h_1 wirklich gleich Null setzt:

$$5 h_1^{3/2} - 9 h_1 h_2^{1/2} + 4 h_2^{3/2} = 0$$

woraus sehr nahe:

$$h_1 = 0,2753 h_2.$$

Die Dicke des Wasserstrahls über der Ueberfallsschwelle ist demnach: $(1 - 0,2753) h_2 = 0,7247 h_2$ d. h. ein wenig mehr als $\frac{7}{10}$ der statischen Druckhöhe.

Das pro 1 Sekunde ausfließende Flüssigkeitsvolumen folgt dann:

$$Q = \frac{2}{3} b \sqrt{2g} (h_2^{3/2} - (0,2753)^{3/2} h_2^{3/2}) = \frac{2}{3} b \sqrt{2g} (1 - 0,1444) h_2^{3/2}$$

und setzen wir $g = 9^m,8088$ und für h_2 wieder h , so ist:

$$\text{XI. } Q = 2,5261 b h^{3/2}.$$

Professor Braschmann findet, dass die Ableitung dieser Formel fehlerhaft sei, woraus sich dann auch erkläre, warum dieselbe mit den Erfahrungen nicht übereinstimmt.

Ungenau ist, dass Navier die mechanische Wirkung in Bezug auf eine mittlere Geschwindigkeit nimmt, statt die Summe der lebendigen Kräfte aller Elemente in Rechnung zu ziehen. Nach dem Princip der kleinsten Wirkung muss ferner nicht das Differential dieser mechanischen Wirkung, sondern die Summe aus den Differentialen der lebendigen Kräfte und der Summe aller statischen Momente gleich Null gesetzt werden.

Geht die Flüssigkeitsmasse m zwischen dem Anfangsquerschnitt (L) von der Breite L und einem Schnitt (l) von der Breite l während der Zeit dt in die unendlich nahe Lage zwischen den Schnitten (L_1) und (l_1), von denselben Breiten L und l , über, so reducirt sich die Differenz der lebendigen Kräfte der Masse in den beiden auf einander folgenden Positionen auf die Differenz der lebendigen Kräfte zwischen den Schnitten (l) und (l_1) weniger der lebendigen Kraft der Masse zwischen (L) und (L_1), oder es ist:

$$(a) \left\{ \begin{aligned} & \frac{\rho}{2} \int_{h_1}^{h_2} (l dh \cdot v dt) \cdot v^2 - \frac{\rho}{2} \int_0^h (L dh \cdot v dt) \cdot v^2 \\ & = \frac{dt \cdot \rho \cdot (2g)^{3/2}}{5} \left[l (h^{5/2} - h_1^{5/2}) - L h^{5/2} \right] \end{aligned} \right.$$

Für irgend einen Querschnitt von der Breite λ sei die Depression ξ ; dieses λ wird mit ξ zusammenhängen; da uns das Gesetz dieses Zusammenhanges nicht bekannt ist, so setzen wir für λ einen mittlern Werth $\lambda_1 = \frac{L+l}{2}$ so dass dann obiger Ausdruck gleich:

$$dt \cdot \frac{(2g)^{3/2}}{5} \cdot \rho \left[(h^{5/2} - \xi^{5/2}) \lambda_1 - h^{5/2} \cdot L \right]$$

Das statische Moment für denselben Schnitt ist:

$$\frac{(2g)^{3/2}}{2 \cdot 3} \cdot \rho \cdot dt \cdot L h^{3/2} \cdot \xi,$$

da der Schwerpunkt zwischen den Schnitten (L) und (l) um $\frac{\xi}{2}$ sinkt. Die Summe der Differentiale dieser beiden Ausdrücke soll Null sein. Daraus folgt:

$$\frac{L}{2 \cdot 3} \cdot h^{3/2} - \frac{\lambda_1}{2} \cdot \xi^{3/2} = 0$$

oder für den Querschnitt (b) des Ueberfalles:

$$\frac{L}{3} \cdot h^{3/2} - \frac{L+l}{2} \cdot h_1^{3/2} = 0$$

woraus:

$$\left(\frac{h_1}{h}\right)^{3/2} = \frac{2}{3} \frac{L}{L+l}$$

und das Volumen der pro 1 Sekunde ausfliessenden Flüssigkeit:

$$Q = \frac{2}{3} \sqrt{2g} \cdot lh^{3/2} \left[1 - \left(\frac{h_1}{h}\right)^{3/2} \right]$$

wird demnach zu:

$$\text{XII.} \quad Q = \frac{2}{9} \left(\frac{1 + \frac{3l}{L}}{1 + \frac{l}{L}} \right) \sqrt{2g} \cdot lh^{3/2}$$

Für Ueberfälle über die ganze Wand ist $l=L$ und

$$\text{XII}^a. \quad Q = 1,9686 Lh^{3/2}$$

für französisches Mass.

Diese Ableitung zeigt, dass der Coefficient, mit welchem man den Ausdruck $lh\sqrt{2gh}$ zu multiplizieren hat, um die wirkliche Ausflussmenge zu erhalten, eine Funktion der relativen Ueberfallbreite ist. Es hängt dieser Coefficient aber auch noch von der Druckhöhe des Ueberfalles ab, was unsere Formel nicht zeigt. Professor Braschmann setzt daher empirisch diesen Coefficienten:

$$\varepsilon = \alpha + \beta \frac{l}{L} + \gamma \cdot \frac{1}{h}$$

indem er das Gesetz zu Hilfe zieht, das Lesbros aus seinen Versuchen ableitet, dass nämlich dieser Coefficient mit wachsender Druckhöhe abnehme. Die Konstanten dieses Ausdrucks bestimmt er auf Grund von 47 der von Lesbros korrigirten Castel'schen Versuche zu:

$$\alpha = 0,3838316 \quad \beta = 0,0386361 \quad \gamma = 0,000534118$$

so dass dann:

$$\text{XII}^b. \quad \varepsilon = 0,3838 + 0,0386 \frac{l}{L} + 0,00053 \frac{1}{h}$$

und für Ueberfälle über die ganze Wand:

$$\text{XII}^c. \quad \varepsilon = 0,4224 + 0,00053 \frac{1}{h}$$

3. Vergleichung der Ergebnisse der Braschmann'schen Formel mit den Versuchsergebnissen.

Man wird wohl nie dahin gelangen, eine praktisch brauchbare Formel aufzustellen, die alle Ueberfallverhältnisse umfasst; wir werden uns für einmal damit begnügen, wenn wir eine Formel gefunden haben, welche die hauptsächlichsten Verhältnisse umfasst, wie sie am meisten in der Praxis vorkommen, und uns für abweichende Anordnungen Korrektionscoefficienten oder andere Formeln gefallen lassen.

