

**Zeitschrift:** Mittex : die Fachzeitschrift für textile Garn- und Flächenherstellung im deutschsprachigen Europa

**Herausgeber:** Schweizerische Vereinigung von Textilfachleuten

**Band:** 84 (1977)

**Heft:** [12]

**Rubrik:** Forschung und Entwicklung

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 26.12.2024

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# Forschung und Entwicklung

## Zur Statistik von Garnfehlern im Zusammenhang mit der Garnreinigung

Vortrag beim Textiltechnologischen Seminar der ETH vom 15. Dezember 1977

### Einführung

Die elektronische Garnreinigung hat heute ihren festen Platz in der textilen Fertigung. Während des Umspulprozesses werden alle störenden Dick- und Dünnstellen aus dem Garn entfernt und damit seine Qualität wesentlich verbessert. Bei der Einstellung der Garnreiniger darf man jedoch nicht nur die gewünschte Garnqualität vor Augen haben. Es muss ebenso berücksichtigt werden, dass jeder Reinigerschnitt den Nutzeffekt der Spulmaschine herabsetzt, und dass allzuvielen Knoten im Garn unerwünscht sind.

Die richtige Garnreinigung stellt also einen Kompromiss dar zwischen hoher Garnqualität und niedrigen Produktionskosten. Für diese Entscheidung benötigt man einerseits Kenntnisse über den Verwendungszweck des Garns, um festlegen zu können, welche Garnfehler bei der Weiterverarbeitung stören bzw. das Aussehen der Fertigware beeinträchtigen würden. Man braucht andererseits aber auch Information darüber, wieviele Garnfehler im Garn vorhanden sind, genauer: man benötigt ihre Häufigkeitsverteilung.

Da es sich immer um grosse Garnmengen handelt, kann die Häufigkeitsverteilung der Fehler in der ganzen Partie nicht mit vertretbarem Aufwand bestimmt werden. Man greift deshalb auf statistische Methoden zurück und entnimmt der Garnmenge eine Stichprobe. Für diese bestimmt man dann die Häufigkeitsverteilung und berechnet damit einen Näherungs- oder Schätzwert für die Anzahl Reinigerschnitte, die zur Entfernung aller störenden Fehler im Garn erforderlich sind.

Die Schnitzzahl ist abhängig von der gewählten Reiniger-einstellung und der Häufigkeitsverteilung der Fehler. Sie wird üblicherweise auf eine Garnlänge von 100 000 m bezogen. Die Güte der Schätzung der Schnitzzahl aber, die man anhand einer Stichprobe ermittelt, ist abhängig von der Grösse dieser Stichprobe, dem sogenannten Umfang, und den Eigenschaften der verwendeten Schätzmethoden.

Es wird die Aufgabe dieses Vortrages sein, ein neues Verfahren zur Schätzung von Schnitzzahlen zu beschreiben, das eine deutlich bessere Genauigkeit besitzt als die heute bekannten Methoden. Zuvor sollen jedoch diese kurz erläutert werden.

### Heutige Verfahren

Alle zur Zeit auf dem Markt erhältlichen elektronischen Reiniger bewerten Garnfehler nach den beiden Merkmalen (siehe Abbildung 1):

- Fehlerdicke (maximale Abweichung der Materialdicke bzw. des Fadendurchmessers, je nach Messsystem)
- Fehlerlänge (Länge der Abweichung)

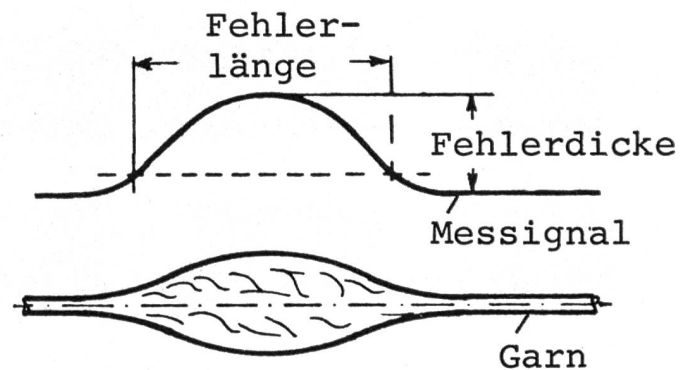


Abbildung 1 Merkmale von Garnfehlern

Die Fehlerdicke wird in Prozent der mittleren Materialdicke bzw. des mittleren Fadendurchmessers angegeben. Die Fehlerlänge wird dagegen in Zentimetern gemessen. Drei Hersteller elektronischer Garnreiniger bieten Geräte zur Ermittlung der Häufigkeitsverteilung von Garnfehlern an. Es handelt sich dabei um

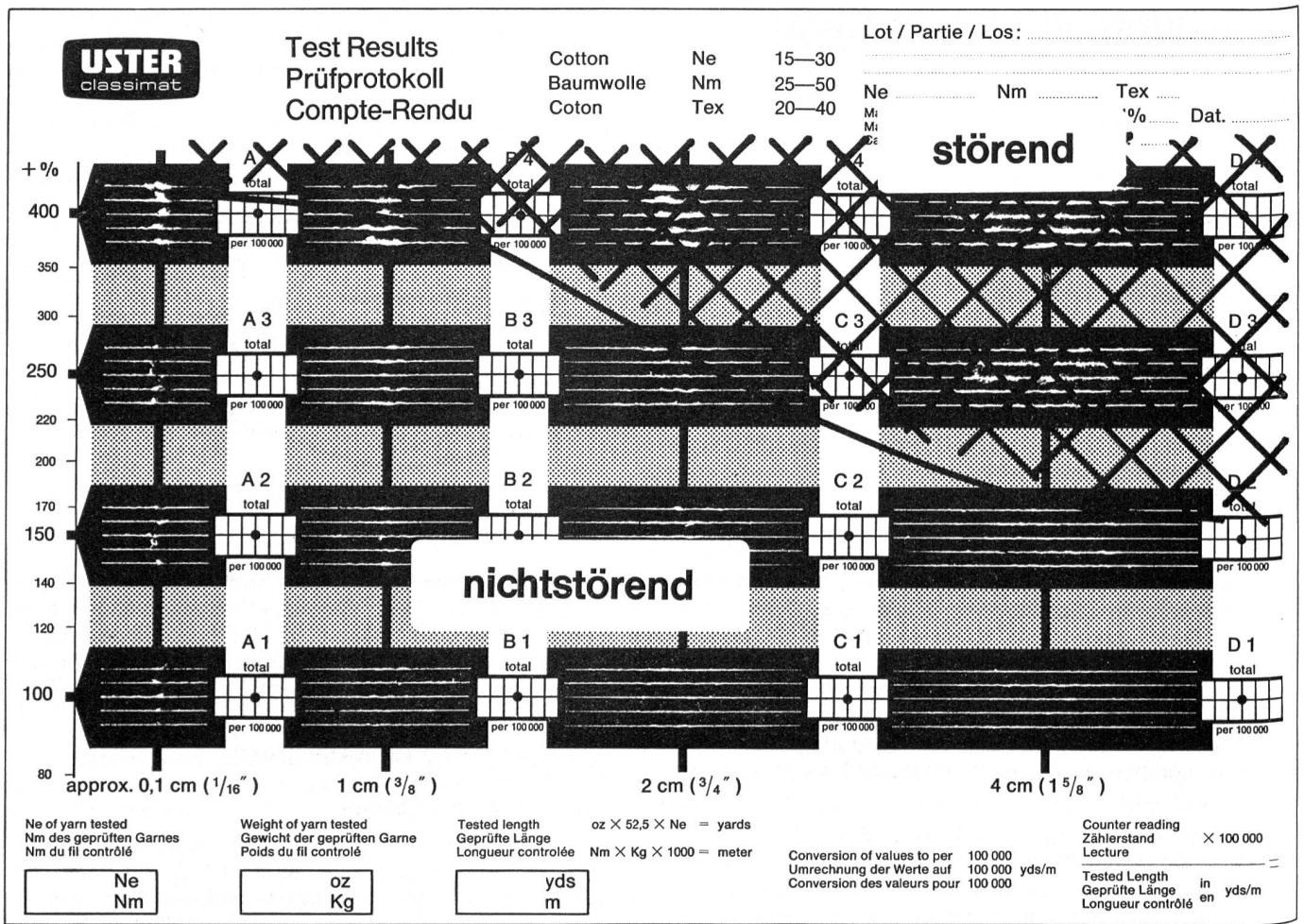
- Classimat (Firma Zellweger Uster)
- Digimat (Firma Peyer)
- Analyzer (Firma Loepfe)

