Zwei Beispiele aus einem Entwurf zu einem neuen Geometriebuch für Sekundarschulen

Autor(en): **Weiss, R.**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Jahrbuch der Sekundarlehrerkonferenz des Kantons Zürich**

Band (Jahr): **- (1932)**

PDF erstellt am: **29.06.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-819477

Zwei Beispiele aus einem Entwurf zu einem neuen Geometriebuch für Sekundarschulen.

Im Sommer 1930 bildete sich auf Anregung des Präsidenten der zürcherischen Sekundarlehrerkonferenz eine Arbeitsgruppe für den Geometrieunterricht. Ein gutes Dutzend Kollegen von Stadt und Land zeigte sich willens, Vorschläge für ein neues Geometrielehrmittel auszuarbeiten. Nicht Unzufriedenheit mit dem gegenwärtigen obligatorischen Lehrmittel ist es in erster Linie gewesen, welche den Anstoß zur Gründung der Arbeitsgemeinschaft gegeben hat. Fragen schulorganisatorischer Art, die in der Stadt Zürich besonders mit der Einführung des obligatorischen Kochunterrichtes in Zusammenhang sind und vor allem den Geometrieunterricht der Mädchen betreffen, sodann Rücksichten psychologisch-methodischer Art und Rücksicht auf andere Fachgruppen (Physik) haben bei vielen Kollegen die Einsicht reif werden lassen, daß auch auf dem Gebiet der Geometrie etwas Reform, etwas Neuorientierung vonnöten sei.

Eine erste Aussprache unter den Mitgliedern der Arbeitsgemeinschaft für Geometrie im Herbst 1930 zeigte, daß es für eine gedeihliche Arbeit gut wäre, wenn ein „Entwurf" für die in Aussicht stehende Bearbeitung eines neuen Lehrmittels allen Mitgliedern zum Studium oder womöglich zum „Ausprobieren" zur Verfügung gestellt werden könnte. Nachdem ursprünglich mehrere Mitglieder sich für die Bearbeitung eines eigenen Entwurfes gemeldet, blieb schließlich dem Schreiber dieser Zeilen die Arbeit am Kittel hangen, wenigstens was die geistige Seite anbetrifft. In der technischen Durchführung (Vervielfältigung der Blätter) hat mir Kollege Walter Angst wertvolle Dienste geleistet, für die ihm hier herzlich gedankt sei. Bis heute sind gegen 40 Folioblätter aus der „Presse" gekommen und von einigen Kollegen auf ihre Brauchbarkeit geprüft worden. Um auch weitern Kreisen unserer Sekundarlehrerschaft Gelegenheit zu geben, sich von Sinn und Geist des „Entwurfs" ein Bild zu machen, sind wir der Aufforderung des Präsidenten der Konferenz, einiges daraus zu verraten, gerne entgegengekommen.

Betont sei, daß es sich um zwei getrennte Kapitel aus *einem Vorschlag* handelt. Die Arbeitsgemeinschaft als solche hat sich darüber noch nicht ausgesprochen. Für sachliche Kritik in Form von Zuschriften aus dem Konferenzkreis sind wir dankbar.

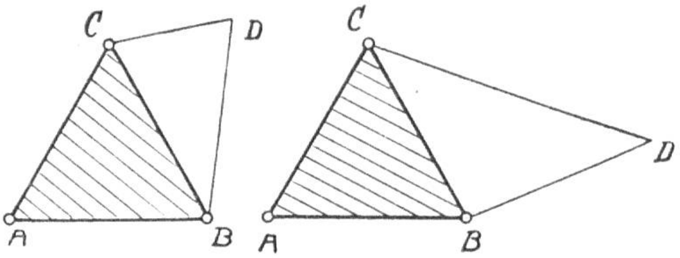
Die Arbeit marschiert, wenn auch langsam, so doch stetig.

Rud. Weiß.

Aus dem Lehrstoff der I. Klasse.

8. Wir fügen gleichschenklige Dreiecke zu rechtwinkligen zusammen.

109. Dem gleichseitigen Dreieck ABC soll längs der Seite BC ein gleichschenkliges Dreieck angefügt werden. BC soll dabei ein Schenkel sein. Auf wie viele Arten ist das wohl möglich? Was für Figuren entstehen? Kann man wohl ein solches Dreieck anfügen, daß anstelle des Vierecks ABDC ein rechtwinkliges Dreieck entsteht?



