

TIMSS, les apports pour la didactique des mathématiques

Autor(en): **Jaquet, François**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Bildungsforschung und Bildungspraxis : schweizerische Zeitschrift für Erziehungswissenschaft = Éducation et recherche : revue suisse des sciences de l'éducation = Educazione e ricerca : rivista svizzera di scienze dell'educazione**

Band (Jahr): **20 (1998)**

Heft 1

PDF erstellt am: **30.06.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-786230>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

TIMSS, les apports pour la didactique des mathématiques

François Jaquet

Lorsqu'on analyse, question par question, les données de l'enquête TIMSS chez les élèves de 13 ans, en mathématiques, on est frappé par le nombre d'interrogations que suscite chaque taux de réussite et chaque fréquence d'erreur typique. Les résultats sont rarement conformes aux attentes des maîtres ou d'autres responsables de l'enseignement des mathématiques. On s'étonne souvent du nombre élevé de fautes, on s'estime parfois très satisfait, voire surpris, du degré de réussite. Dans tous les cas, on cherche à expliquer les raisons du succès ou de l'échec.

On entre alors dans le domaine de la didactique des mathématiques, qui cherche à expliquer les phénomènes liés à la transmission des savoirs, à la construction des connaissances par l'élève, aux conditions dans lesquelles s'élaborent de nouveaux concepts, au rôle du maître et à ses conceptions de l'apprentissage, à l'effet des moyens d'enseignement.

Au travers de quelques exemples, l'article se propose de mettre en évidence l'intérêt d'étudier les résultats d'une enquête à grande échelle à l'aide des instruments de la didactique des mathématiques. On montrera en particulier la nécessité des analyses a priori, on constatera les effets du choix multiple sur les stratégies mises en oeuvre par les élèves, on s'interrogera sur le sens à donner à certaines activités du champ de la proportionnalité.

Introduction

Au-delà des classements et des palmarès, au-delà des statistiques, au-delà des corrélations, au-delà des résultats par domaines notionnels, l'enquête TIMSS offre des informations sur chacune des questions posées aux élèves dans le domaine des sciences et des mathématiques. Il y a, bien sûr, le taux de réussite,

mais aussi la répartition des erreurs parmi les distracteurs proposés par le choix multiple et les réponses fausses typiques pour les questions ouvertes.

Savoir que les élèves de Suisse ont répondu correctement à 72 % des questions dans le domaine de l'analyse de données et 52 % seulement dans celui de la proportionnalité est un indicateur intéressant, certes, mais encore insuffisant pour le maître, l'auteur de manuels, le concepteur du plan d'études, le didacticien, qui devront adapter leur action en fonction des résultats donnés. Les auteurs du rapport international (Beaton, 1997) admettent eux-mêmes que les 11 items sur la proportionnalité étaient plus difficiles que ceux des autres domaines notionnels et qu'ils ont hésité à les regrouper dans leurs analyses.

Il faut donc en savoir plus sur l'énoncé de chaque question, sur son contenu mathématique, sur les obstacles qu'elle présente, sur son degré de familiarité pour l'élève.

Un examen aussi détaillé demande de très nombreuses analyses complémentaires, des échanges de vue, des débats, des recherches. Il exige du temps et la participation coordonnée de tous les partenaires concernés.

Deux équipes de maîtres de mathématiques se sont déjà attelées à cette tâche dans les cantons de Genève (Gabriel, 1997) et du Valais (Schild, 1997). Leurs premiers commentaires montrent l'étendue du champ des investigations à conduire: réflexions sur certains objectifs des plans d'études, interrogations sur la pertinence d'activités proposées par les manuels, nécessité de mieux percevoir les représentations que les élèves se font de certaines notions difficiles, propositions d'expérimentations complémentaires, etc.

Cet article n'a pas l'ambition de traiter toutes les questions de mathématiques proposées par l'enquête TIMSS aux élèves de 13 ans. Il se contente d'apporter des éclairages ponctuels sur quelques-unes d'entre elles, en soutien aux équipes de maîtres et de didacticiens déjà au travail et aux futures recherches qui vont certainement se développer, sur la base de ces données, dans le champ de la didactique des mathématiques.

1. L'analyse préalable des questions et les critères de correction

Pour une enquête de la dimension de TIMSS, le problème des critères de correction est fondamental et doit absolument être maîtrisé pour assurer une fiabilité suffisante des résultats. Les concepteurs des épreuves ont opté pour deux formes d'interrogation: 125 questions à choix multiples et 26 questions «ouvertes», dont 7 demandaient une explication des solutions obtenues.

En vue de l'évaluation et de l'analyse des réponses, il faut connaître les représentations que les élèves se font de chacune des tâches proposées, les démarches ou stratégies qu'ils vont mettre en oeuvre, les obstacles qu'ils pourront rencontrer. Au cours de ces trente dernières années, la didactique des mathématiques a apporté, dans ce domaine de l'analyse a priori en particulier, un ensemble impressionnant de données structurées scientifiquement: informations, observations, faits et hypothèses.

