Zeitschrift: Schweizerische pädagogische Zeitschrift
Band: 36 (1926)
Heft: 3

Artikel: Die Anwendung von Mathematik auf Experimentalpsychologie : 2. Teil
Autor: Heinis, Hugo
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-789122

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 15.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Die Anwendung von Mathematik auf Experimentalpsychologie.

Von Dr. Hugo Heinis, Privatdozent, Genf.

II[1])

Aber all diese Methoden, von soviel Scharfsinn sie auch zeugen mögen, stellen doch nur Hilfsmittel dar. Es bleibt die Frage immer noch offen: Hat man wirklich psychische Phänomene gefunden, welche mathematische Gesetze befolgen?

Ja, es gibt solche; allerdings kennt man bis anhin deren nur wenige. Von diesen wenigen mögen nachfolgend die hervorstechenderen eine kurze Beschreibung finden.

Erstes Beispiel: Das Webersche Gesetz.

Der Physiologe Weber, bekannt wegen seiner Untersuchungen über den Tastsinn, konstatierte zwischen der Intensität eines Reizes und der durch diesen Reiz ausgelösten Empfindung eine ganz einfache Beziehung. Er fand, dass wenn die Reizgrösse in verhältnismässig gleichem Masse wächst, die Empfindung gleichmässig zunimmt.

In mathematische Form gekleidet würde der Befund so lauten :

$$\Delta y = c \frac{\Delta x}{x},$$

wo y die Empfindung, Δy deren Zunahme, x die Intensität des Reizes, Δx deren Zunahme und c eine Konstante bedeutet. Geht man zum Differentialausdruck über

$$\partial y = c \frac{d x}{x},$$

so folgt notgedrungen

$$y = c \log x.$$

Die Verallgemeinerung und die falsche Interpretation dieser Formel war es, was Fechner in Irrtum verleitete.

Wie steht das Webersche Gesetz im Einklang mit den Tatsachen? Das ist natürlich die grosse Frage.

Das Gesetz wurde auf den Hautsinn in bezug auf Druck, Temperatur und Schmerz geprüft, ebenso auf den Gesichts-, Gehör-, Geschmack- und Geruchsinn, und überall hat es sich innert gewissen Grenzen bewährt. Für Druck z. B. für Gewichte zwischen 100 und 2- bis 3000 Gramm, also für Grössen, mit denen uns das Alltagsleben in Kontakt bringt. Ausserhalb dieser Grenzen haben sich zahlreiche Ausnahmefälle herausgestellt. Ich selbst habe nach einem neuen Versuchsmodus auf 30 Prüflinge mit Gewichten von 3 bis 90 Gramm experimentiert und das Gesetz als richtig befunden. In all diesen Untersuchungen hat

[1]) Siehe Februar-Nummer.

man allzuviel reine Wissenschaft treiben wollen und dabei gerade den eigentlich psychologischen Faktor, die Introspektion, vernachlässigt. Es würde sich der Mühe lohnen die ganze Frage auf neuer Basis wieder aufzugreifen.

Das zweite Beispiel betrifft das Gedächtnis. Wir entnehmen es den klassischen Untersuchungen von Ebbinghaus. Das Problem lautet so: Wenn wir auswendig lernen, wie verliert sich nach und nach unter dem Einfluss des täglichen Lebens die Erinnerung an das, was wir gelernt?

Ebbinghaus hat hauptsächlich an sich selbst experimentiert. So konnte er die Zahl der Versuche nach Belieben vermehren, und was eben das wichtigste ist, die Bedingungen, unter welchen die Versuche sich abrollten, aufs genaueste kontrollieren. Auf diese Weise war ihm möglich geworden, das Tatsachenmaterial mit sehr hoher Präzision herauszuschälen. Nachfolgend geben wir kurz sein Verfahren wieder. Er lernte Serien von sinnlosen Silben auswendig. Nach einer Zeitspanne, die für die verschiedenen Serien von $1/3$ Minute bis zu 31 Tagen dauerte, hat er die Operation wieder aufgenommen und die Silben neuerdings auswendig gelernt. Die Differenz zwischen der zur ersten Erlernung nötigen Zeit und derjenigen für die zweite benötigte, lieferten ihm ein Mass für die Zeitersparnis, welche, dank der erhalten gebliebenen Erinnerungen, zu verzeichnen war.