110. Versucht in ähnlicher Weise ein beliebiges gleichschenkliges Dreieck, dessen Winkel bekannt sind, zu einem rechtwinkligen zu ergänzen. (Auf zwei Arten!)

111. Kann man wohl zeigen, daß jedes rechtwinklige Dreieck sich in zwei gleichschenklige zerlegen läßt?

Versucht den Nachweis zu bringen, indem ihr in den nachstehenden rechtwinkligen Dreiecken alle Winkel berechnet. Begründung und Zusammenstellung der Ergebnisse.

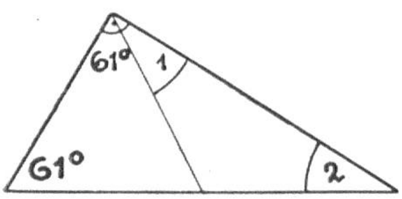


Fig. 63

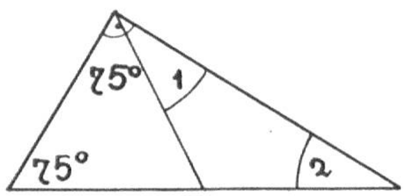


Fig. 64

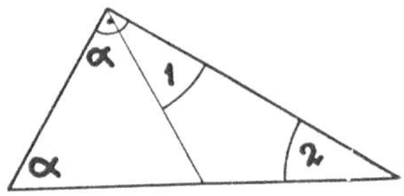


Fig. 65

112. Versuche auf Grund dieser merkwürdigen Eigenschaft des rechtwinkligen Dreiecks noch weiteres Merkwürdiges (= würdig zu merken) zu entdecken: z. B.

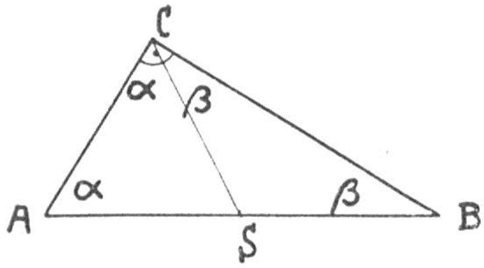


Fig. 66

a) Wo liegt die gemeinsame Spitze S der beiden gleichschenkligen Dreiecke?

b) Was für eine Linie ist CS?

c) Wie zerlegt also die Strecke CS den rechten Winkel bei C?

d) Was ist über die Strecken SA, SB und SC auszusagen? Folglich?

113. Welches ist also das einfachste Mittel, den Umkreis eines rechtwinkligen Dreiecks zu zeichnen? (Was ist die Hypotenuse für den Umkreis?)

114. Darf man auch umgekehrt annehmen, daß das „Dreieck im Halbkreis" rechtwinklig sein muß?

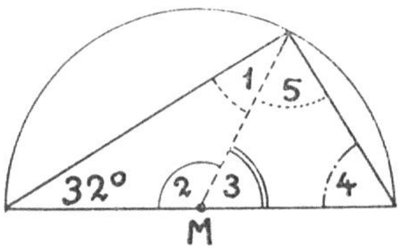


Fig. 67

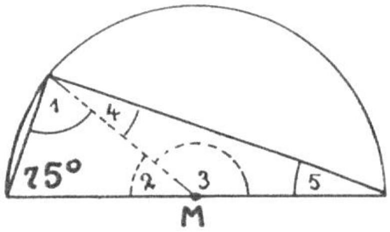


Fig. 68

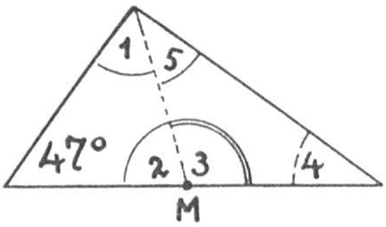


Fig. 69

Zeige das für die Dreiecke in den Figuren 67, 68 und 69 und führe den Nachweis durch Berechnung sämtlicher Winkel. Stelle alles in übersichtlicher Art zusammen und begründe in ganzen Sätzen, etwa so:

Nachweis bei Figur 67

$\sphericalangle\ \alpha = 32^0$ (gegeben).