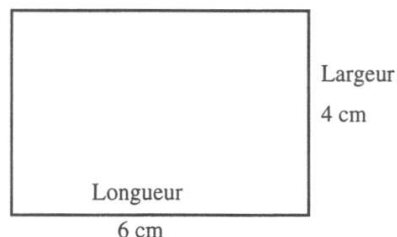
La difficulté, pour les concepteurs d'une enquête internationale, n'est pas seulement de prendre en compte tous ces résultats, mais aussi la diversité de leur origine. En effet, la recherche en didactique des mathématiques est loin d'être monolithique. On y trouve plusieurs courants, aux origines géographiques et conceptuelles diverses. Par exemple, une conception socio-constructiviste de l'apprentissage, fort répandue dans les recherches francophones, donne d'autres éclairages aux faits didactiques que le cognitivisme ou le métacognitivisme plus influents dans les milieux anglo-saxons.

De notre point de vue, proche de la recherche en didactique d'origine francophone, les analyses a priori conduites par les auteurs des problèmes, en grande majorité anglo-saxons, auraient pu être plus approfondies et éviter certaines ambiguïtés révélées lors de l'analyse des résultats, question par question.

Des difficultés d'interprétation sont apparues tout d'abord lors de l'évaluation des questions ouvertes où, pour les besoins du traitement de l'information, il s'agissait d'attribuer une valeur numérique à chaque type de réponse, correcte ou non. Malgré une description et une classification détaillées des solutions attendues des élèves, malgré plusieurs rencontres internationales ou nationales pour tester les critères de corrections établis par les concepteurs des questions, malgré le dispositif de contrôle du respect de ces critères, une marge d'incertitude subsiste encore dans les interprétations des solutions des élèves.

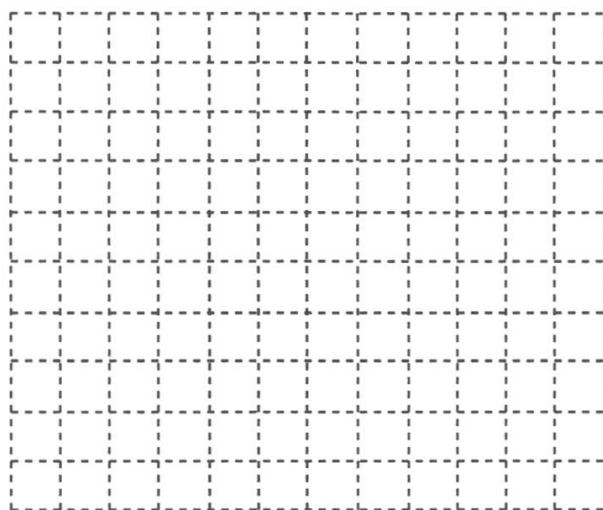
L'exemple du «Rapport des aires de deux rectangles» est caractéristique de ces difficultés (voir tableau 1).

U2.



a. Dans l'espace ci-dessous, dessinez un nouveau rectangle dont la longueur soit une fois et demie celle du rectangle ci-dessus, et dont la largeur soit la moitié de celle du rectangle ci-dessus.

Indiquez, sur le dessin, les mesures en centimètres de la longueur et de la largeur du nouveau rectangle.



b. Quel est le rapport de l'aire du nouveau rectangle à l'aire du premier ?
Montrez comment vous avez obtenu le résultat.

Tableau 1: Rapport des aires de deux rectangles

(Question U2, ouverte, domaine «Measurement». TIMSS Pop. 2. Les dessins sont réduits ici. Sur la feuille de l'élève, le rectangle est en vraie grandeur et le quadrillage est constitué de carrés de 1 cm de côté)

En première analyse, on pourrait penser que ce problème est tout à fait à la portée d'élèves de 13 ans. Dans la première partie, on leur demande de construire un rectangle de 9 cm de longueur (1,5 x 6) et de 2 cm de largeur (4: 2), avec l'aide d'une grille sur laquelle il n'y a plus qu'à reporter, même à main levée, le contour de la figure. Pour répondre à la deuxième question, les calculs nécessaires des deux aires sont élémentaires: $6 \times 4 = 24$ et $9 \times 2 = 18$. Seul le rapport semble devoir présenter quelques difficultés car on sait que les élèves ont toujours beaucoup de peine à utiliser les fractions dans ce type de situation.

Les prévisions de cette première analyse, plutôt «optimiste», sont absolument démenties par les résultats. La population internationale de TIMSS n'a obtenu qu'une réussite de respectivement 24% et 6% aux deux questions a) et b) chez les élèves de niveau 7, de 31% et 10% chez leurs camarades de niveau 8.

Les élèves suisses, situés au-dessus de la moyenne dans l'échelle générale, obtiennent comparativement des taux de réussite globaux supérieurs pour la question a: 37% et 47%, mais tout à fait analogues pour la question b: 3% et 7%.

Chacun est évidemment ébranlé par cet échec quasi généralisé. Et c'est ici que la didactique des mathématiques peut nous apporter quelques éléments d'explication.

Une analyse a priori plus approfondie aurait pu faire apparaître les obstacles à la résolution correcte du problème.