Alle drei klassieren die Garnfehler nach den beiden Merkmalen Dicke und Länge, also zweidimensional. Der Classimat erfasst nur Dickstellen und unterteilt sie in 16 Klassen. Der Digimat klassiert Dickstellen in 30 und Dünnstellen in 5 Klassen, der Analyzer Dickstellen in 20 und Dünnstellen in 9 Klassen.

Während beim Classimat und beim Analyzer die Klassengrenzen aus bestimmten Werten für die Fehlerdicke und Fehlerlänge bestehen, bedeuten die Klassengrenzen beim Digimat verschiedene Reiniger-einstellungen. Deshalb kann bei diesem Gerät der Schätzwert für die Schnitzzahl direkt abgelesen werden. Beim Classimat und beim Analyzer müssen dafür zunächst noch Berechnungen, z. B. Additionen von Klassenhäufigkeiten, durchgeführt werden. Die bei diesen Geräten angewandten Klasseneinteilungen haben jedoch Vorteile bei der Garnqualitätskontrolle.

Die Unterscheidung zwischen störenden und nichtstörenden Garnfehlern wird auch heute noch nach visuellen Gesichtspunkten vorgenommen. Zu viele Faktoren bestimmen das Aussehen einer Fertigware, z. B. das Fasermaterial, der Glanz der Faser, ihre Farbe, das Spinnverfahren, ob Gewebe oder Maschenware, die Bindungsart usw. Nur der Mensch selbst ist in der Lage, gleichzeitig alle diese Einflüsse zu erfassen und zu bewerten. Er muss aber über Angaben verfügen, mit deren Hilfe er visuelle Grössen in apparative Grössen, z. B. Einstellwerte oder Klassengrenzen, umsetzen kann. Alle drei Geräte bieten eine solche Möglichkeit anhand von Schautafeln. Diese enthalten Abbildungen von Garnfehlern, die den verschiedenen Klassengrenzen entsprechen.

Abbildung 2 stellt eine derartige Schautafel für den Uster-Classimat dar. Sie ist verwendbar für Baumwollgarne mit Feinheiten zwischen 20 und 40 tex. Zur Anordnung der verschiedenen Fehlerabbildungen ist eine zweidimensionale Darstellungsform gewählt worden. Auf der Ordinate ist der Ueberschuss der Materialdicke in Prozent aufgetragen, auf der Abszisse die Fehlerlänge



Edition 1968

240 064-20

Abbildung 2 Tafel mit Fehlerabbildungen für den Uster-Classimat

in Zentimetern. Der Bereich der Dickstellen ist in 16 Klassen unterteilt, die mit A1, A2, A3 bis D4 bezeichnet sind. Die Grenzen jeder Klasse werden durch vier Bilder mit mehreren Fehlerdarstellungen veranschaulicht: Ein Bild mit Garnfehlern, die die unterste Grenze der Klasse bezüglich Dicke und Länge darstellen. Ein zweites Bild, das wieder die unterste Grenze bezüglich der Fehlerdicke aber gleichzeitig die oberste Grenze bezüglich der Fehlerlänge veranschaulicht, usw.

Die Kurve, die die Abbildung diagonal durchläuft, entspricht einer bestimmten Reinigereinstellung. Sie wird als Reinigungsgrenze bezeichnet und unterteilt den Dickstellenbereich in zwei Teile. Der Teil oberhalb der Kurve enthält alle störenden Dickstellen, die bei der Reinigung aus dem Garn entfernt werden, der Teil unterhalb der Kurve enthält alle nichtstörenden Dickstellen, die im Garn bleiben.

Alle drei Hersteller von Klassiergeräten geben dem Kunden Hinweise, wie er mit Hilfe der ermittelten Daten Reinigereinstellungen finden kann, die gleichzeitig die Garnqualität und die Schnitzzahl in angemessener Weise berücksichtigen. Im folgenden werden als Beispiel die entsprechenden Verfahrensschritte beim Uster-Classimat aufgezählt:

- Untersuchung einer Garnstichprobe mit dem Classimat. Uebertragen der ermittelten Klassenhäufigkeiten in ein Prüfprotokoll und Umrechnung der Werte auf eine Garnbezugslänge von 100 000 m.
- Vergleich der gefundenen Klassenhäufigkeiten mit Erfahrungswerten, die die Firma Zellweger Uster

unter der Bezeichnung «Classimat-Statistics» veröffentlicht hat. Damit ist eine gezielte Qualitätskontrolle gegeben, die bei grossen Abweichungen von den Standardwerten Rückschlüsse auf die Fehlerursachen ermöglicht.