$\sphericalangle\ 1 = 32^0$ (denn er ist als Basiswinkel in einem gleichschenkligen Dreieck gleich groß wie $\sphericalangle\ \alpha$).

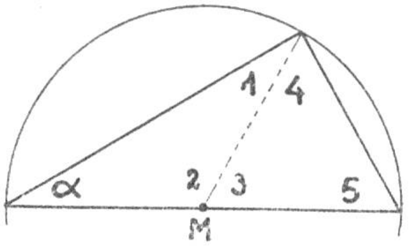


Fig. 70

115. Nun sollt ihr den Beweis noch allgemeingültig durchführen, also ohne bestimmte Maßzahlen für die Winkel zu verwenden. Bezeichne den Winkel bei A mit α.

116. Präge dir ganz besonders ein, was durch die Figur 71 ausgedrückt wird. Wie viele rechtwinklige Dreiecke gibt es über ein und derselben Hypotenuse, und wo liegen ihre Spitzen C? Wer kann ein Modell machen?*)

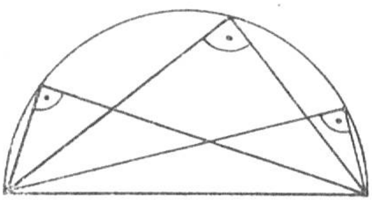


Fig. 71

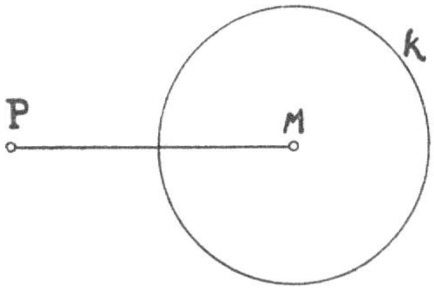


Fig. 72

117. Zeichne über PM dasjenige rechtwinklige Dreieck, welches die Spitze auf der Kreislinie k hat.

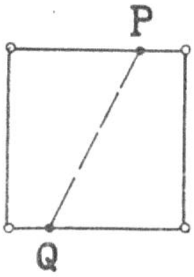


Fig. 73

118. Kannst du hier eine ähnliche Aufgabe lösen?

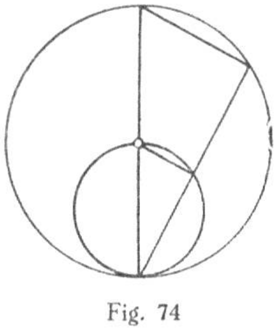


Fig. 74

119. In welcher Reihenfolge kann man die Linien der nebenstehenden Figur 74 aufzeichnen? Mach die Zeichnung mehrmals und deute die Reihenfolge durch Nummern an!

*) Dieser schon den alten Griechen bekannte Kreis wird zu Ehren des bedeutenden griechischen Mathematikers Thales von Milet (624—548 v. Chr.) der Thaleskreis genannt.

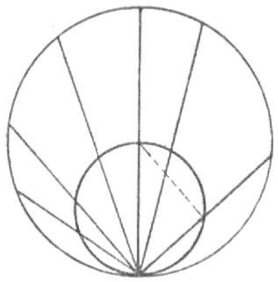


Fig. 75

120. Was zeigt die Figur 75? Beschreibe und begründe!

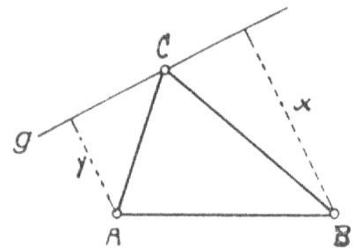


Fig. 76

121. Das Dreieck ABC ist gegeben. Kann man wohl die Gerade g so ziehen, daß der Abstand x des Punktes B genau um 1 cm länger wird als der Abstand y des Punktes A?