- Les difficultés d'énoncé, qui dépendent évidemment de la langue dans laquelle le problème est traduit, semblent universelles pour cette question, au vu des résultats internationaux:

En français on retiendra l'expression «dans l'espace ci-dessous», tout à fait inattendue pour les élèves habitués à des formulations du genre: «dans le quadrillage ci-dessous» ou «dans la grille...», l'usage du subjonctif dans la phrase «soit une fois et demie celle du rectangle ci-dessus», la différence entre l'expression des rapports «une fois et demie» et «la moitié de».

- Les difficultés de représentation de la tâche sont nombreuses aussi:

Le fait que l'une des dimensions augmente alors que l'autre diminue oblige à renoncer au modèle de l'agrandissement, comme à celui de la réduction, qui sont les plus prégnants dans la pratique scolaire et sociale de l'élève. Ce dernier se trouve ici devant une situation tout à fait inhabituelle d'une déformation «élastique» consistant à étirer le rectangle dans sa longueur en admettant que sa largeur se réduise.

Le libre choix de l'emplacement du nouveau rectangle et l'influence des dimensions de la grille doivent être prises en compte également:

Pour les auteurs du problème, la grille proposée est conçue comme une aide et il est évident qu'on ne doit pas se préoccuper de ses dimensions. Mais elle pose de nombreux problèmes à l'élève qui peut se demander pourquoi sa longueur est précisément 12, le double de la longueur du rectangle d'origine, et pourquoi on a aussi augmenté la largeur de la grille alors que la largeur du rectangle d'origine diminue dans le problème.

- La difficulté conceptuelle liée au rapport des deux aires est un obstacle majeur bien répertorié:

Ce rapport est un nombre rationnel non entier et non décimal; sa détermination exige préalablement le dessin correct du deuxième rectangle, puis le passage des objets de l'espace géométrique aux domaine numérique où s'effectue le calcul des deux aires, puis une inversion de l'ordre de ces deux mesures («... l'aire du nouveau à l'aire du premier»), puis le passage au champ conceptuel de la multiplication et de la division pour répondre à la question «quel est le rapport ...?», et enfin l'expression de ce nombre par une fraction qu'il faudra simplifier ensuite.

C'est cette chaîne d'obstacles qui, selon nous, explique le faible taux de réussite à ce problème.

Certains peuvent en conclure que l'analyse a priori de ce problème était insuffisante, que ses auteurs ont sous-estimé ses difficultés, qu'ils auraient pu améliorer l'énoncé et éviter les interférences liées à la présentation de la grille.

D'autres peuvent accepter le résultat comme une fatalité et le mettre au compte de la difficulté du concept de rapport ou du manque d'attention des élèves.

D'autres encore peuvent se demander, en constatant le faible taux de réussite de la question, s'il ne faut pas reconsidérer la place et l'importance des rapports ou proportions dans les programmes scolaires, sous la forme traditionnellement adoptée dans l'enseignement des mathématiques.

On peut imaginer encore d'autres réactions devant ces résultats, suivies de propositions pour la formation des maîtres. Par exemple, le concept de rapport de deux grandeurs, qui intéresse la communauté scientifique depuis que les mathématiques existent, mériterait d'être abordé par des séquences de formation initiale ou continue, en didactique, histoire ou épistémologie des mathématiques!

Pour notre part, nous estimons que l'enquête TIMSS, sur ce sujet précis, montre à l'évidence la nécessité d'une analyse a priori des problèmes, à l'aide des instruments que lui donne la recherche en didactique des mathématiques. Au vu des résultats précédents et de ce que l'on connaît déjà sur les énoncés, sur les représentations de la tâche et sur les obstacles didactiques liés au concept de rapport, il est fort probable que de nouvelles évaluations soient entreprises par des équipes de maîtres et chercheurs pour mieux comprendre pourquoi les élèves n'arrivent pas à trouver le rapport de l'aire de ces deux rectangles et quelles situations leur proposer pour franchir l'obstacle.

2. Influence des choix multiples

La grande majorité des items de TIMSS sont des questions à choix multiples. On connaît les avantages de cette forme d'interrogation pour la correction et les analyses statistiques, mais on n'en mesure pas tous les effets sur les procédures mises en oeuvre par les élèves pour répondre aux questions.

Il y a une trentaine d'années, dans le sillage de l'enseignement programmé et de la pédagogie par objectifs, les psychologues et pédagogues ont entrepris de nombreuses recherches sur la conception des questions à choix multiples et, en particulier, sur la problématique du choix des distracteurs. Ces derniers ont en effet une influence si évidente sur les taux de réussite qu'on peut légitimement se demander si la compétence mesurée par ce type de questions est de résoudre la problème posé ou de choisir le bon distracteur.

Pour illustrer ce propos, on peut examiner deux questions sur des «suites de figure géométriques» (voir tableau 2).

S1. Voici une suite de trois triangles dans laquelle le grand triangle d'une figure est un agrandissement de la figure précédente. Tous les petits triangles sont isométriques (égaux).