- Unterteilung der 16 Klassen in solche mit störenden und solche mit nichtstörenden Dickstellen. Dabei rein visuelles Vorgehen unter Verwendung der im Prüfprotokoll vorhandenen Fehlerabbildungen und unter Berücksichtigung der Weiterverarbeitung des Garns.
- Auflegen einer Kurvenschablone, des sogenannten Correlators auf das Prüfprotokoll und Verschieben, bis eine der Kurven möglichst gut die Grenze zwischen den Klassen mit störenden und den Klassen mit nichtstörenden Dickstellen beschreibt. Einzeichnen dieser Reinigungsgrenze ins Prüfprotokoll und Ablesen der zugehörigen Einstellwerte für den Garnreiniger.
- Bestimmung der für diese Reinigereinstellung geschätzten Schnitzzahl durch Summierung der Einzelhäufigkeiten aller Klassen oberhalb der Reinigungsgrenze. Werden Klassen von der Reinigungsgrenze durchschnitten, darf nur ein Teil der Klassenhäufigkeit addiert werden.
- Uebersteigt der ermittelte Schätzwert für die Schnitzzahl die zulässige Grenze (z. B. 50 Schnitte je 100 000 m Garn), muss die Reinigereinstellung korrigiert werden. Bei extrem grossen Ueberschreitungen kann es sein, dass dabei kein befriedigendes Resultat gefunden werden kann. Dann ist das untersuchte Garn für den vorgesehenen Zweck nicht verwendbar und die Ursachen für die abnormal grosse Fehler

anzahl müssen festgestellt werden. In den meisten Fällen gelingt es jedoch, mit einer geringfügigen Aenderung der Reingereinstellung die Schnitzzahl so herabzusetzen, dass sie den erwähnten Grenzwert unterschreitet und gleichzeitig die Qualität des fertigen Garns nicht spürbar verschlechtert wird. Dies ist deshalb möglich, weil die Häufigkeit von Dickstellen mit zunehmender Dicke oder Länge der Fehler sehr rasch abnimmt. Kleine Aenderungen der Reingergrenze haben bereits eine grosse Veränderung der zugehörigen Schnitzzahl zur Folge.

In der Praxis hat es sich jedoch gezeigt, dass bei dem beschriebenen Verfahren eine befriedigend genaue Schätzung der Schnitzzahl nur mit sehr grossen Stichproben möglich ist. Dafür sind hauptsächlich zwei Gründe verantwortlich:

- Eine zu grobe Klasseneinteilung: Dadurch geht bei der Stichprobenentnahme viel Information verloren. Ausserdem entsteht bei der Berechnung des Schätzwertes für die Schnitzzahl ein beträchtlicher zusätzlicher Fehler. Die Reingergrenze durchschneidet nämlich immer mehrere Klassen, deren Häufigkeit nur zum Teil in die Rechnung eingehen darf. Wie gross dieser Teil sein muss, kann aber nur mit Hilfe der Erfahrung abgeschätzt werden. Erschwerend kommt hinzu, dass diese Unsicherheit gerade in dem Bereich auftritt, wo die meisten störenden Dickstellen zu finden sind, d. h., wo ihre Häufigkeitsdichte am grössten ist. Es sei schliesslich nochmals auf die Vorteile des Digimatsystems auf diesem Gebiet hingewiesen, die allerdings mit Nachteilen bei der Garnqualitätskontrolle verbunden sind. Der Analyzer verwirklicht einen Kompromiss. Er verwendet das gleiche System wie der Classimat, jedoch mit einer feineren Klasseneinteilung. Darüber hinaus übernimmt er noch zahlreiche Prüfaufgaben und ermittelt Produktionsdaten.
- Zur Berechnung des Schätzwertes für die Schnitzzahl wird nur ein Bruchteil der klassierten Daten verwendet, nämlich nur die Häufigkeiten der störenden Fehler. Der weitaus grössere Rest der Stichprobe, das sind die Klassen mit den nichtstörenden Dickstellen, bleibt ungenutzt.

### Prinzip des statistischen Modells

Das im folgenden zu beschreibende Verfahren ist nur für Dickstellen entwickelt worden und geht ebenfalls von einer Stichprobe aus. Neu ist, dass der Schätzwert für die Schnitzzahl nicht direkt aus den Stichprobendaten, sondern auf dem «Umweg» über ein geeignetes statistisches Modell berechnet wird. Zuvor muss das Modell allerdings an die speziellen Verhältnisse eines jeden Garns angepasst werden. Dafür besitzt es mehrere Parameter, die aus der Stichprobe geschätzt werden.

Der Vorteil liegt einmal darin, dass bei diesem Verfahren alle Stichprobendaten verwendet werden. Zum anderen kann ihre Erfassung, wie noch gezeigt werden wird, so zielgerichtet erfolgen, dass eine Klassierung entfällt. Damit wird eine weitere Steigerung der Schätzgenauigkeit erreicht. Schliesslich kann die Berechnung des Schätzwertes für die Schnitzzahl mit fast beliebiger Genauigkeit erfolgen, da lediglich eine Funktion zu integrieren ist und keine Bruchteile von Klassenhäufigkeiten abgeschätzt werden müssen.

Im einzelnen geht die Berechnung des Schätzwertes für die Schnitzzahl folgendermassen vor sich (siehe Abbildung 3):  $X$  sei die Fehlerdicke,  $Y$  sei die Fehlerlänge

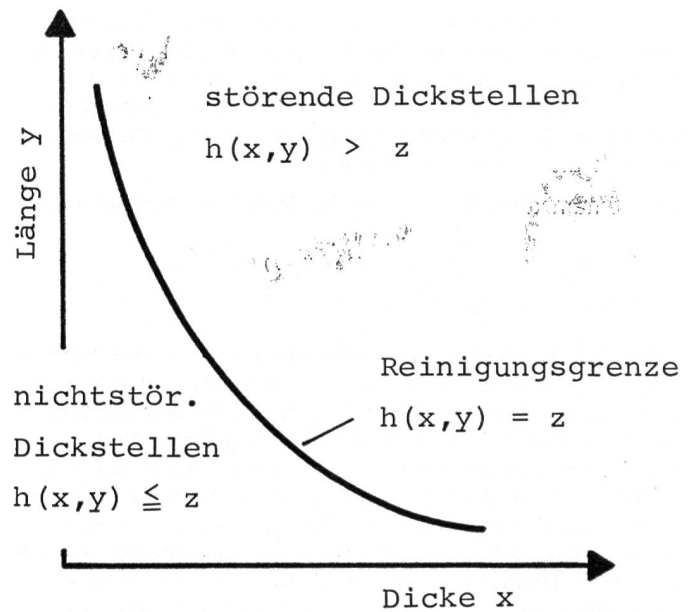


Abbildung 3 Berechnung des Schätzwertes für die Schnitzzahl

und  $f_{x,y}(x,y)$  gemäss dem statistischen Modell ihre gemeinsame zweidimensionale Dichte.  $h(x,y) = z$  sei eine gegebene Reingergrenze, wobei für alle störenden Dickstellen  $h(x,y) > z$  und für alle nichtstörenden Dickstellen  $h(x,y) \leq z$  gilt.  $n$  sei schliesslich der auf eine Garnbezugslänge von 100 000 m umgerechnete Stichprobenumfang. Der Schätzwert für die Schnitzzahl, identisch mit der Anzahl störender Dickstellen, berechnet sich dann nach

$$n(z) = n \iint_{h(x,y) > z} f_{x,y}(x,y) dx dy = n(1 - \iint_{h(x,y) \leq z} f_{x,y}(x,y) dx dy)$$

$n(z)$  ist wie  $n$  auf eine Garnlänge von 100 000 m bezogen.