Boileau gibt in seinem Werke noch eine kleine Tabelle der Korrektionscoefficienten zu seiner Formel, damit dieselbe immer auf 2 Prozent genau mit seinen Versuchen stimmt. Wir lassen dieselbe hier folgen.

Freier Ueberfall.

Ueberfallhöhen	200—210 ^{mm}		325—350 ^{mm}		400—420 ^{mm}		450—500 ^{mm}		600—620 ^{mm}	
Druckhöhen in Millim.	40—80	40—130	40—70	70—160	40—200	40—80	80—200	200—300		
Coefficienten	0,960	0,964	0,979	1,00	1,00	0,969	1,00	1,036		
Ueberfallhöhen	300—320 ^{mm}			900—920 ^{mm}			1100—1120 ^{mm}			
Druckhöhen in Millim.	40—220	220—500	40—60	60—170	170—500	20—100	100—500			
Coefficienten	1,03	1,07	1,00	1,05	1,07	1,00	1,05			

Ueberfall unter Wasser.

Ueberfallhöhen	200—210 ^{mm}					330—340 ^{mm}	400—410 ^{mm}			600—610 ^{mm}	
Druckhöhen in Millim.	40—130	130—190	190—240	240—300	300—400	40—280	40—360	300—360	360—500	40—380	380—500
Coefficienten	1,03	1,00	0,961	0,904	0,844	1,00	1,045	1,00	0,952	1,045	1,00

Boileau's Formel mag besser als jede andere die Ueberfallverhältnisse wieder geben, besonders weil sie die Depression und Ueberfallhöhe enthält, von welchen Grössen jedenfalls die Ausflussmenge in hohem Grade abhängt; sie ist aber für die Anwendung zu schwerfällig, und ganz unanwendbar in den Fällen, wo für ein bestimmtes Wasserquantum die Druckhöhe zu bestimmen ist.

Sehr vollständige Vergleichungen der Boileau'schen und Francis'schen Formeln mit der Weisbach'schen finden sich im Civilingenieur 2. Band; wir gehen nicht näher darauf ein, da uns keine dieser Formeln eine Zukunft zu haben scheint.

Es liegt uns hier einzig daran, die Uebereinstimmung der Formel von Professor Braschmann mit den Versuchen zu prüfen. Diese Formel ist sehr leicht zu handhaben und erfordert keine weitläufigen Messungen; Ueberfallbreite, Reservoirbreite und Druckhöhe genügen. Freilich entgehen uns die beiden Hauptfehler nicht, dass sie erstlich die Ueberfallhöhe nicht enthält und zweitens überall den Coefficienten mit wachsender Druckhöhe abnehmen lässt, was nach Boileau und selbst nach den Lesbros'schen Versuchen nur in gewissen Regionen stattfindet.

Lesbros führte in den Jahren 1827—1834 eine grosse Zahl von Versuchen über Ueberfälle unter verschiedenen

Vergleichende Übersicht der Lesbros'schen Versuchsergebnisse mit den Ergebnissen der Brachmann'schen Formel.

Relat. Oberfallbreite: = 0,0513	0,0807	0,1562	0,0513	0,1020	0,1020	1,00	1,00	0,065	0,0543		
Druck- höhe.	Anordnung 1.	Anordnung 2.	Anordnung 3.	Anordnung 4.	Anordnung 5.	Anordnung 7.	Anordnung 8.	Anordnung 9.	Anordnung 10.	Anordnung 12.	Druck- höhe.
	nach Lesbros	nach Lesbros	nach Lesbros	nach Lesbros	nach Lesbros	nach Lesbros	nach Lesbros	nach Lesbros	nach Lesbros	nach Lesbros	
	nach Brachmann	nach Brachmann	nach Brachmann	nach Brachmann	nach Brachmann	nach Brachmann	nach Brachmann	nach Brachmann	nach Brachmann	nach Brachmann	nach Brachmann
	Differenz	Differenz	Differenz	Differenz	Differenz	Differenz	Differenz	Differenz	Differenz	Differenz	Differenz
0,010	0,424 0,139	0,431 0,440	0,436 0,443	0,384 0,439	0,362 0,446	0,457 0,446	0,457 0,475	0,492 0,475	0,440 0,439	0,440 0,439	0,010
0,015	421 421	427 422	432 425	394 421	371 423	450 423	450 457	481 457	441 421	441 421	0,015
0,020	417 412	421 413	428 416	402 412	379 414	446 414	444 448	473 448	437 412	437 412	0,020
0,025	414 407	421 408	425 411	407 407	384 409	441 409	439 443	466 443	433 407	433 407	0,025
0,030	412 404	418 405	422 408	410 404	388 406	437 406	435 440	459 440	430 404	430 404	0,030
0,035	409 401	415 402	419 405	411 401	392 403	434 403	432 437	454 437	427 401	427 401	0,035
0,040	407 399	413 400	416 403	411 399	394 401	430 401	429 435	449 435	424 399	424 399	0,040
0,045	405 398	410 399	414 402	411 398	396 400	428 400	428 434	445 434	422 398	422 398	0,045
0,050	404 396	408 397	411 400	411 396	398 398	425 398	426 432	442 432	419 396	419 396	0,050
0,060	401 394	405 395	407 398	410 394	400 396	420 396	424 430	442 430	416 394	416 394	0,060
0,065	399 393	404 394	406 397	409 393	401 395	418 395	423 429	436 429	414 393	414 393	0,065
0,070	398 392	403 393	405 396	409 392	402 394	416 394	422 428	435 428	412 392	412 392	0,070
0,080	397 392	401 393	402 396	409 392	403 394	413 394	421 428	434 428	409 392	409 392	0,080
0,090	396 391	400 392	400 395	409 391	404 393	411 393	421 427	434 427	407 391	407 391	0,090
0,100	395 391	398 392	399 395	408 391	405 393	409 393	420 427	434 427	405 391	405 391	0,100
0,110	394 390	397 391	397 394	408 390	406 392	408 392	420 426	434 426	404 390	404 390	0,110
0,120	394 390	396 391	396 394	408 390	406 392	407 392	420 426	434 426	403 390	403 390	0,120
0,130	394 390	396 391	396 394	408 390	406 392	407 392	421 426	434 426	403 390	403 390	0,130
0,140	393 389	395 391	395 394	408 389	407 392	407 392	422 426	433 426	403 389	403 389	0,140
0,160	393 389	394 390	394 393	407 389	407 391	405 391	421 425	433 425	403 389	403 389	0,160
0,180	392 389	393 390	393 393	406 389	408 391	404 391	421 425	432 425	403 389	403 389	0,180
0,200	390 388	391 389	391 392	405 388	408 391	402 391	421 424	432 424	403 388	403 388	0,200
0,220	386 387	389 390	389 391	405 387	408 390	400 390	421 423	430 423	403 387	403 387	0,220
0,250	379 387	383 388	383 391	404 386	407 389	396 389	422 423	428 423	401 386	401 386	0,250
0,300	371 386	375 387	375 390	403 386	406 388	390 388	418 422	424 422	398 385	398 385	0,300