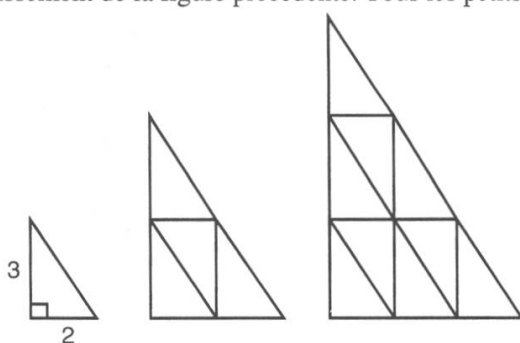


Figure 1 Figure 2 Figure 3

a. Complétez le tableau en indiquant le nombre de petits triangles composant chaque figure.

Figure	Nombre de petits triangles
1	1
2	
3	

b. La suite des triangles obtenus par agrandissements successifs est prolongée jusqu'à la 8ème figure.

Combien de petits triangles sont nécessaires pour composer la 8ème figure ?

.....

C5. (Cette question est sous embargo, car elle sera peut-être reprise dans une enquête ultérieure, mais elle se décrit facilement) :

Trois figures constituées respectivement de 6, 9 et 12 allumettes sont dessinées côte à côte, elles constituent les trois premiers éléments d'une suite régulière. La question est de savoir combien d'allumettes seront nécessaires pour construire la 10ème figure de la suite.

Le choix multiple est : 30, 33, 36, 39 et 42.

Tableau 2: Suites de figures géométriques
(Questions S1, ouverte, et C5, à choix multiples, du domaine «Other Algebra»)

Pour chacune de ces deux questions, il s'agit d'établir le lien entre le rang d'une figure dans une suite régulière et le nombre d'éléments constitutifs de la figure. Dans la question S1.a, on demande le nombre d'éléments de la 8ème figure, dans la question C5, celui de la 10ème figure.

Pour S2.b, une question préalable demande le nombre d'éléments constituant les 2ème et 3ème figures et un tableau de valeurs est préparé. Ces «aides» ne sont pas données par l'énoncé de l'item C5.

Les nombres constitutifs des figures de S1 sont donnés par la suite des carrés des nombres naturels: 1, 4, 9, 16, 25, On est en présence de la fonction $x \in x^2$. Si l'élève n'a pas perçu ce lien fonctionnel entre les deux grandeurs, il peut s'en tirer par addition successive des premiers nombres impairs en constatant qu'il suffit d'ajouter un rang de triangles sur le côté oblique pour passer d'une figure à l'autre: $1; 1 + 3 = 4; 4 + 5 = 9; 9 + 7 = 16; 16 + 9 = 25; \dots$

Dans la question C5, les nombres constitutifs des figures sont les multiples de 3 à partir du deuxième: 6, 9, 12, 15, La fonction est $x \in 3(x + 1) = 3x + 3$. Sans recourir à cette relation fonctionnelle, on peut ajouter 3 allumettes, dix fois de suite, pour obtenir la 10ème figure.

La seule différence, certes importante, entre les deux situations est liée à la variable «type de fonction»: quadratique élémentaire dans le premier cas, affine dans le deuxième.

Pour les maîtres et les didacticiens, ces suites de figures, dont il s'agit de déterminer le nombre d'éléments constitutifs, sont caractéristiques des «problèmes ouverts» ou des «situations problèmes» qu'on peut proposer aux élèves dans le champ notionnel des fonctions. Elles répondent à une double demande, explicitement formulée dans de nombreux plans d'étude, ceux de Suisse romande en particulier: au plan des objectifs généraux tout d'abord, «apprendre à conduire une recherche et adopter une démarche scientifique constituée de conjectures, essais, vérifications et justifications» puis, au plan des objectifs notionnels, «construire la notion de fonction».

Ces deux questions de l'enquête TIMSS sont donc d'un très grand intérêt didactique: les informations données vont au-delà des simples techniques de calcul et sont censées renseigner sur des notions et compétences fondamentales. Elles se situent au coeur des débats actuels sur la place de la résolution de problèmes dans l'enseignement des mathématiques.

En observant les résultats de la question C5 (voir tableau 3), on peut penser qu'environ deux tiers des élèves suisses ont une bonne connaissance, même intuitive, de la notion de fonction et qu'ils sont capables de conduire une recherche. Mais les taux de réussite de la question S1.b démentent cette interprétation des résultats et font apparaître au contraire que deux tiers des élèves suisses sont incapables de mener à chef cette petite recherche autonome, même s'ils réussissent parfaitement la première tâche de dénombrement (S1.a).

	Suisse alémanique	Suisse romande	Suisse italienne
S1.a), réponses 4 et 9	87,3	87,7	82,6
S1.b), réponse 64	39,2	36,9	29,5
C5, réponse 33	68,6	61,4	65,7

Tableau 3: Taux de réussite moyen des élèves suisses aux questions S1 .a, S1.b)et C5

Faut-il attribuer cette différence de réussite à la présence de la bonne réponse dans les propositions du choix multiple ou au type de fonction? Rien ne permet de le décider et les résultats de l'enquête, plutôt que de nous apporter une certitude, nous renvoient de nouvelles questions stimulantes:

Quelles sont les procédures de résolution effectivement adoptées par l'élève dans une résolution de problème en présence de choix multiples de solutions? Sont-elles fondamentalement différentes de celles qu'il met en oeuvre dans une recherche où il ne dispose d'aucune autre indication que celles de l'énoncé?