Das Auffallende an der Erscheinung war nun der Umstand, dass sich sämtliche empirisch gefundenen Resultate ebenfalls mittels folgender Formel berechnen liessen:

$$b = \frac{100\,k}{(\log t)^c + k}.$$

Darin stellen c und k Konstante dar, b die Zeitersparnis, um die Silben wieder zu erlernen, und t die Wartezeit in Minuten.

Ein anderes Beispiel, aus dem Bereiche der angewandten Psychologie entlehnt: Die Frage nach dem Übungsgesetz:

Wenn man eine Arbeit, bei deren Ausführung die Intelligenz mitbetätigt ist, regelmässig wiederholt, nach welchem Gesetze stufen sich die gemachten Fortschritte ab?

Das Problem hat schon die Würzburger Schule beschäftigt und in den letzten Jahren war es seiner praktischen Konsequenzen halber Gegenstand mehrerer grösserer Untersuchungen geworden. Die Antwort gestaltet sich äusserst einfach. Bezeichnet $\Delta y = y' - y$ der erreichte Fortschritt im Erlernen einer Aufgabe, t die Zeit, a, b und k konstante Werte, so lautet das Übungsgesetz:

$$y = a - b\,e^{-\frac{t}{k}}$$

Bezüglich Bestätigung dieser Formel kann ich unter anderm die Resultate einer ausgedehnten Laboratoriumsarbeit anführen. Ich liess eine Person während ungefähr 4 Monaten jeden Tag (Sonntag

inbegriffen) zu gleicher Stunde eine Arbeit ausführen, die viel Aufmerksamkeit erforderte. Die Dispositionen der Versuchsperson wurden jeweilen genau geprüft und aufgezeichnet. Natürlich musste bei so langer Dauer mit starken psychischen Zustandsänderungen gerechnet werden. In der Tat haben sich alle möglichen Varianten eingestellt; aber dessenungeachtet stimmten die vorberechneten Werte mit geringen Abweichungen Tag für Tag mit den Ergebnissen des Experimentes überein. Alsdann habe ich den Versuch, wohlverstanden in weniger kompletter Form, auf mehrere hundert Prüflinge jeden Alters ausgedehnt, und immer hat sich das Gesetz bewährt.

Gehen wir jetzt zu einem noch frappanteren Falle über, zur Bestimmung des Intelligenzgrades. Das Problem der Intelligenzprüfungen ist besonders seit dem Kriege zum aktuellen Thema geworden und hält in immer steigenderem Masse — ungeachtet der dilettantischen Modeströmungen — das Interesse aller derjenigen befangen, die sich auf dem Gebiete der praktischen Psychologie zu betätigen haben. Soviel steht heute fest, dass die Methoden zur Prüfung der Intelligenz ihre Feuerprobe bestanden haben. Das ändert natürlich nichts an der Tatsache, dass ihre korrekte Handhabung schwer und nur dem Eingeweihten vorbehalten bleibt. Zur Illustration obiger These genügt es, auf das grosszügige Unternehmen in der amerikanischen Armee hinzuweisen, wo ein ganzer Stab von Psychologen (120 Offiziere und 350 Soldaten) speziell dazu ausgebildet wurden, den Intelligenzgrad der Rekruten zu bestimmen, um schon gleich zu Anfang die beste Verwendung des Menschenmaterials verwirklichen zu können. Der Erfolg dieser Art eine Armee zu organisieren, ist niemand entgangen. Wir dürfen uns also mit der Andeutung begnügen, möchten aber ein Beispiel anfügen, das uns näher steht. Schreiber dieser Zeilen wurde vor etwas mehr wie Jahresfrist beauftragt, 820 junge Leute, deren intellektuelle Eigenschaften man kannte, psychologisch zu untersuchen. Wenngleich alleiniger Experimentierender, konnte er innert 6 Tagen den Auftrag bewältigen. In 86% der Fälle hatte sich vollständige Übereinstimmung ergeben zwischen den Bewertungen der kompetenten Persönlichkeiten und den Resultaten der Intelligenzprüfung.