Verhältnissen aus; die Resultate derselben sind auf dem Wege der Interpolation in den Tabellen XXXIX etc. des Lesbros'schen Werkes für die einfachern Druckhöhen zusammengestellt und diese haben wir in nebenstehender Tabelle benutzt. Es beziehen sich dieselben auf folgende Anordnungen:

Mit Ausnahme der letzten Anordnung sind alle Ueberfälle mit scharfer, stromabwärts abgeschrägter Kante oder Ueberfälle in dünner Wand von 0^m,20 Breite. Bei 1, 2 und 3 steht die Ueberfallsschwelle um 0^m,54 vom Boden ab, sie sind also als vom Boden isolirt zu betrachten; bei 1 sind die beiden Seiten des Reservoirs um 0^m,174 von den Ueberfallborden entfernt; dieser also auch als von den Seiten isolirt zu betrachten; bei 2 ist eine der Seiten des Reservoirs, bei 3 beide an die Seiten des Ueberfalles herangerückt auf 0^m,54. Bei 4, 5 und 6 ist der Boden des Reservoirs in die Höhe der Ueberfallsschwelle emporgehoben; Anordnung 4 entspricht im Uebrigen der Anordnung 1; bei 5 ist eine der Seiten des Reservoirs, bei 6 beide an die Seiten des Ueberfalles auf 0^m,02 herangerückt.

Anordnung 7 entspricht der Anordnung 2; die Seitenwand des Reservoirs ist aber auf 0^m,02 an die Mündung herangerückt, und sie ist nur kurz; das Reservoir erweitert sich in kurzer Distanz vor dem Ueberfall.

8 und 9 sind Ueberfälle über die ganze Wand von respekt. 0^m,24 und 0^m,20 Breite mit isolirter Schwelle. Bei 10 laufen die Gerinnwände unter 45° der Mündung zu, und stossen in der Entfernung von 0^m,02 von den Seiten des Ueberfalles an die Ueberfallwand; die Schwelle ist isolirt.

11 und 12 sind Ueberfälle von 0^m,20 Breite mit isolirter Schwelle, und sehr kurzem Zuflussgerinne von gleicher Breite, das bei 11 stromaufwärts unter einem rechten Winkel scharf umgebogen, bei 12 abgerundet ist.

Endlich ist A ein Ueberfall von 0^m,60 Breite in dicker Wand mit ebener Schwelle von 0^m,05 Dicke, isolirt.

Wir haben in unserer vergleichenden Tabelle diejenigen Anordnungen weggelassen, für welche, wie man zum Voraus sah, sehr grosse Abweichungen vorkommen mussten.

(Siehe Tabelle pag. 6.)

Den Verhältnissen, wie sie unsere Formel ihrer Ableitung nach voraussetzt, entsprechen die Anordnungen 1, 2, 3, 7, 8 und 9. Für Anordnung 1 haben wir eine sehr befriedigende Uebereinstimmung; die Differenzen werden für 2 und 3 etwas grösser, besonders für sehr kleine Druckhöhen. Bei 7 übersteigen die Differenzen schon die in der Praxis erlaubte Grenze. Die Werthe für 8 stimmen sehr gut, weniger gut für 9; der Grund hievon ist nicht zu erkennen.

Wir werden unsere Formel also sicher anwenden können für relative Ueberfallbreiten von 0,050 bis 1,00, wenn die absolute Breite grösser als 0^m,20, der Ueberfall in dünner Wand nicht zu nahe am Boden und die Druckhöhe nicht zu klein; vielleicht ist $h = 0^m,030$ als Grenze zu setzen.

Wie wir bemerken, hat auch die Formel die schöne Eigenschaft, welche Boileau an seiner besonders hervor-

hebt, dass sie nämlich bei jeder Ueberfallbreite für eine gewisse Druckhöhe total mit dem Versuch übereinstimmt.

Haben wir aber statt des Ueberfalles nur eine überfallartige Ausflussöffnung, d. h. einen Ueberfall, dessen Schwelle im Boden des Zuflussgerinnes liegt, wie Anordnung 4, 5 und 6, so weichen die Coefficienten so bedeutend ab, dass Braschmann's Formel nicht mehr anwendbar ist. Dasselbe gilt auch für die übrigen Anordnungen, für welche wir vorläufig noch Lesbros Tabellen zu verwenden haben werden. Braschmann's Formel umfasst auch Ueberfälle nach Anordnung A in einer Wand von 0^m,05 Dicke vollständig bis zu den kleinsten Druckhöhen.