Quel est l'effet de la variable «type de fonction» dans ce problème, ou des autres variables de situation comme le type de figures à compléter, sur les représentations des élèves et l'importance des obstacles à la résolution?

En corollaire, apparaissent encore d'autres interrogations:

Les différences apparues entre les différentes régions de Suisse sont-elles significatives? Si oui, peut-on les attribuer aux programmes régionaux?

Pourquoi n'y a-t-il pas de progression de la 7^{ème} année à la 8^{ème} chez les élèves genevois et valaisans dans la réussite à ces deux questions, voire une légère régression alors que la réussite moyenne générale de ces deux populations augmente significativement d'une année à l'autre? (voir tableau 4)

degré:	Question S1.a		Question S1.b	
	7	8	7	8
Genève	84	84	37	32
Valais	92	96	54	52

Tableau 4: Réussite, en %, des élèves des degrés 7 et 8 aux questions S1.a et S2.b pour les cantons de Genève et du Valais.

Pourquoi plus de la moitié des élèves du Japon, et Singapour (comme ceux du Valais) répondent-ils correctement à la question S1.b), contre un tiers seulement des élèves suisses? Les pratiques d'enseignement fort différentes d'une région ou d'un pays à l'autre (Straesser, 1997) ont-elles une influence sur les résultats de ces deux questions?

Pour chacune de ces interrogations, il sera nécessaire de conduire de nouvelles expérimentations et des analyses plus détaillées. Il faudra aussi faire appel aux observations et aux outils fournis par la recherche en didactique, tels que les concepts de contrat, de variable, de représentation, de milieu, etc. Car on ne voit pas comment des maîtres, des responsables des programmes scolaires, des formateurs, des chercheurs pourraient se contenter de l'observation de ces différences sans tenter de leur donner une justification argumentée.

3. Le domaine de la proportionnalité

L14. Dans le tableau ci-dessous, x est proportionnel à y (fonction linéaire).

x	3	6	P
y	7	Q	35

Quelles sont les valeurs de P et Q ?

- A P = 14 et Q = 31
- B P = 10 et Q = 14
- C P = 10 et Q = 31
- D P = 14 et Q = 15
- E P = 15 et Q = 14

Tableau 5: Tableau de proportionnalité (Questions L.14 à choix multiples, du domaine «Proportionality»)

Un des thèmes majeurs de l'enseignement des mathématiques dans les premières années de l'école secondaire est celui de la proportionnalité. Tous les élèves, de tous les pays, y sont confrontés et y éprouvent des difficultés considérables.

TIMSS a consacré une douzaine d'item à ce domaine, dont celui du «tableau de proportionnalité» (voir tableau 5).

Pour la Suisse, les taux de réussite (réponse E) varient de 25,5 % pour la partie alémanique à 39,9% pour la Suisse romande fortement influencé par les 57,9 % de réponses justes des élèves valaisans. Cette forte variation d'une région à l'autre mérite quelques éclaircissements:

Pour compléter correctement ce tableau, le mathématicien fait appel au facteur de proportionnalité entre les deux grandeurs en jeu, le nombre $7/3$, pour passer de la première à la deuxième ligne et calculer la valeur de $Q = 6 \times 7/3 = 14$. Le passage de la deuxième à la première ligne se fait au moyen du facteur inverse $3/7$ et donne la valeur de $P = 35 \times 3/7 = 15$.

De nombreuses recherches ont montré que, lorsque le facteur de proportionnalité est un nombre entier ou décimal «simple», les élèves y recourent volontiers. Mais si, comme dans ce cas, le facteur s'exprime par une fraction non décimale, il constitue un obstacle majeur pour les élèves de 13 ans et au-delà.

L'élève dispose cependant d'autres instruments pour trouver les nombres P et Q, en s'appuyant sur deux propriétés de la linéarité qui permettent de «contourner» le passage par le facteur. Dans notre cas, il s'agit de la propriété du «produit» disant que, puisque, dans la première ligne, 6 est le double de 3, l'image de 6 dans la deuxième ligne sera également le double de l'image de 3, c'est à dire $Q = 2 \times 7 = 14$. Selon la même règle, puisque 35 vaut 5×7 , P s'obtiendra de la même manière à partir de 3: $P = 5 \times 3 = 15$.

Le modèle du tableau de correspondance est introduit dans les manuels romands dès la 5ème et la 6ème année d'école primaire. Il est repris et exploité systématiquement par les moyens d'enseignement utilisés en Valais, où les propriétés des applications linéaires acquièrent même le statut d'algorithme de calcul au sein des tableaux de proportionnalité et deviennent ainsi un objet d'études. A Genève, où la «pression» sur les propriétés de la linéarité est moins forte dans les manuels et les pratiques scolaires, la réussite à cet item est de 30 % seulement, c'est-à-dire la moitié de celle du Valais.