### Modell von Gumbel

Bei der Suche nach einem für die erwähnte Aufgabe geeigneten statistischen Modell lag es zunächst nahe, von bekannten Gesetzmässigkeiten auszugehen. So ist es bekannt, dass in einem nicht durch systematische Einflüsse gestörten Spinnprozess Garnfehler, insbesondere Dickstellen, zufällig und unabhängig voneinander entstehen. Da sie ausserdem seltene Ereignisse sind, ist die Anzahl Dickstellen in gleichlangen Garnabschnitten poissonverteilt. Dies ist oft durch praktische Untersuchungen bestätigt worden. Es sei dabei z. B. auf eine Arbeit von Locher [1] und die Dissertation von Vogt [2] verwiesen. Ausgehend vom Poissonmodell lässt sich ausserdem herleiten, dass die Garnlänge zwischen den einzelnen Dickstellen, die sogenannte fehlerfreie Länge exponentialverteilt ist. Man gelangt auf diesem Weg aber nicht zu Aussagen über die Verteilungen der Dicke und der Länge von Garnfehlern.

Aus diesem Grund wurde der Weg der Analytischen Statistik beschritten. Vier statistische Modelle wurden nach einem gründlichen Literaturstudium ausgewählt und mit den Daten mehrerer Stichproben getestet [3]. Dabei war zu prüfen, wie gut die theoretischen Verteilungen der Modelle mit den effektiven Beobachtungen verschiedener Stichproben übereinstimmen. Von den vier untersuchten Modellen erwiesen sich drei als geeignet. Alle drei gehören zur Gruppe der Exponentialverteilungen. Im folgenden wird davon nur noch das 1960 von Gum-

bel [4] veröffentlichte Modell näher behandelt, da es wegen seiner leichten Handhabung bei der Parameterschätzung und der Integration der Dichte die besten Voraussetzungen für eine praktische Anwendung bietet. Bei dieser Beschreibung werden einige Begriffe aus der Statistik als bekannt vorausgesetzt.

Die gemeinsame Dichte des Modells von Gumbel lautet

$$f_{X,Y}(x,y) = c_2 c_3 \cdot e^{-c_2 x - c_3 y} \{1 + c_1 (2e^{-c_2 x} - 1) (2e^{-c_3 y} - 1)\}$$

für  $x > 0, y > 0$  und  $-1 \leq c_1 \leq 1, c_2 > 0, c_3 > 0$

Dabei ist X wieder die Fehlerdicke und Y die Fehlerlänge. Der Wertebereich von X und Y umfasst alle positiven reellen Zahlen.  $c_2$  und  $c_3$  sind die Massstabparameter bezüglich X bzw. Y und beide grösser Null.  $c_1$  ist der Korrelationsparameter und nimmt Werte innerhalb  $-1$  und  $+1$  an. Abbildung 4 zeigt eine Darstellung dieser Dichte mit Parameterwerten, die zu einer der erwähnten Stichproben gehören. Sie ist eine gekrümmte Fläche im Raum. Besonders auffallend ist, dass die Dichte mit zunehmendem X und/oder zunehmendem Y sehr schnell abfällt.

Die beiden Randverteilungen sind Exponentialverteilungen mit den Dichten

$$f_X(x) = c_2 \cdot e^{-c_2 x} \quad ; \quad f_Y(y) = c_3 \cdot e^{-c_3 y}$$

und den zugehörigen Erwartungswerten

$$E[X] = \frac{1}{c_2}, \quad E[Y] = \frac{1}{c_3}$$

Die bedingten Verteilungen sind dagegen in der Regel, d. h. im Fall abhängiger Variabler X und Y, keine Exponentialverteilungen. Die bedingte Dichte von X bei gegebenem y lautet z. B.

$$f_X(x/y) = c_2 e^{-c_2 x} \{1 + c_1 (2e^{-c_2 x} - 1) (2e^{-c_3 y} - 1)\}$$

Die bedingte Dichte von Y bei gegebenem x hat aus Symmetriegründen eine ähnliche Form. Für die bedingten Mittelwerte der Variablen X gilt

$$E[X/Y] = \frac{1}{c_2} \cdot \left(1 + \frac{c_1}{2} - c_1 e^{-c_3 y}\right)$$

Sie stellen eine Funktion von y dar und werden deshalb auch als Regressionsfunktionen bezeichnet.