Die Seitenwände der Mündung heben die ihnen zunächst liegenden Wassertheilchen; für breitere Ueberfälle ist diese Hebung ohne Bedeutung, sie kommt aber sehr stark in's Spiel bei ganz schmalen Ueberfällen. So gibt Lesbros an, dass bei seinem Ueberfall von 0^m,02 Breite, nach Anordnung 1, die Wasseroberfläche sich für Druckhöhen über 0^m,040 beim Austritt in Form einer Trauerweide ausbreitete, und, an beiden Seiten sich erhebend, den untern Theil überdeckte, dessen Breite bis zur Ueberfallsschwelle immer geringer wurde, so dass die Wasseroberfläche das Ansehen eines Schwammes mit grossem Hute erhielt. Für solche Verhältnisse kann natürlich unsere Formel nicht mehr passen; bemerkenswerth ist aber, dass die Abweichungen erst von jener Druckhöhe 0^m,040 an beträchtlich werden.

Ebenso sind die Ueberfälle, welche stromabwärts ein Ansatzgerinne tragen, das Rückstau veranlasst, in Bezug auf die Art des Ausflusses so verschieden von den freien Ueberfällen, dass es sich leicht erklärt, wenn unsere Formel auch hier nicht mehr passt.

Boileau machte nur Versuche mit Ueberfällen über die ganze Wand; eine Vergleichung seiner Resultate mit denen unserer Formel gibt folgende Tabelle:

Vergleichende Uebersicht der Boileau'schen Versuchsergebnisse mit den Resultaten der Braschmann'schen Formel.

Druckhöhe. Millimeter.	Ausflusscoefficient.		
	versuchsweise	nach Boileau's Formel	nach Braschmann.
Ueberfallhöhe = 1 ^m ,109; Breite = 0 ^m ,288—0 ^m ,291.			
45,7	0,4061	0,4107	0,4310
65,0	4050	4119	4306
82,0	4069	4068	4291
89,5	4085	4036	4283
134,0	4125	3943	4264
167,0	4140	3948	4256
176,0	4147	3953	4254
182,0	4179	3963	4253
208,0	4132	3971	4249
239,0	4218	3997	4246
268,0	4262	3988	4244
285,0	4248	4013	4243
375,0	4242	3959	4238

Druckhöhe. Millimeter.	Ausflusscoefficient.		
	versuchsweise	nach Boileau's Formel	nach Braschmann
Ueberfallhöhe = 0 ^m ,918; Breite = 0 ^m ,291.			
63,0	0,4222	0,4092	0,4308
73,5	4216	4052	4296
81,0	4205	4019	4289
85,0	4204	4000	4286
121,0	4213	3989	4268
133,0	4235	4006	4264
163,0	4279	3962	4257
178,0	4288	3962	4254
189,0	4261	3941	4252
218,0	4217	3927	4248
230,0	4220	3933	4247
247,0	4271	3933	4245
261,0	4311	4089	4244
331,0	4440	4150	4240
357,0	4409	4164	4239
370,0	4425	4152	4238
436,0	4392	4130	4236

Druckhöhe. Millimeter.	Ausflusscoefficient.		
	versuchsweise	nach Boileau's Formel	nach Braschmann
Ueberfallhöhe = 0 ^m ,815; Breite = 0 ^m ,290.			
57,0	0,4129	0,3982	0,4317
74,0	4155	3956	4296
80,0	4154	3971	4290
88,5	4142	4001	4284
103,5	4145	4024	4275
122,0	4147	4034	4267
168,0	4229	4059	4256
209,0	4342	4060	4249
238,0	4385	4048	4246
258,0	4400	4057	4245
321,0	4429	4218	4241
336,0	4423	4153	4240
344,0	4433	4189	4239
363,0	4413	4130	4239
368,5	4427	4165	4238
410,0	4454	4128	4237
438,0	4486	4177	4236
452,0	4478	4156	4236
495,0	4531	4262	4235

Druckhöhe. Millimeter.	Ausflusscoefficient.		
	versuchsweise	nach Boileau's Formel	nach Braschmann
Ueberfallhöhe = 0 ^m ,613; Breite = 0 ^m ,289.			
49,7	0,3977	0,4090	0,4331
56,3	3948	4101	4318
65,2	396	411	431
87,0	4054	4113	4285
97,0	4096	4099	4279
108,0	4098	4070	4273
170,0	4200	4119	4255
175,0	4240	4138	4251
195,0	4287	4179	4251
216,0	4346	4171	4249
233,5	4337	4144	4247
249,0	4338	4188	4245
271,0	4375	4187	4244
272,0	4368	4205	4243
289,0	4368	4237	4242

Druckhöhe. Millimeter.	Ausflusscoefficient.		
	versuchsweise	nach Boileau's Formel	nach Braschmann
Ueberfallhöhe = 0 ^m ,411; Breite = 0 ^m ,287.			
48,7	0,4176	0,4251	0,4357
56,0	4142	4230	4337
61,7	4113	4211	4331
83,5	4096	4180	4301
89,2	4119	4196	4296
125,0	4292	4314	4275
156,0	4600	4673	4267
160,0	4426	4283	4264

Druckhöhe. Millimeter.	Ausflusscoefficient.		
	versuchsweise	nach Boileau's Formel	nach Braschmann.
Ueberfallhöhe = 0 ^m ,310; Breite = 0 ^m ,874.			
57,7	0,4300	0,4492	0,4316
65,7	4286	4474	4305
96,7	4241	4411	4279
134,0	4340	4413	4284
155,0	439	4418	4258
188,0	4419	4414	4252
219,0	4462	4467	4248
Ueberfallhöhe = 0 ^m ,453; Breite = 1 ^m ,175.			
89,2	0,4145	0,4211	0,4283
127,0	4289	4297	4266
168,0	4302	4307	4257
Ueberfallhöhe = 0 ^m ,206; Breite = 0 ^m ,292.			
45,0	0,4187	0,4419	0,4342
57,7	4172	4286	4316
72,7	4137	4346	4297

Diese Versuche beschlagen Ueberfallbreiten von 0^m,290, 0^m,874 und 1^m,175; sie zeigen, dass die Coefficienten unabhängig sind von der absoluten Ueberfallbreite.