L'hypothèse d'une influence directe des méthodes et des moyens d'enseignement sur les réponses des élèves à cet item de l'enquête TIMSS est donc très forte. Elle pose aux maîtres, aux auteurs de manuels et à l'institution qui définit les plans d'études une série de questions délicates:

- Quel est le prix à payer pour obtenir une réussite plus élevée dans des tâches du type «tableau de proportionnalité à compléter»?
- Aux dépens de quelles autres compétences cette réussite sera-t-elle obtenue?
- Les aptitudes à compléter un tableau de proportionnalité constituent-elles des outils efficaces pour résoudre les problèmes du champ de la multiplication et de la division ainsi que ceux du champ des fonctions linéaires?
- N'y a-t-il pas un danger de «glissement métacognitif» consistant à substituer, dans les objectifs et les finalités de l'enseignement des mathématiques, des algorithmes de calcul au concept plus fondamental de linéarité. (A ce

propos, on se rappellera que l'algorithme de la «règle de trois», banni des programmes par les réformes de ces trente dernières années, est encore regretté par ceux qui n'y ont pas trouvé de substitut.)

La réponse à ces questions passera par une réflexion approfondie sur le sens des activités proposées aux élèves dans le domaine de la proportionnalité, par une analyse historique et épistémologique des concepts sous-jacents, par l'étude de leurs représentations, par une réestimation des besoins de la société en connaissances et outils sur le thème de la linéarité. Les résultats de l'enquête TIMSS peuvent apporter quelques éléments d'information pour cette réflexion, ils ont surtout le mérite d'élargir le débat par les composantes nationales et internationales des données.

La question précédente n'a pas seulement le mérite d'inciter à une réflexion sur l'opportunité et les objectifs des tableaux de proportionnalité. Elle suscite encore bien d'autres observations en didactique des mathématiques:

L'analyse des résultats genevois (op. cit.) fait apparaître la fréquence d'utilisation des distracteurs du choix multiple de la question:

8% des élèves ont choisi le distracteur A: $P = 14$ et $Q = 31$, contenant deux erreurs, 13 % ont choisi B: $P = 10$ et $Q = 14$, ne commettant qu'une seule erreur, sur P, 26 % ont choisi C: $P = 10$ et $Q = 31$, avec deux erreurs, 21 % ont choisi D: $P = 14$ et $Q = 15$, ce qui correspond à une interversion des deux réponses.

Ces choix sont révélateurs des erreurs typiques et, par conséquent, des modèles sur lesquels reposent les représentations des élèves.

L'erreur la plus fréquente dans ce type de tâche, largement mise en évidence par les recherches en didactiques des mathématiques, est la confusion entre deux modèles de «l'accroissement» l'un additif et l'autre multiplicatif. Pour passer de 3 à 6, certains élèves voient l'opérateur (+ 3) plutôt que ($\times 2$), ce qui les conduit à choisir $7 + 3 = 10$ comme valeur de Q, en lieu et place de $7 \times 2 = 14$.

De même, pour passer de 7 à 35, ils pensent à ajouter 28, ce qui conduit à l'erreur typique $3 + 28 = 31$, au lieu de $3 \times 5 = 35$.

Les distracteurs de la question L14 de TIMSS présentent un amalgame de ces erreurs typiques et des bonnes réponses. Ils rendent la tâche de l'élève assez délicate et l'obligent à vérifier ses deux résultats. Il faut regretter toutefois que l'erreur la plus révélatrice du modèle additif, c'est-à-dire $P = 31$ et $Q = 10$ n'y figure pas.

On retrouve la même lacune dans les distracteurs de la question des «triangles semblables» (voir tableau 6). On aurait souhaité y trouver l'erreur typique d'une procédure additive - ou «soustractive» en l'occurrence: l'opérateur (- 5), correspondant au passage de 8 à 3, appliqué à 12 et conduisant à l'erreur $12 - 5 = 7$.

P9.

Le triangle ABC est une réduction du triangle DEF.