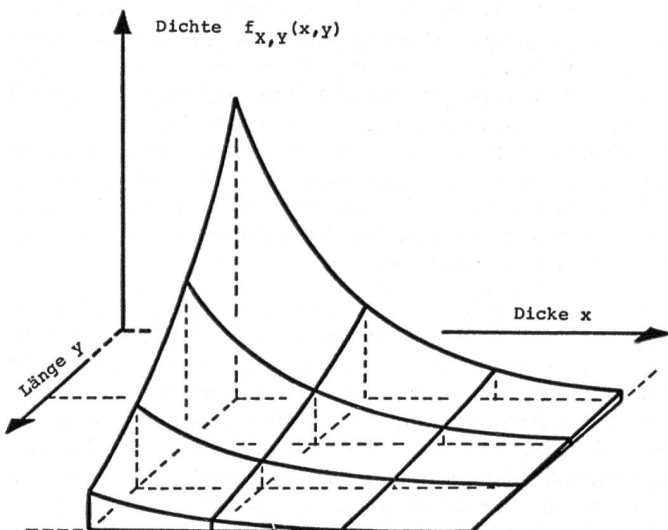


Abbildung 4 Dichte des Modells von Gumbel

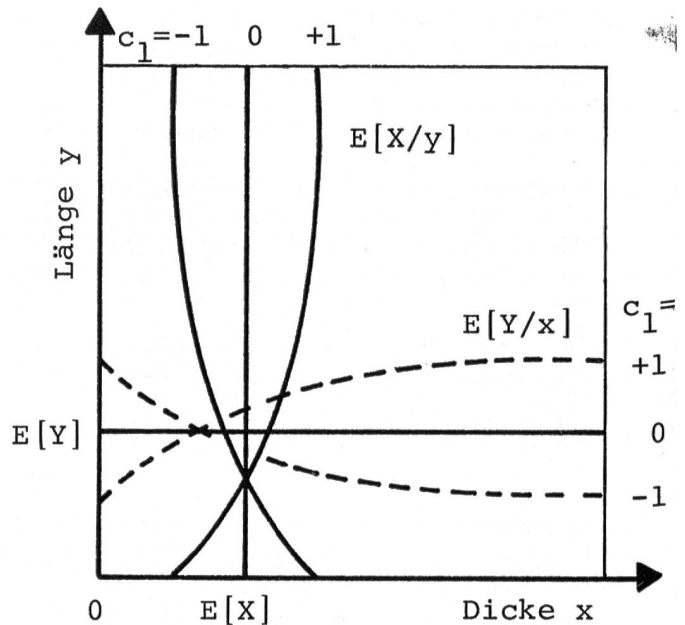


Abbildung 5 Regressionsfunktionen des Modells von Gumbel

In Abbildung 5 sind die beiden Regressionsfunktionen des Modells von Gumbel für verschiedene Werte des Korrelationsparameters  $c_1$  dargestellt. Im Fall  $c_1 = 0$  sind die beiden Variablen X und Y voneinander unabhängig und die beiden Funktionen konstant, d. h. Achsenparallelen. Für abhängige X und Y sind die Regressionsfunktionen nichtlinear. Bei positiver Korrelation ( $c_1 > 0$ ) wachsen die Mittel mit steigendem Wert der bedingten Variablen, bei negativer Korrelation ( $c_1 < 0$ ) fallen sie. In beiden Fällen nähern sich die Kurven asymptotisch Grenzwerten. Es gibt bei jeder bedingten Variablen einen bestimmten Wert, für den die entsprechenden bedingten Mittel von der Korrelation unabhängig sind. Bei der Betrachtung der Stichproben im folgenden Kapitel wird es sich zeigen, dass diese die soeben genannten wichtigen Eigenschaften auch besitzen.

### Stichproben

Für die Ueberprüfung der Modelle standen 19 Stichproben zur Verfügung, entnommen von 16 Garnen aus vier schweizerischen Spinnereien. Es handelte sich dabei um 9 Ring- und 7 OE-Rotorgarne, alle aus 100% Baumwolle. Die untersuchte Garnlänge betrug 100 000 m, nur in drei Fällen war die Prüflänge kürzer.

Zur Erfassung der Dickstellen wurde ein optischer Garnreiniger der Firma Loepfe verwendet (Abbildung 6). Er war so abgeändert, dass ihm zwei elektronische Signale

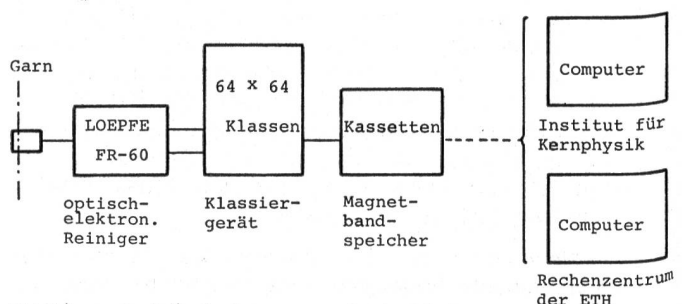


Abbildung 6 Datenerfassung und -verarbeitung

entsprechend der Fehlerdicke und der Fehlerlänge entnommen werden konnten. Diese wurden zweidimensional klassiert, bezüglich der Fehlerdicke und der Fehlerlänge in je 64 Klassen. Das dafür verwendete Klassiergerät mit insgesamt 4096 Klassen wurde vom Institut für Kernphysik der ETH Zürich zur Verfügung gestellt. Die Untersuchung der Garne und Klassierung der Dickstellen wurde am Institut für Textilmaschinenbau und Textilindustrie der ETH Zürich durchgeführt. Für die statistischen Berechnungen wurde die Computeranlage des kernphysikalischen Instituts und diejenige des Rechenzentrums der ETH verwendet.

Zwischen allen Stichproben besteht eine grosse Ähnlichkeit. Abbildung 7 zeigt mehrere bedingte Häufigkeitsverteilungen der Fehlerdicke am Beispiel eines Ringgarns aus 100% Baumwolle kardierte mit einer Feinheit von 30 tex. Die bedingte Variable, d. h. der Parameter von Verteilung zu Verteilung, ist hier die Fehlerlänge. Aufgetragen sind jeweils die Logarithmen der absoluten Klassenhäufigkeiten über den Klassennummern. Diese sind wegen der konstanten Klassenbreite proportional den Klassenmitten. Zur besseren Uebersichtlichkeit ist nur jede zehnte Verteilung dargestellt.

Alle Verteilungen zeigen einen ähnlichen Verlauf: Mit wachsendem Wert der Variablen steigen die logarithmischen Häufigkeiten zunächst steil an und nehmen dann nach Erreichen eines Maximums nahezu linear wieder ab. Die Daten, die den ansteigenden Ast der Verteilung bilden, wurden bei den Modelluntersuchungen nicht verwendet. Nach Vogt [2] muss dieser Bereich noch der Garnungleichmässigkeit zugerechnet werden. Der Autor hat in seiner Dissertation die Grenze zwischen der normalen Ungleichmässigkeit und fehlerhaften Dickstellen mit etwa +3,3 CV% angegeben, wobei unter CV% die mit dem Uster-Garnleichmässigkeitsprüfer bestimmte Ungleichmässigkeit zu verstehen ist. In diesem Zusammenhang muss ausserdem bedacht werden, dass Garnreiniger nur im Bereich möglicher Reinigungsgrenzen genau messen. Im Gebiet sehr kleiner Dickstellen, die niemals für eine Ausreinigung in Frage kommen, muss man daher mit Messfehlern rechnen.

Im Bereich echter Dickstellen verlaufen die bedingten Verteilungen der logarithmischen Häufigkeiten weitgehend linear, eine Eigenschaft, die auf eine Exponentialverteilung hindeutet. Die Streuung der Klassenhäufigkeiten wird dabei durch den logarithmischen Massstab in der Darstellung stark verzerrt. Die Streuung in Klassen grosser Häufigkeit erscheint zu klein, diejenige in Klassen kleiner Häufigkeit dagegen zu gross. Alle Klassen, deren Häufigkeiten zur Überprüfung der Modelle verwendet wurden, werden mit einem schwarzen Punkt bezeichnet, die übrigen mit einem Kreis.

Die Steigung der Verteilungen nimmt, wie vielleicht nicht sofort zu erkennen ist, mit wachsendem Wert der bedingten Variablen dem Betrage nach ab. Das ist gleichbedeutend mit einem Anwachsen der bedingten Mittelwerte. Da gleichzeitig der Korrelationskoeffizient der Stichprobe positiv ist, sind damit Zusammenhänge gefunden worden, die im vorhergehenden Kapitel auch beim Modell vom Gumbel festgestellt wurden. Die Aenderung der Steigung der dargestellten bedingten Verteilungen ist ein Mass für die Korrelation zwischen der Fehlerdicke und der Fehlerlänge. Sie ist deshalb kaum zu erkennen, weil der Korrelationskoeffizient sehr klein ist. Das ist auch bei den übrigen Stichproben der Fall. Bei einigen ist die Korrelation nicht einmal signifikant von Null verschieden.