Unsere Formel gibt im Durchschnitt bessere Resultate als die Boileau'sche; Boileau erreicht aber vermittelt seiner erwähnten Korrektionscoefficienten eine Uebereinstimmung bis auf 2 Prozent durchgehends mit seinen Versuchsergebnissen, eine Genauigkeit, die freilich von unserer Formel nicht oft erreicht wird.

Sollte der unregelmässige Gang der Coefficienten von Boileau richtig sein, so werden wir schwerlich je dazu kommen, durch eine einzige Formel diese einfachen Verhältnisse zu umfassen. Es mögen diese Unregelmässigkeiten herrühren von Umständen, die sich der Theorie entziehen, wie z. B. von der Art, wie man bei Beginn der Beobachtung das Wasser dem Ueberfall zuströmen lässt, vielleicht aber eher noch von Ungenauigkeiten der Beobachtung, da jeder leichte Windstoss zur Fehlerquelle werden kann. Die Differenzen sind überdiess nicht so gross, dass sie sich nicht durch solche kleine Fehler erklären liessen; und so dürfen wir annehmen, dass unsere Formel auch die Verhältnisse, unter denen Boileau operirte, in genügender Weise umfasst.

Als Ergänzung folge hier noch die Tabelle, die Lesbros in seiner Erwähnung der Boileau'schen Versuche gibt, und vervollständigen sie für unsere Formel:

(Siehe Tabelle pag. 9.)

Diese Zusammenstellung zeigt deutlich genug die Brauchbarkeit unserer Formel in diesen Verhältnissen.

Es bleibt uns noch die Vergleichung der Ergebnisse unserer Formel mit den Resultaten der trefflichen Versuche, welche Francis in Amerika mit Ueberfällen von 5,048 und 2,014 englischen Fuss Höhe, theils über die ganze Wand bei 9,996 Fuss Breite, theils bei 13,96 Fuss Kanalbreite und derselben Ueberfallbreite ausführte. Da Francis die Ausflussmengen in englischen Kubikfuss gibt, so haben wir ebenfalls diese Grössen berechnet.

Vergleichung der Coefficienten der Formel $lh\sqrt{2gh}$ bei verschiedenen Druckhöhen nach Boileau, Lesbros und Braschmann.

Druckhöhe.	Coefficienten der Formel $lh\sqrt{2gh}$			Ueberfallbreite.
	nach Boileau	nach Lesbros	nach Braschmann	
0,0577	0,421	0,438	0,432	0,874
0,0657	431	436	430	
0,0752	421	434	429	0,877
0,0797	417	431	429	
0,0887	433	431	428	1,595
0,0937	419	434	428	
0,0967	414	434	428	0,874
0,1100	413	434	427	
0,1210	409	434	427	0,877
0,1310	416	434	426	
0,1480	425	434	426	0,877
0,1550	423	433	426	
0,1880	414	432	425	0,874
0,2190	411	430	425	

Vergleichende Uebersicht der Francis'schen Beobachtungsresultate mit den Ergebnissen der Braschmann'schen Formel.

Ueberfall von 9,996 Fuss Breite. Kanalbreite = 13,96 Fuss. Ueberfallhöhe = 5,048 Fuss. Versuche 11-33. 56-61. 72-78.

Druckhöhe.	Wassermenge		Coefficienten von $lh\sqrt{2gh}$
	beobachtet	berechnet	
0,59190	15,0001	15,0542	0,41233
0,59240	15,0273	15,0733	0,41233
0,61060	15,7124	15,9517	0,41231
0,63370	16,5894	16,6747	0,41228
0,63795	16,7597	16,8423	0,41227
0,61305	16,9839	17,0442	0,41226
0,65525	17,4305	17,5308	0,41225
0,77690	22,4804	22,6262	0,41212
0,79400	23,1700	23,3767	0,41211
0,79565	23,2761	23,4496	0,41211
0,80125	23,5427	23,7134	0,41210
0,80755	23,7943	23,9771	0,41210
0,81860	24,3192	24,4703	0,41209
0,91570	28,6739	28,9459	0,41202
0,92800	29,1929	29,5304	0,41201
0,94625	30,0904	30,4050	0,41200
0,96325	30,9568	31,2273	0,41199
0,96700	30,9940	31,4098	0,41199
0,96711	31,1457	31,4152	0,41199
0,97590	31,5377	31,8437	0,41198
0,97820	31,6712	31,9563	0,41198
0,97950	31,6579	32,0201	0,41198
0,98370	31,9293	32,2262	0,41198
0,98885	32,1438	32,4796	0,41198
0,99160	32,4706	32,7626	0,41197
1,01160	33,3147	33,6053	0,41196
1,01275	33,3003	33,6626	0,41196
1,02755	33,9416	34,4032	0,41196
1,03315	34,2725	34,6810	0,41195
1,03360	34,4136	34,7066	0,41195
1,03395	34,2366	34,8043	0,41195
1,03735	34,5330	34,8957	0,41195
1,04060	34,6549	35,0598	0,41195
1,04155	35,7219	35,2596	0,41195
1,05565	35,4741	35,8223	0,41194
1,06920	36,1752	36,5142	0,41194

Ueberfall von 9,996 Fuss Breite. Kanalbreite = 13,96 Fuss. Ueberfallhöhe = 5,048 Fuss. Versuche 1-10.