Indem wir von Intelligenzprüfungen reden, scheint es nicht unangebracht, einen Augenblick bei den dabei verwendeten Methoden zu verweilen. Eine solche Methode setzt sich in der Regel aus mehreren Tests zusammen, welche die eigentlichen psychischen Masse darstellen. Nach moderner Auffassung wird der Test als eine rationell geeichte Probe definiert. Beispiel: Eine Reihe von Rechnungen nach steigenden Schwierigkeiten psychologisch sorgfältig geordnet, ist noch kein eigentlicher Test. Er wird es erst, wenn er geeicht ist, d. h. wenn angegeben werden kann, wieviele der Rechnungen das Mittel der Repräsentanten eines jeden Alters zu lösen fähig ist. Selbstverständlich lassen sich mit den Tests auch andere wie nur intellektuelle Fähigkeiten messen, etwa Kenntnisse. So stellt obiges Rechenbeispiel eher einen Kenntnistest dar; während die Labyrinthproben von Porteus

dem Ideale eines Intelligenztests bedeutend näherkommen. So die Teile. Der Prüfungsmodus selbst wird am besten aus einer einzigen, genügend vollständigen Serie von sogenannten Intelligenztests zusammengefügt sein. Damit kann, die nötige Geschicklichkeit vorausgesetzt, der Intelligenzgrad eines Individuums bestimmt werden. Hingegen ist das Erkennen der Intelligenzart eine weit subtilere Operation, die wohl der praktische Psychologe für sich durchzuführen imstande sein muss, die aber der allgemeinen Abklärung noch harrt.

Was uns hier besonders interessiert, ist die Möglichkeit des quantitativen Erfassens der Intelligenz. Genau genommen behauptet jede Intelligenzgradbestimmung eines Kindes z. B. eine Antwort auf folgende Frage zu sein: Ist es möglich, schon während der Entwicklungsjahre den intellektuellen Kapazitätsgrad zu bestimmen, den ein Individuum, seiner psychologischen Struktur entsprechend, nach Abschluss seines geistigen Wachstums aller Wahrscheinlichkeit nach erreicht haben wird? Mathematisch gesprochen stellt sich die Frage einfach so: Nach welcher Funktion entwickelt sich die Intelligenz? Der ganze Fragenkomplex kann heute als gelöst gelten. Jedoch müssen wir uns versagen, näher auf die Lösung einzugehen, so wünschenswert es auch erscheinen möge. Es wird uns dies um so eher gestattet sein, zumal wir an anderer Stelle darüber ausführlich berichtet haben.[1]) Die ganze Untersuchung stützt sich auf ein umfangreiches Tatsachenmaterial, das ausschliesslich dem Gebiete der Psychologie entnommen wurde — dies in der Absicht, ein eigentlich psychologisches Resultat zu erzielen. Dasselbe lässt sich in folgender Form ausdrücken:

Die mentale Entwicklung vollzieht sich nach dem logarithmischen Gesetze:

$$y = c\left(1 - e^{-\frac{x}{d}}\right).$$

Hierbei stellt d einen konstanten Wert dar, der von der angewandten Methode abhängt. e bezeichnet, wie gewohnt, die Basis des log. nat., x das Alter des Prüflings und c den sogenannten persönlichen Koeffizienten.