Abbildung 8 betrifft wieder dieselbe Stichprobe. Diesmal sind aber die bedingten Häufigkeitsverteilungen der

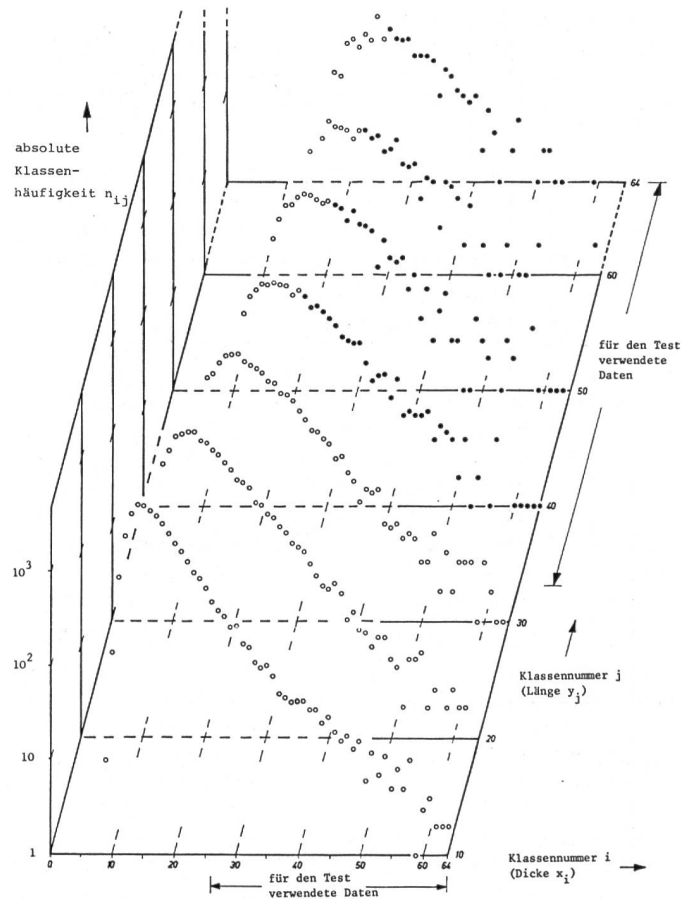


Abbildung 7 Bedingte Verteilungen der Fehlerdicke (Fehlerlänge gegeben, Stichprobe)

Fehlerlänge bei gegebener Fehlerdicke aufgetragen. Die Art der Darstellung ist die gleiche wie in Abbildung 7 und bezüglich dem Verlauf der Verteilungen, der Aenderung der Steigungen bzw. der Aenderung der bedingten Mittelwerte gelten wieder dieselben Gesetzmässigkeiten. Zu beachten ist noch, dass die Häufigkeiten der Klassen mit grosser Fehlerlänge nicht überall Null sind. Hier fehlt also ein Teil der Verteilung, denn die Randklassen haben die gleiche Breite wie alle anderen Klassen, sind also nicht «nach oben offen». Derartige sogenannte abgeschnittenen Verteilungen entstehen immer dann, wenn bei einer Stichprobenuntersuchung aus messtechnischen oder praktischen Gründen nicht der ganze Wertebereich der Variablen beobachtet werden kann. Im vorliegenden Fall lag die Ursache bei der beschränkten Einstellmöglichkeit der Klassenbreite. Abgeschnittene Verteilungen bereiten bei der Schätzung von Parametern gewisse Schwierigkeiten.

Abbildung 9 zeigt die Randverteilung der Fehlerdicke und Abbildung 10 die Randverteilung der Fehlerlänge. Dargestellt sind nur diejenigen Klassen, die zum Testen der Modelle verwendet wurden. Anhand des angegebenen Vertrauensintervalls ist festzustellen, dass in beiden Fällen eine gute Uebereinstimmung mit der Exponentialverteilung besteht, die bekanntlich einen linearen Verlauf der logarithmischen Häufigkeiten verlangt. Zusammen mit den zuvor beschriebenen Eigenschaften der bedingten Häufigkeitsverteilungen sind damit nochmals Zusammenhänge gefunden worden, die auf eine gute Uebereinstimmung zwischen Modell und Daten hinweisen. Beim Modell von Gumbel sind nämlich die Randverteilungen exakt Exponentialverteilungen und die bedingten Verteilungen sind es bei kleiner Korrelation näherungsweise.

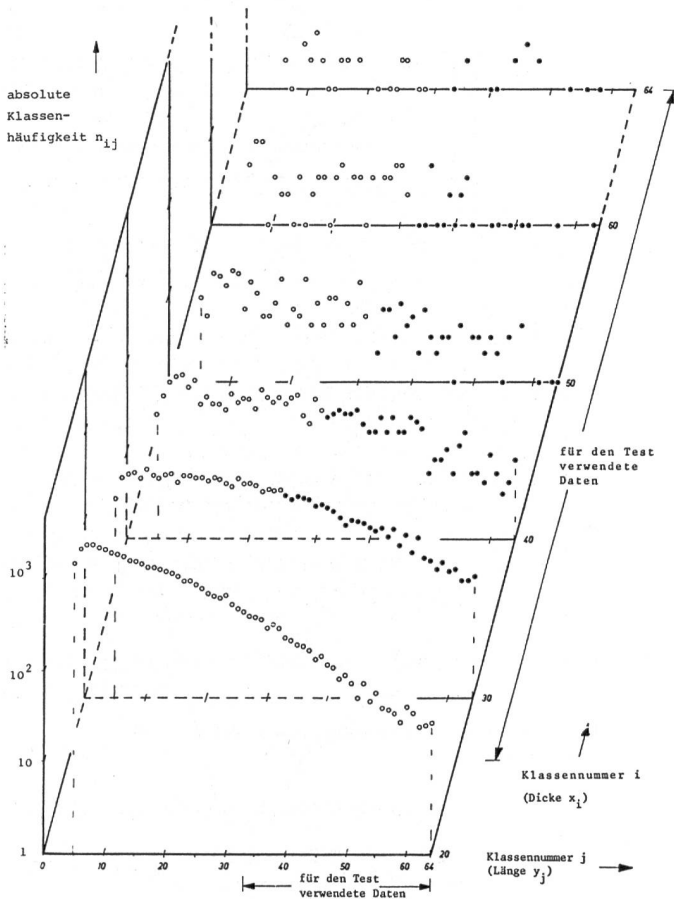


Abbildung 8 Bedingte Verteilungen der Fehlerlänge (Fehlerdicke gegeben, Stichprobe)