Druckhöhe.	Wassermenge		Coefficienten von $lh\sqrt{2gh}$
	beobachtet	berechnet	
1,23690	45,0893	45,4257	0,41187
1,24195	45,3137	45,7042	0,41187
1,24795	45,6781	46,0452	0,41186
1,25085	45,4941	46,1952	0,41186
1,25290	45,9343	46,3088	0,41186
1,25490	45,8529	46,4197	0,41186
1,52430	61,2821	63,1313	0,41178
1,55045	62,5686	64,7370	0,41178
1,55930	63,2060	64,2834	0,41178
1,56910	63,3508	64,8904	0,41178

Anlage wie vorhin. Ueberfallhöhe = 2,014 Fuss engl. Versuch 36-43. 62-66. 79-84.

Druckhöhe.	Wassermenge		Coefficienten von $lh\sqrt{2gh}$
	beobachtet	berechnet	
0,63135	17,7725	16,5820	0,41228
0,61250	17,0578	17,0224	0,41226
0,65150	17,4218	17,3809	0,41225
0,65460	17,5510	17,5051	0,41225
0,65590	17,6133	17,5573	0,41225
0,65985	17,7725	17,7157	0,41224
0,77115	22,5270	22,3771	0,41213
0,78725	23,2577	23,0792	0,41211
0,80455	24,0128	23,8436	0,41210
0,87960	27,4984	27,5681	0,41204
0,88865	27,9092	27,6742	0,41204
1,02805	31,8484	34,4283	0,41196
1,03720	35,2933	34,8881	0,41195
1,04195	35,7660	35,2799	0,41195
1,04600	35,7713	35,3330	0,41195
1,05130	36,0716	35,6011	0,41194
1,07115	37,0513	36,6141	0,41194
1,07945	37,4873	37,0396	0,41193

Ueberfall über die ganze Wand. Höhe = 5,048 Fuss. Versuch 44-55.

Druckhöhe.	Wassermenge		Coefficienten von $lh\sqrt{2gh}$
	beobachtet	berechnet	
0,97450	32,3623	32,6205	0,42294
0,97600	32,4356	32,6959	0,42294
0,97620	32,4299	32,7059	0,42294
0,97690	32,4600	32,7411	0,42294
0,97775	32,4916	32,7839	0,42294
0,98190	32,8429	33,1441	0,42294
0,98675	32,9087	33,2375	0,42294
0,99240	33,0658	33,5226	0,42293
0,99265	33,0883	33,5353	0,42293
1,00505	33,8179	34,1664	0,42293
1,00520	33,7273	34,1733	0,42293
1,00600	33,7708	34,2141	0,42293

Die Differenzen übersteigen nirgends die in der Praxis zulässigen Grenzen. Es ist also unsere Formel auch bei diesen sehr grossen Dimensionen mit allem Vertrauen anzuwenden.

Wenn schon die Braschmann'sche Formel die Ausflussmengen der freien Ueberfälle in dünner (und auch dicker) Wand so gut gibt, als wir es für die Praxis brauchen, so hat sie doch einen Mangel, der ihrer Anwendung vielleicht noch entgegenstehen möchte; nach dieser Formel wären die Ausflussmengen unter sonst gleichen Umständen bei allen Ueberfallhöhen dieselben; dass dem nicht so ist, zeigen die Versuche hinlänglich. Es ist aber noch nicht ausgemacht, auf welche Weise diese beiden Grössen zusammenhängen. Die Veränderung der Ueberfallhöhe wird in doppelter Weise zur Veränderung der Wassermenge wirken, durch Veränderung der Depression sowol als der Kontraktion an der Ueberfallsschwelle; es wäre eine neue Aufgabe zu bestimmen, wie sich dieser Einfluss vertheilt, und entsprechende Glieder in die neue Formel einzuführen. Das würde jedoch mehr Zeit und Einsicht verlangen, als uns zu Gebote stehen. Wir wollen hier nur noch einige bezügliche Daten den Schriften von Boileau und Lesbros entnehmen, auf die man vielleicht weiter bauen könnte.

Lesbros gibt unter 288. folgende kleine Tabelle an, die er aus seinen und Castel's Versuchen ableitete:

Ueberfallbreite.	Ueberfallhöhe.	Coefficienten von $h\sqrt{2gh}$ für die Druckhöhen							
		0 ^m ,09	0 ^m ,08	0 ^m ,07	0 ^m ,06	0 ^m ,05	0 ^m ,04	0 ^m ,03	0 ^m ,03
0.20 (Anord. 9)	0.510	0.431	0.434	0.435	0.437	0.442	0.449	0.459	
0.7373	0.225	0.433	0.434	0.435	0.437	0.440	0.441	0.442	
0.7398	0.170	0.428	0.430	0.432	0.433	0.435	0.437	0.439	
0.7418	0.093	0.425	0.427	0.429	0.431	0.433	0.436	0.438	
0.20 (Anord. 6)	0.000	0.380	0.379	0.375	0.370	0.362	0.352	0.337	

Er schliesst daraus, dass die Coefficienten mit der Ueberfallhöhe R wachsen von $R=0$ bis $R=0,225$, dass von da an für Druckhöhen über $0^m,05$ die Coefficienten konstant werden, während bei kleinern Druckhöhen das Wachsen viel weiter geht. Dieses Resultat findet Lesbros bestätigt durch Versuche von Dubuat und Bidone. Die grössten Differenzen zwischen den Coefficienten von der Ueberfallhöhe $0^m,093$ bis $0^m,510$ betragen wenig mehr als 2 Prozent, so dass für die Praxis in diesen Grenzen die Ausflussmenge als unabhängig von der Ueberfallhöhe betrachtet werden darf. Für Ueberfallhöhen unter $0^m,093$ sind die Abweichungen grösser; solche kommen jedoch selten vor; für die überfallartigen Ausflussmündungen finden überhaupt andere Verhältnisse statt.