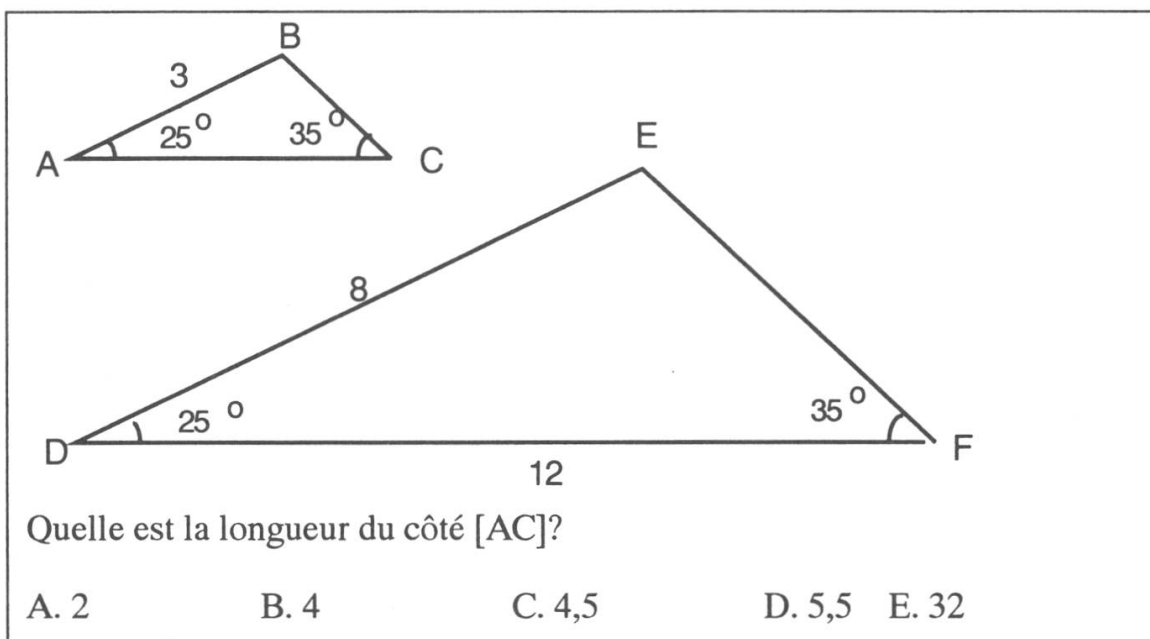


Tableau 6: Triangles semblables

(Questions P9, à choix multiples, domaine «Congruence and Similarity». Les dessins sont réduits ici. Sur la feuille de l'élève, les deux triangles étaient en vraie grandeur)

Le taux de bonne réponse à cette question, est de 49% chez les élèves suisses, avec de variations surprenantes:

Les maîtres qui ont analysé les résultats de Genève ont constaté que c'est la seule question où les élèves de section «GP» (générale et pratique), de degré 7, ont obtenu des résultats significativement supérieurs (57% contre 13%!) à ceux de leurs camarades des sections «LS» (latine et scientifique). Leur hypothèse est la suivante: «Une explication nous a paru plausible: le dessin original est à l'échelle 1:1 et il suffisait de mesurer le côté [AC]. On peut alors supposer que les élèves des sections pré-gymnasiales ont, par un effet de contrat didactique, cherché (sans trop de succès) à calculer la longueur demandée alors que les élèves de GP l'ont simplement mesurée ou estimée.» (op. cit.).

L'hypothèse est intéressante, mais, en cas de confirmation, elle serait loin d'être réconfortante!

Là encore, le lien avec la didactique est évident.

Conclusion

Plus on approfondit les analyses des réponses des élèves, questions par questions, plus les hypothèses sur les explications des différences sont riches et variées. Elles interrogent directement les maîtres, responsables de la gestion de

leur classe, mais aussi les formateurs, les personnes chargées d'élaborer les plans d'études, les auteurs de manuels et tous ceux qui guident et conduisent l'enseignement des mathématiques.

Les quelques exemples examinés dans les pages précédentes font apparaître, en premier lieu, toute la problématique de l'analyse a priori. Il est plus facile de déceler les lacunes de certaines questions a posteriori que lors de leur élaboration. L'essentiel est de dépasser le stade de la critique ou du constat pour aller au-delà. Des dizaines de milliers d'élèves ont cherché à résoudre les problèmes de l'enquête TIMSS, avec des taux de réussite différents mais dans des conditions de passation comparables. Si on estime que la forme de l'énoncé aurait pu être améliorée, il est possible de le faire et de vérifier si cette variable a un effet sur les résultats.

En ce qui concerne les questions à choix multiples, on peut se demander dans quelle mesure cette forme d'interrogation modifie la tâche de résolution de l'élève. La recherche en didactique des mathématiques s'est encore peu préoccupée de ces effets. L'enquête TIMSS offre de nombreuses données à ceux qui voudraient se pencher sur ce problème, d'un intérêt capital pour la réflexion sur l'évaluation des connaissances et des compétences.

Les questions de TIMSS ont été regroupées selon leurs contenus mathématiques. Les exemples étudiés précédemment ont montré les limites de cette classification. Il appartient maintenant aux équipes des différents pays et régions, de procéder à d'autres groupements, avec de nouveaux critères, pour conduire des analyses plus fines et mieux adaptées à leurs propres plans d'études. Le domaine de la proportionnalité, pour des élèves de 13 ans, est un point sensible au centre des préoccupations de la didactique des mathématiques. Les comparaisons et échanges, régionaux ou internationaux, sur ce sujet ne peuvent que faire progresser la connaissance des obstacles, représentations et procédures des élèves.

L'enquête TIMSS, n'apporte ni solutions ni certitudes. Elle ouvre des pistes de réflexion, elle incite à des analyses plus poussées sur la façon dont les élèves répondent, sur leurs représentations, mais aussi sur les défauts et les qualités des questions. C'est en cela qu'elle représente un apport à la didactique des mathématiques.

