Zeitschrift: Mitteilungen der Thurgauischen Naturforschenden Gesellschaft
Herausgeber: Thurgauische Naturforschende Gesellschaft
Band: 9 (1890)

Artikel: Bemerkungen zur Combinationslehre
Autor: Scherrer, F.R.
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-593832

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 13.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Bemerkungen zur Combinationslehre.

Von

F. R. Scherrer,

Lehrer der Mathematik an der thurg. Kantonsschule.

Bildet man von n unter sich verschiedenen Elementen

$$a_1,\ a_2,\ a_3,\ \ldots\ldots\ a_n$$

alle Permutationen, deren Anzahl bekanntlich

$$P_n = 1 \,.\, 2 \,.\, 3 \ \ldots\ldots\ n = n\,!$$

ist, so bleiben, wenn man bei sämtlichen Permutationen die n-k letzten Elemente entfernt, Gruppen übrig, welche aus je k der Elemente a bestehen und deshalb Variationen der letzteren zur k^{ten} Klasse sind. Es wird indessen bei dieser Erzeugungsweise der Variationen k^{ter} Klasse jede derselben $(n\text{-}k)\,!$ mal erhalten, weil je $(n\text{-}k)\,!$ Permutationen der n Elemente sich nur durch die Reihenfolge der n-k letzten Elemente von einander unterscheiden; folglich ist die Anzahl aller Variationen von n Elementen zur k^{ten} Klasse

$$V_n^{(k)} = \frac{n\,!}{(n-k)\,!} = n\,(n-1)\,(n-2)\ \ldots\ldots\ (n-k+1)$$

Je $k\,!$ dieser Variationen unterscheiden sich lediglich durch die Anordnung der Elemente von einander und zählen daher als eine einzige Combination; es ist deshalb die Anzahl aller Combinationen ohne Wiederholung von n Elementen zur k^{ten} Klasse

$$C_n^{(k)} = \frac{n\,!}{(n-k)\ k\,!} = \frac{n\,(n-1)\,(n-2)\ \ldots\ (n-k+1)}{1\,.\,2\,.\,3\ \ \ldots\ \ k} = \binom{n}{k}$$

16741
126527

Um die Anzahl aller Combinationen k^{ter} Klasse mit Wiederholung der Elemente a zu erhalten, stelle man zunächst folgende Tabelle auf:

$$
\begin{array}{lllll}
a_1 & a_2 & a_3 \ldots\ldots\ldots\ldots & a_{n-1} & a_n \\
b_1 & b_2 & b_3 \ldots\ldots\ldots\ldots & b_{n-1} & b_n \\
b_2 & b_3 & b_4 \ldots\ldots\ldots\ldots & b_n & b_{n+1} \\
b_3 & b_4 & b_5 \ldots\ldots\ldots\ldots & b_{n+1} & b_{n+2} \\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
b_{k-1} & b_k & b_{k+1} \ldots\ldots\ldots & b_{n+k-3} & b_{n+k-2} \\
b_k & b_{k+1} & b_{k+2} \ldots\ldots\ldots & b_{n+k-2} & b_{n+k-1},
\end{array}
$$

wo $b_1\ b_2\ b_3 \ldots\ldots b_{n+k-1}$ beliebige von einander verschiedene, in k Zeilen geordnete Elemente sind. Alsdann entspricht jeder Combination k^{ter} Klasse ohne Wiederholung der b eine Combination mit Wiederholung der a, welche man erhält, indem man zuerst die Combination der b nach dem Range der Indices ordnet, hernach das erste Element derselben in der ersten Zeile, das zweite in der zweiten Zeile u. s. w., schliesslich das k^{te} in der letzten Zeile der Tabelle der Elemente b aufsucht und durch das jeweils darüberstehende Element a ersetzt, wodurch eine geordnete Combination k^{ter} Klasse mit Wiederholung der a entsteht. Will man umgekehrt zu einer Combination k^{ter} Klasse mit Wiederholung der a die zugehörige Combination ohne Wiederholung der b aufsuchen, so ordne man sie zuerst nach dem Range der Indices, ersetze hierauf das erste Element derselben durch das in der Tabelle unter ihm stehende Element in der ersten Zeile der b, das zweite durch das unter ihm stehende Element in der zweiten Zeile der b u. s. w., endlich das letzte Element durch das unter ihm stehende Element der letzten Zeile, wodurch eine geordnete Combination k^{ter} Klasse ohne Wiederholung der Elemente b gewonnen wird, welcher die gegebene in der oben erörterten Weise entspricht. Es gehört somit zu jeder Combination k^{ter} Klasse mit Wiederholung der Elemente a stets eine, aber auch nur eine Combination derselben Klasse ohne Wiederholung

der Elemente b, folglich gibt es ebenso viele Combinationen k^{ter} Klasse mit Wiederholung von n Elementen, wie Combinationen k^{ter} Klasse ohne Wiederholung von $n+k-1$ Elementen; mithin ist die Anzahl der ersteren

$$C_{\mathrm{n}}^{(\mathrm{k})\mathrm{w}} = \binom{n+k-1}{k};$$

ein Ausdruck, welcher nach der landläufigen Methode mit Hülfe von verhältnissmäsig umständlichen Rechnungen gewonnen wird.

Mai 1887.