Der persönliche Koeffizient ist für ein und dasselbe Individuum ebenfalls eine Konstante. Also kann er als Charakteristikum für den Intelligenzgrad des Individuums gelten. Daraus folgt aber, dass die Intelligenz oder sagen wir besser die intellektuelle Potentialität durch eine Zahl ausgedrückt werden kann. So sehr ein solches Resultat das psychologische Gefühl verletzen mag, es bleibt nichtsdestoweniger nüchterne Wirklichkeit. Um sich davon zu überzeugen, genügt es, die diesbezüglichen experimentellen Studien zu Rate zu ziehen. Nehmen wir gleich die bedeutendste unter ihnen, die von F. Kuhlmann, dem Leiter der "Minnesota School for Feeble-Minded" durchgeführte. Der Autor hatte sich vorgenommen, an lebendem Material

[1]) Cf. H. Heinis „La loi du développement mental". Archives de Psych., n° 74, pp. 97—129). „A personal Constant". Journal of. educat. Psych. (im Druck).

die Entwicklung der intelligenten Begabung zu studieren. Dazu sollten ihm während 10 Jahren die jüngeren Insassen seines Etablissementes (632 an der Zahl) als Versuchsobjekte dienen. Zufälligerweise fanden sich darunter alle Intelligenzgrade vertreten, vom Idioten bis zum Normalen. Der Umstand verdient besonders hervorgehoben zu werden, weil er für die Gewähr der erzielten Resultate von ausschlaggebender Bedeutung ist. Es lässt sich nämlich für derartige Untersuchungen kein geeigneteres Arbeitsfeld finden wie gerade die anormalen Kinder. Sie sind für das Studium der mentalen Entwicklung genau das, was in der Physik die schiefe Ebene für das Studium des freien Falles ist, d. h. sie gestatten bei gleichen Untersuchungsmitteln eine erhöhte Präzision der Beobachtung.

Werden die von Kuhlmann erhaltenen Versuchsergebnisse mit Hilfe des persönlichen Koeffizienten interpretiert, so stellt sich in der Tat heraus, dass dieser Koeffizient eine reelle persönliche und permanente Konstante bedeutet. Also gleichviel, ob ein Individuum mit 9, 12, 16 oder 20 Jahren auf seine intellektuelle Begabung hin geprüft wird, stets bleibt — mutatis mutandis — der Koeffizient sich selbst gleich.

So liessen sich noch etwelche weitere bekannte Fälle von Anwendung des mathematischen Raisonnements zur Erklärung psychischer Phänomene anführen. Wir lassen's dabei bleiben. Was beim Vergleiche derselben untereinander auffällt, ist das Vorwiegen der Exponentialfunktion. Auch das hat nichts Überraschendes an sich. Bestätigt es doch nur jene Wahrheit, welche übrigens von der Universität Genf längst schon erkannt wurde, dass die psychologische Wissenschaft, insofern sie auf experimenteller und nicht philosophischer Grundlage ruht, sich unter die biologischen Wissenschaften einreiht.

Ein Rückblick auf das Dargebotene lässt den Eindruck des Spärlichen nicht erwehren. Unsere Wissenschaft ist eben noch zu jung, als dass ein grösseres Tatsachenmaterial vorliegen könnte. Dessenungeachtet dürfte der ganzen Darstellung der Vorwurf der Zusammenhangslosigkeit nicht erspart bleiben. Sicher liegt die Versuchung, zu einem einheitlichen Gesichtspunkt zu gelangen, sehr nahe. Aber gerade davor soll man sich auch heute noch hüten, will man nicht Gefahr laufen, auf Irrwege zu geraten. In Sachen Psychologie ist die Zeit der Synthese noch nicht gekommen.

Aus den wenigen Daten lässt sich unzweifelhaft die eine Tatsache herausschälen: Die Anwendung von Mathematik auf den Bereich des Psychischen ist nicht nur möglich, sondern für das weitere Gedeihen des jungen Wissenszweiges sogar notwendig. Dies zur Erkenntnis zu bringen, war, wie eingangs bemerkt, der Zweck dieser Zeilen. Wir geben unumwunden zu, man wird nie Psychologie treiben können, wie man etwa Physik oder Astronomie treibt. Dennoch sind wir der festen Überzeugung — so sehr dies unsern Psycho-Philosophen auch missfallen möge —, dass wir eines Tages eine mathematische Psychologie besitzen werden, wie wir heute eine mathematische Physik besitzen.