Wir haben aus den Boileau'schen Versuchen folgende kleine Tabelle zusammengestellt:

Ueberfallbreite.	Ueberfallhöhe.	Coefficienten von $h\sqrt{2gh}$ für die Druckhöhen														
		0 ^m ,05	0 ^m ,06	0 ^m ,07	0 ^m ,08	0 ^m ,09	0 ^m ,11	0 ^m ,12	0 ^m ,13	0 ^m ,16	0 ^m ,18	0 ^m ,21	0 ^m ,23	0 ^m ,25	0 ^m ,35	0 ^m ,375
0.292	0.206	418	416	413												
0.874	0.340	431	429	428	426	425	427									
0.287	0.411	417	411		410	412		425	433	440	441	445	447			
1.175	0.453					415			431	443						
1.595	0.468				417	431	421		421	430						
0.877	0.490			420	421			418								
0.289	0.613	398	395	398	404	407	410					434	434	434		
0.290	0.815	412	413	415	415	414	415	415			426	434	437	439	443	443
0.291	0.918		422	422	421	421		421	423	428	429	423	422	428	442	442
0.291	1.109	406	405	406	407	409		421	412		417	413	419	423	424	424

Diese Tafel zeigt eine grosse Verwirrung; es ist nicht denkbar, dass wirklich solche Unregelmässigkeiten im Gang der Coefficienten vorkommen; wir sehen daher auch nicht ein, wie aus denselben genaue Schlüsse gezogen werden können, und halten uns daher nur an die einzelnen Gruppen. Diese zeigen, dass wirklich die Coefficienten mit der Druckhöhe wachsen von $R=0$ bis ungefähr in die Gegend, die Lesbros angibt, vielleicht etwas weiter; dass von dort an die Coefficienten eine gewisse Konstanz behaupten bis auf die Ueberfallhöhe von ungefähr $0^m,50$; dass dann im Weitern die Coefficienten mit wachsender Ueberfallhöhe abnehmen, und zwar wird wol auch diese Abnahme ihre Grenze haben, über deren Lage wir aus Vorliegendem freilich nichts schliessen können. Die grössten Differenzen der Coefficienten in diesem Umfang betragen ungefähr 6 Prozent.

Endlich zeigen die Francis'schen Versuche deutlich die Abnahme der Coefficienten beim Uebergang aus den Ueberfallhöhen von $0^m,613$ zu $1^m,538$ bei Druckhöhen über

180^m ; die grössten Differenzen betragen 5 Prozent, was so im Groben mit den Boileau'schen Werthen stimmt.

Von isolirtem Ueberfall in dem Sinne, wie Lesbros es nimmt, liesse sich also gar nicht sprechen; eine Veränderung der Ueberfallhöhe wird wol immer eine Veränderung in der Depression und damit im Ausflusscoefficienten nach sich ziehen; es ist aber möglich, dass von einer Höhe an, die von der von Lesbros gegebenen nicht sehr abweicht, diese Ueberfallhöhe die Kontraktion an der Ueberfallsschwelle nicht mehr beeinflusst, und wir könnten dann vielleicht den Ueberfall isolirt nennen, bei welchem eine Veränderung in der Ueberfallhöhe keine Aenderung in der Kontraktion an der Schwelle nach sich zieht.

Braschmann's Formel nimmt an, dass die Coefficienten mit der relativen Ueberfallbreite wachsen; es ist diess, nach Lesbros, nur richtig für relative Ueberfallbreiten grösser als $\frac{1}{10}$, wenn überdiess die absolute Ueberfallbreite grösser als $0^m,08$. Darunter ändern sich die Coefficienten auf un-

regelmässige Weise mit der absoluten Breite. Es ist auch nicht gemeint, dass darüber diese Coefficienten von der absoluten Breite ganz unabhängig seien; es ist nur der Einfluss derselben für die Praxis zu vernachlässigen.

Wie schon erwähnt, ist auch die Druckhöhe auf unrichtige Weise in die Formel eingeführt; nach Boileau finden die Veränderungen bald im einen, bald im andern Sinn statt, doch so, dass bei gleicher Ueberfallhöhe stets den grössten Druckhöhen die grössten Coefficienten entsprechen bei freiem Ueberfall. Bei Ueberfall unter Wasser sind unter sonst gleichen Verhältnissen die Coefficienten stets stärker als bei freiem; die Coefficienten wachsen beständig mit der Ueberfallhöhe, und nehmen ab mit wachsender Druckhöhe.

Wir lassen zum Schluss noch folgen eine:

Zusammenstellung der Regeln und Formeln zur Wassermessung durch Ueberfälle.

Die Wassermengen freier Ueberfälle in dünner oder dicker Wand, wo die Seitenborden senkrecht zur Ueberfallebene stehen und deren absolute Breite nicht sehr klein (nicht unter 0^m,08) ist, berechnen sich für alle Druckhöhen und Ueberfallhöhen über 0^m,10 mit einer für die Praxis hinreichenden Genauigkeit nach der Formel von Braschmann:

$$Q = \left[0,3838 + 0,0386 \frac{l}{L} + 0,00053 \cdot \frac{1}{h} \right] lh \sqrt{2gh}$$

wo *l* die Breite des Ueberfalles, *L* die Breite des Reservoirs, *h* die Druckhöhe über der Ueberfallschwelle.

Für Ueberfälle über die ganze Wand wird sie zu:

$$Q = \left[0,4224 + 0,00053 \cdot \frac{1}{h} \right] lh \sqrt{2gh}$$

Die Druckhöhe bestimmt sich entweder durch ein genaues Nivellement, oder indem man kurz vor dem Ueberfall eine oben offene, unten durch einen Pfropf mit kleiner Durchlassöffnung geschlossenen Röhre bis fast auf den Boden in's Oberwasser setzt, wo dann die Höhe der Wassersäule über der Schwelle die Druckhöhe gibt, oder aus den oben angegebenen Boileau'schen Tabellen, wenn man die Strahldicke über dem Ueberfall direkt gemessen hat. Es ist am besten, alle drei Bestimmungsweisen neben einander durchzuführen.