Références bibliographiques

- Beaton, A.E., Mullis, I.V.S., Martin, M.O., Gonzalez, E.J., Kelly, D.L. & Smith, T.A. (1996). Mathematics achievement in the Middle school years: IEA's third international mathematics and science study (TIMSS). Chestnut Hill: International association for the evaluation of educational achievement (IEA).
- Bodin, A. (1997). L'évaluation du savoir mathématique: questions et méthodes. *Recherches en didactique des mathématiques*, 17 (1), 49-96.
- Gabriel, F. (dir.). (1997). A propos d'une enquête internationale: les maths. Genève: Centre de recherches psychopédagogiques (CRPP).

- Moser, U., Ramseyer, E., Keller, C., & Huber, M. (1997). Schule auf dem Prüfstand: eine Evaluation der Sekundarstufe I auf der Grundlage der "Third international mathematics and science study". Chur: Verlag Rüegger (Nationales Forschungsprogramm 33).
- Robitaille, D.F. & Garden, R.A. (eds). (1996). Research questions & study design. Vancouver: Pacific educational press (TIMSS monograph 2).
- Schild, H. (1997). TIMSS: mathématiques: rapport sur les résultats des élèves valaisans, population 2. Sion: Département de l'instruction publique.
- Straesser, R. Teaching mathematics differently!: the TIMSS-Video-Study: presentation given at Trento on Decembre 5, 1997. (A paraître)

Der Nutzen des TIMSS für die Mathematikdidaktik

Zusammenfassung

Die eingehende Analyse aller Mathematikaufgaben der TIMSS-Untersuchung bei dreizehnjährigen Schülern ergibt Erfolgs- und Fehlerquoten, die zahlreiche Fragen aufwerfen. Die Resultate entsprechen selten den Erwartungen der Lehrer oder denen anderer Verantwortlicher des Mathematikunterrichts. Das Staunen wird sowohl durch viele Fehler als auch durch gute Erfolgsquoten ausgelöst. Den Gründen des Erfolgs bzw. des Misserfolgs muss nachgegangen werden.

Dazu lässt sich die Mathematikdidaktik zu Rate ziehen, die die Phänomene der Wissensvermittlung, des Erwerbs von Kenntnissen, der Bedingungen zur Erarbeitung neuer Konzepte, der Rolle des Lehrers und seines Lernkonzepts sowie des Einflusses von Lehrmitteln zu erklären sucht.

Der Artikel möchte anhand einiger Beispiele zeigen, weshalb die Analyse der Resultate der Gesamtuntersuchung mit Hilfe von Instrumenten der Mathematikdidaktik von Interesse ist. Es werden insbesondere die Notwendigkeit der A-priori-Analyse und die Auswirkungen des "multiple choice" auf die Schülerstrategien aufgezeigt, sowie Fragen zum Sinn bestimmter Aktivitäten im Bereich der Proportionalität gestellt.

TIMSS, i contributi alla didattica della matematica

Riassunto

Quando si intraprende un'analisi d'items, i dati relativamente alla matematica dell'indagine TIMSS suscitano una serie di interrogativi riguardo le percentuali di riuscita o la frequenza di errori tipici.

I risultati sono raramente conformi alle attese degli insegnanti o comunque di coloro che sono responsabili dell'insegnamento della matematica. Ci si meraviglia spesso del numero elevato di errori o, talvolta, ci si sente molto soddisfatti del grado di riuscita. In ogni modo, si cerca di spiegare le ragioni del successo o del fallimento.

Si entra allora nell'ambito della didattica della matematica, la quale cerca di spiegare i fenomeni legati alla trasmissione del sapere, alla costruzione delle conoscenze da parte degli allievi, alle condizioni nelle quali vengono elaborati nuovi concetti, al ruolo dell'insegnante e alle sue concezioni dell'apprendimento, all'effetto dei libri di testo o di altri mezzi d'insegnamento.

Tramite alcuni esempi, l'articolo si propone di mettere in evidenza l'interesse che ha lo studio dei risultati di un'indagine su larga scala dal punto di vista della didattica della matematica. Si mostrerà, in particolare, la necessità delle analisi a priori, si constateranno gli effetti delle risposte a scelta multipla sulle strategie risolutive degli allievi, ci si interrogherà sul senso da attribuire a talune attività che appartengono all'ambito della proporzionalità.

TIMSS, a contribution to the didactic of mathematics

Summary

When analysing, question by question, the results obtained in mathematics by 13 year old pupils of the TIMSS study, we are astounded by the number of queries that arise from the success rates as well as from the mistake frequency. The results rarely match the expectations of the teachers or other persons responsible for the teaching of mathematics. We are often surprised by the large number of mistakes, and sometimes satisfied by the level of achievement. In all cases, we try to explain the reasons for these successes or failures.

We thereby enter the domain of mathematical didactics, which tries to analyse the factors linked to the transmission of 'know-how', the student's construction of knowledge, the conditions under which new concepts are developed, the role of the teacher and his or her conception on learning, as well as the effect of teaching devices.

By looking at a few examples, the report proposes to emphasize the importance of studying the results of a survey carried out on a large scale using the tools specific to mathematical didactics. This shows in particular the necessity of an a priori analysis of a problem and underlines the effects of multiple-choice items on the strategies used by the students. We are also led to question the meaning we give to certain activities in the field of proportionality.