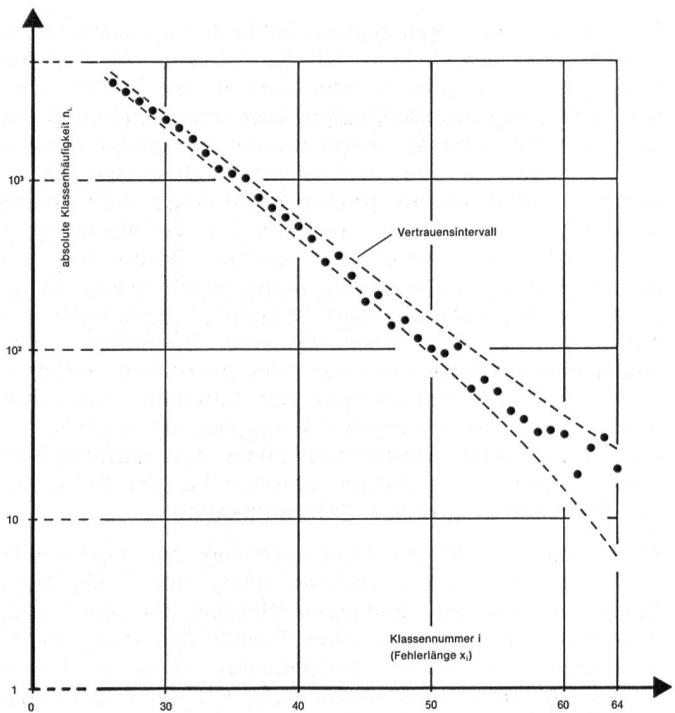


Abbildung 9 Randverteilung der Fehlerdicke (Stichprobe)

**Schätzung der Modellparameter**

Gute Schätzverfahren für die Parameter sind für die Brauchbarkeit eines Modells von wesentlicher Bedeutung. Die besten Schätzungen für die drei Parameter des Modells von Gumbel erhält man aus

$$\hat{c}_1 = 4r = 4 \frac{s_{xy}}{s_x \cdot s_y} = 4 \frac{\sum_1 x_i y_i - \frac{1}{n} (\sum_1 x_i) (\sum_1 y_i)}{\sqrt{[\sum_1 x_i^2 - \frac{1}{n} (\sum_1 x_i)^2] [\sum_1 y_i^2 - \frac{1}{n} (\sum_1 y_i)^2]}}$$

$$\hat{c}_2 = \frac{1}{\bar{x}} = \frac{n}{\sum_1 x_i}$$

$$\hat{c}_3 = \frac{1}{\bar{y}} = \frac{n}{\sum_1 y_i}$$

Dabei sind  $(x_i, y_i)$  mit  $i = 1, 2, 3, \dots, n$  die paarweise zusammengehörigen Einzelwerte der Stichprobe.  $n$  ist der Umfang,  $r$  der Korrelationskoeffizient und  $s_{xy}$  die Kovarianz.  $s_x$  und  $\bar{x}$  bzw.  $s_y$  und  $\bar{y}$  sind die Standardabweichungen und die Mittelwerte der  $x_i$  bzw.  $y_i$ .

Bei näherer Betrachtung der Formeln fällt auf, dass zur Berechnung der drei Schätzwerte nur folgende Summen bekannt sein müssen:

$$\sum_1 x_i, \sum_1 y_i, \sum_1 x_i y_i, \sum_1 x_i^2, \sum_1 y_i^2$$

Ausserdem können diese fünf Summen bereits während der Stichprobenentnahme gebildet werden, indem man jedes Datenpaar  $(x_i, y_i)$  sofort nach seinem Auftreten verarbeitet. Wenn man zusätzlich noch ihre Anzahl registriert, sind damit alle Ausgangswerte für die Parameterschätzung bestimmt. Eine Speicherung von Stichprobeneinzelwerten ist dann nicht mehr nötig, auch keine Klassierung mehr. Dieser interessante Gedanke wird im Zusammenhang mit der praktischen Anwendung des Modells von Gumbel noch näher behandelt werden.

Bei abgeschnittenen Verteilungen ist die Schätzung der Parameter wesentlich komplizierter als oben angegeben. Deshalb muss dieser Fall in der Praxis unbedingt vermieden werden. Auf dem Gebiet der zweidimensionalen Verteilungen sind zur Zeit derartige Schätzmethoden nur für die Normalverteilung bekannt. Für das Modell von Gumbel und die anderen untersuchten Modelle mussten deshalb erst entsprechende Verfahren entwickelt werden. Sie beruhen auf einer linearen Regressionsrechnung mit Gewichten. Führt man diese mit den logarithmischen Häufigkeiten exponentialverteilter Daten durch, dann lässt sich aus dem erhaltenen

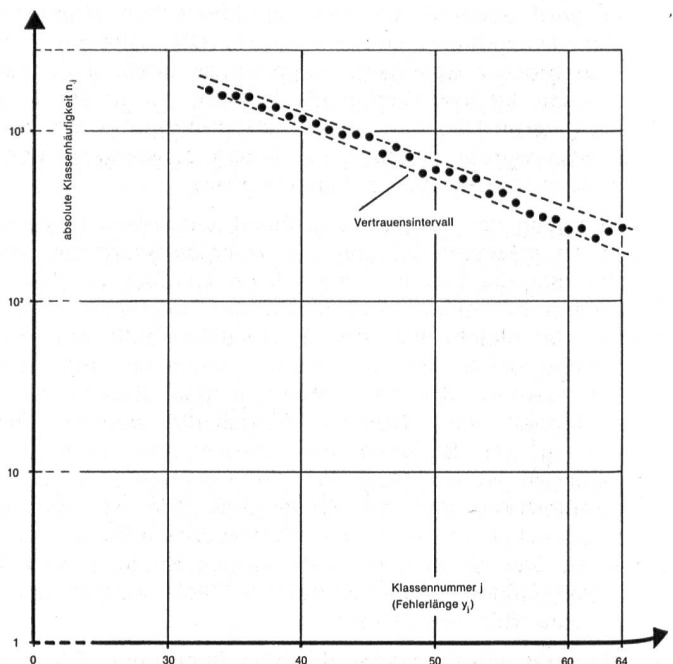


Abbildung 10 Randverteilung der Fehlerlänge (Stichprobe)

Regressionskoeffizienten ein Schätzer für den unbekannt Parameter berechnen. Im vorliegenden Fall der zweidimensionalen Exponentialverteilungen mussten solche Berechnungen mit jeder bedingten Häufigkeitsverteilung, je Stichprobe ca. 70, durchgeführt werden. Daraus ergab sich ein beträchtlicher Rechenaufwand, der nur mit einem Computer zu bewältigen war.

### Anwendung des Modells von Gumbel in der Praxis

Das Modell von Gumbel kann ohne weiteres auf Stichprobendaten angewendet werden, die mit einem der heute bekannten Garnfehlerklassiergeräte ermittelt wurden. Vorerst muss jedoch eine Fadenabtastung nach dem optischen Prinzip zur Bedingung gemacht werden, da auch die grundlegenden Untersuchungen so durchgeführt wurden. Da jedoch zwischen den vorher beschriebenen Stichprobendaten und vergleichbaren Classimat-Daten viele Ähnlichkeiten bestehen, ist es möglich, dass diese Einschränkung künftig nicht mehr notwendig ist, oder dass für diese Daten ebenfalls ein geeignetes Modell gefunden werden kann.