Nach Lesbros gelten für ganz schmale Ueberfälle in dünner Wand nach Anordnung 1 folgende Coefficienten:

Druckhöhen.	Coefficienten.	Druckhöhen.	Coefficienten.
0.01	0.436	0.18	0.434
0.02	0.436	0.20	0.434
0.03	0.436	0.25	0.434
0.04	0.435	0.30	0.433
0.05	0.435	0.35	0.432
0.06	0.435	0.40	0.431
0.07	0.435	0.45	0.430
0.08	0.435	0.50	0.428
0.09	0.435	0.60	0.425
0.10	0.435	0.70	0.423
0.12	0.435	0.80	0.421
0.14	0.434	0.90	0.420
0.16	0.434	1.00	0.419

Für die überfallartigen Ausflussmündungen gibt Boileau die Formel:

$$Q = lh \sqrt{2g(h-e)}$$

wo *l* die Ueberfallbreite, *h* die Druckhöhe über der Schwelle, *e* die mittlere Strahldicke in der Ebene der Mündung.

Speziell für die Anordnungen 4, 5 und 6 gelten nach Lesbros folgende Coefficienten:

Druckhöhen.	Coefficienten.			Druckhöhen.	Coefficienten.		
	4.	5.	6.		4.	5.	6.
0.010	0.384	0.362	0.292	0.080	0.409	0.403	0.379
0.015	0.394	0.371	0.305	0.090	0.409	0.404	0.380
0.020	0.402	0.379	0.318	0.100	0.408	0.405	0.382
0.025	0.407	0.384	0.328	0.110	0.408	0.406	0.382
0.030	0.410	0.388	0.337	0.120	0.408	0.406	0.383
0.035	0.411	0.392	0.345	0.130	0.408	0.407	0.383
0.040	0.411	0.394	0.352	0.140	0.408	0.407	0.383
0.045	0.411	0.396	0.357	0.160	0.407	0.407	0.384
0.050	0.410	0.398	0.362	0.180	0.406	0.408	0.383
0.055	0.410	0.399	0.367	0.200	0.405	0.408	0.383
0.060	0.409	0.400	0.370	0.220	0.405	0.408	0.382
0.065	0.409	0.401	0.373	0.250	0.404	0.407	0.381
0.070	0.409	0.402	0.375	0.300	0.403	0.406	0.378

Für Anordnung 10, 11 und 12 (vide pag. 7) gelten folgende Coefficienten:

Druckhöhen.	Coefficienten.			Druckhöhen.	Coefficienten.		
	10.	11.	12.		10.	11.	12.
0.010	0.446			0.080	0.409	0.339	0.389
0.015	0.441			0.090	0.407	0.338	0.391
0.020	0.437			0.100	0.405	0.337	0.392
0.025	0.433			0.110	0.404	0.336	0.394
0.030	0.430			0.120	0.403	0.335	0.394
0.035	0.427			0.130	0.403	0.334	0.396
0.040	0.424	0.334	0.373	0.140	0.403	0.334	0.396
0.045	0.422	0.337	0.377	0.160	0.403	0.335	0.398
0.050	0.419	0.339	0.380	0.180	0.403	0.337	0.400
0.055	0.417	0.340	0.383	0.200	0.403	0.340	0.403
0.060	0.416	0.340	0.384	0.220	0.403	0.342	0.405
0.065	0.414	0.340	0.386	0.250	0.401	0.347	0.411
0.070	0.412	0.340	0.387	0.300	0.398	0.352	0.419

Diese Tafeln sollen so angewandt werden, dass man sich aus den Werthen, welche dem vorkommenden zunächst liegen, eine Kurve konstruirt, und dann aufsucht, welcher Coefficient als Ordinate der betreffenden Druckhöhe als Abscisse entspreche.

Bei schiefe gestellten Ueberfällen ist nach Boileau die Ausflussmenge bei scharfer Ueberfallkante 0,942 und 0,911 von derjenigen des Normalüberfalles, wenn der Winkel, den das Wehr mit dem Gerinnboden bildet, respekt. 45° und 26° 35' ist.

Bei solchen Ueberfällen, die aus zwei geraden, unter 45° an die Wände anstossenden Flügeln bestehen, deren gemeinschaftliche Kante durch einen Viertelskreis abgerundet ist und deren Schwelle abgeschrägt, berechnet man die Ausflussmenge wie bei schiefen Ueberfällen und führt als Breite die Summe der beiden geraden Flügel, vermehrt um die halbe Chorde des Abrundungsbogens ein.

Bei einem nach dem Oberwasser zu geneigten Ueberfalle mit scharfer Kante, dessen vertikale Höhe sich zu

seiner Basis wie 3 : 1 verhält, beträgt die Ausflussmenge 0,973 der unter gleichen Verhältnissen über einen senkrechten Ueberfall abfließenden Wassermenge.

Ueberfälle mit ebener Schwelle von 0^m,095 Dicke geben bei freiem Strahl 0,982 und bei gestörtem Strahl 0,993 der Ausflussmenge des Normaltypus. Ist die Schwelle eben so stark, aber im Halbkreis abgerundet, so beträgt die Ausflussmenge 22 Prozent mehr als bei scharfer Kante, und ist das Ueberfallbrett ausserdem im Verhältniss 3 : 1 geneigt, so fließt nur 1/2 Prozent weniger aus als bei senkrechtem Stande.

Für wehrförmig gestaltete Ueberfälle, d. h. für solche wo auf der Oberwasserseite eine unter 45° ansteigende Fläche, auf der Unterwasserseite eine viertelskreisförmige,

kropfartige Abrundung vorhanden ist, welche an der Schwelle durch einen Kreisbogen in jene übergeht, gelten bei verschiedenen Druckhöhen folgende Correktionscoefficienten:

Druckhöhe 0 ^m ,08 bis 0 ^m ,11	0 ^m ,11 bis 0 ^m ,14	0 ^m ,14 bis 0 ^m ,26
Coefficient 0,973	1,125	1,171

Francis endlich gibt für wehrförmige Ueberfälle die Formel:

$$Q = 3,01208 lh^{1,53}$$

welche Formel mit seinen Versuchen ganz gut stimmt.

Es wäre gewiss ein verdienstliches Werk, alle diese Angaben für Anordnungen, welche vom Normalüberfall abweichen, zu prüfen und in brauchbarere und zuverlässigere Form zu bringen.