Das Modell von Gumbel ist dann von doppeltem Vorteil für die Statistik von fehlerhaften Dickstellen, wenn man die zur Parameterschätzung erforderlichen Summen bereits während der Stichprobenentnahme bildet. Diese Möglichkeit wurde bereits im vorhergehenden Abschnitt erwähnt. Im folgenden wird deshalb ein Gerät entworfen, das beide Vorteile nutzt. Es soll dabei nicht nur die Stichprobendaten erfassen und daraus Schätzwerte für die Parameter des Gumbel-Modells ermitteln können. Es muss ausserdem in der Lage sein, für eine eingegebene Reinigungsgrenze die zugehörige Schnitzzahl zu schätzen und zum Zweck der Qualitätskontrolle Häufigkeiten bestimmter Dickstellengruppen zu berechnen.

Für diese Aufgaben muss das Gerät mit einem einfachen aber relativ schnellen Computer ausgestattet sein. Dabei kann z. B. an einen der heute so preisgünstig gewordenen Minicomputer gedacht werden. Die Dichte des Modells von Gumbel, die Schätzverfahren für die Parameter und alle übrigen benötigten Berechnungen wären ihm fest einprogrammiert. Der Platzbedarf für die Datenspeicherung wäre denkbar gering. Alle einzelnen Stichprobenwerte würden direkt nach ihrem Auftreten verarbeitet und könnten danach wieder verloren gehen. Gespeichert blieben von der Stichprobe nur die fünf im vorangegangenen Kapitel angegebenen Summen und ihr Umfang. Die Abtastung des zu untersuchenden Garns und Ermittlung der Signale für Fehlerdicke und Fehlerlänge würde ein entsprechend modifizierter Garnreiniger oder ein ähnliches Gerät übernehmen. Für die Ein- und Ausgabe aller anderen Daten wäre ein Terminal vorgesehen.

Die Bedienung des Geräts würde folgendermassen vor sich gehen: Zunächst wird dem Garn wie bei den heutigen Klassiergeräten eine Stichprobe entnommen. Dafür wurden zuvor vom Terminal dem Rechner einige Befehle eingegeben, die ihn für die Aufnahme der Stichprobenwerte bereit machen, und die ihm auch mitteilen, wann die Stichprobe beendet sein soll (z. B. nach Erreichen eines bestimmten Umfangs). Nach Stichprobenende führt der Computer selbständig die Parameterschätzung durch, und ist danach für die verschiedenen Berechnungen mit dem Modell bereit.

Nun gibt ihm der Textilfachmann die für das betreffende Garn beabsichtigte Reinigereinstellung ein. Das Gerät berechnet den zugehörigen Schätzwert für die Schnitzzahl und druckt ihn aus. Der Fachmann entscheidet

darauf, ob diese Schnitzzahl noch im zulässigen Bereich liegt oder nicht. Wenn nicht, wird er unter Beachtung der vorgesehenen Garnverwendung die Reinigereinstellung etwas korrigieren und sich dafür vom Rechner wieder die Schnitzzahl schätzen lassen.

Es entsteht also so etwas wie ein Dialog zwischen dem Textilfachmann und dem Rechner mit dem Ziel, eine Reinigereinstellung zu finden, die eine befriedigende Schnitzzahl ergibt, ohne dass gegenüber der angestrebten Garnqualität spürbare Einbussen in Kauf genommen werden müssen. In den meisten Fällen wird das wegen des steilen Abfalls der Häufigkeitsverteilungen möglich sein. In Einzelfällen jedoch, d. h. wenn die Qualität des ungereinigten Garns zu schlecht ist, wird das Ziel nicht erreichbar sein. Dann müssen für dieses Garn ein anderer Verwendungszweck gefunden und die Ursachen für die schlechte Qualität ermittelt werden. Zur Garnqualitätskontrolle würde das Gerät die Häufigkeiten in stets gleichen Bereichen der Fehlerdicke und der Fehlerlänge berechnen. Damit wäre, ähnlich wie bei den Uster-Statistics, ein Vergleich mit Erfahrungswerten möglich.

Abschliessend sei noch ein Sonderfall erwähnt, für den das Modell von Gumbel nicht geeignet ist. Er tritt ein, wenn systematische Fehlerursachen (z. B. infolge Maschinendefekten) beim Spinnen überwiegen und deshalb statistische Methoden generell nicht mehr anwendbar sind. Um solche Einzelfälle rechtzeitig zu erkennen, müsste das behandelte Gerät einen einfachen Test durchführen. Z. B. könnte überprüft werden, wie gut die Stichproben-Randverteilungen einer Exponentialverteilung folgen, etwa anhand der Abweichung der Standardabweichungen dieser Verteilungen von ihren Mittelwerten. Diese Tests könnten mit den bereits zur Verfügung stehenden Summen  $\sum_1 x_1$ ,  $\sum_1 x_1^2$ ,  $\sum_1 y_1$ ,  $\sum_1 y_1^2$  durchgeführt werden.

### Zusammenfassung

Die Häufigkeitsverteilung der Dickstellen in Ring- und OE-Rotorgarnen aus Baumwolle kann mit einem statistischen Modell beschrieben werden. Seine Anwendung im Zusammenhang mit der Garnreinigung und der Garnqualitätskontrolle ermöglicht wesentlich genauere statistische Aussagen als die bisher bekannten Methoden. Bei Verwendung eines Computers und Ausnutzung aller Vorteile des Modells ergeben sich interessante Perspektiven für eine gerätetechnische Realisierung.

### Danksagung

Dieser Vortrag stellt einen Ueberblick über meine Dissertation dar, bei deren Durchführung ich von meinem Arbeitgeber, der Firma Gebr. Loepfe AG in Zürich, auf grosszügige Weise unterstützt worden bin. Dafür möchte ich der Geschäftsleitung dieser Firma nochmals aufrichtig danken.

Dr. Andreas Paul  
Gebr. Loepfe AG, 8040 Zürich

### Literatur

- 1 Locher, H.: Melliand Textilberichte 44 (1963), 339–343, 453–457
- 2 Vogt, H. J.: Die kapazitive Messung und Beurteilung dicker Garnstellen nach dem Prinzip der Ueberschreitungshäufigkeit. Dissertation TH Aachen, 1973
- 3 Paul, A.: Zur Statistik von Garnfehlern im Zusammenhang mit der Garnreinigung. Dissertation ETH Zürich, 1977
- 4 Gumbel, E. J.: American Statistical Association Journal 55 (1960), 698–707