122. In den Figuren 77 und 78 ist je die Höhe CD der rechtwinkligen Dreiecke ABC eingezeichnet. Kann man die ent-

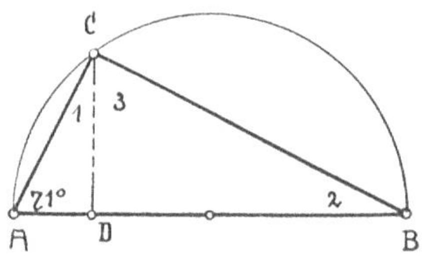


Fig. 77

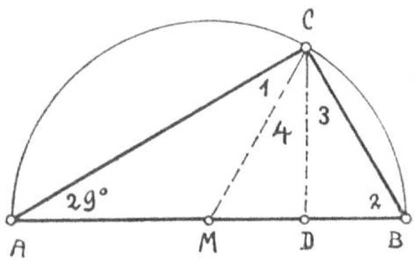


Fig. 78

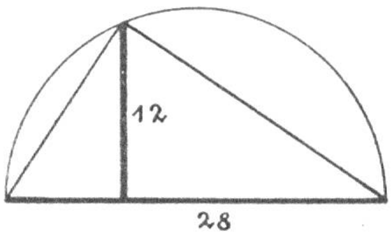
standenen Winkel berechnen? Welche Merkwürdigkeit zeigt der Winkel 4 von Fig. 78, der von der Höhe und der Mittellinie MC gebildet wird?

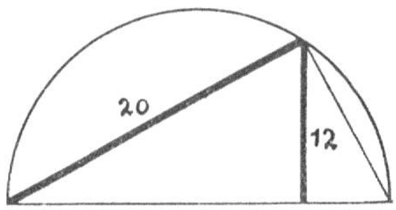
(Den Punkt D nennt man den Höhenfußpunkt. Er zerlegt die Hypotenuse in 2 Abschnitte, AD und DB, die man als die beiden Hypotenusenabschnitte bezeichnet.)

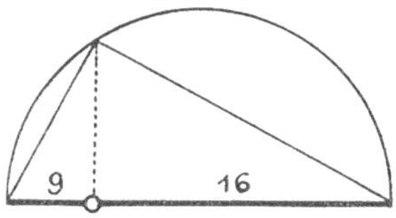
123. Nun wollen wir noch einige rechtwinklige Dreiecke nach Vorschrift konstruieren. Erinnere dich daran, wie viele Stücke beim gleichschenkligen Dreieck vorgeschrieben werden durften. Wieviele darf man da wohl beim rechtwinkligen geben?

Die nachstehenden Figuren sind Aufgabenbilder, von der Art, wie wir sie schon beim gleichschenkligen Dreieck kennen gelernt haben. Die kräftig ausgezogenen Stücke, bei denen die Maßzahlen stehen, sollen als die gegebenen betrachtet werden.

Kleide zuerst jede der Aufgaben in Worte und versuche hernach unter bloßer Verwendung „der 2 Stücke" die rechtwinkligen Dreiecke zu zeichnen.







Rechtwinkliges Dreieck.

(Zusammenfassung.)

1. In jedem rechtwinkligen Dreieck machen die beiden spitzen Winkel α und β zusammen 90^0 aus.
2. In jedem rechtwinkligen Dreieck zerlegt die Höhe den rechten Winkel so, daß links von der Höhe der Winkel β und rechts davon α ist.
3. Jedes rechtwinklige Dreieck wird durch die Verbindungsstrecke der Ecke C mit der Mitte M der Hypotenuse (d. h. durch Mittellinie m_3) in zwei gleichschenklige Dreiecke zerlegt. Die Basiswinkel des einen dieser Dreiecke sind gleich α, die des andern gleich β. Die Schenkel sind in beiden gleich lang, nämlich gleich der halben Hypotenuse.
4. Die Mitte M der Hypotenuse hat von allen drei Ecken des Dreiecks gleiche Entfernung.
5. Die Mitte M der Hypotenuse ist zugleich der Mittelpunkt des Umkreises.

6. Über derselben Hypotenuse gibt es unendlich viele rechtwinklige Dreiecke. Ihre Spitzen liegen auf dem Halbkreis über der Hypotenuse. (Thaleskreis.)
7. Die Mittellinie m_3 zerlegt den rechten Winkel in die beiden Winkel α und β. (α links, β rechts von MC.)
8. Der Winkel zwischen der Höhe h und der Mittellinie m_3 ist gleich dem Unterschied zwischen α und β.

Wir lernen allerlei Eigenschaften des Würfels kennen.

170. Zeichnet ein regelmäßiges Sechseck und zieht den Umriß und drei Kreisradien so aus, daß die Figur 87 entsteht.

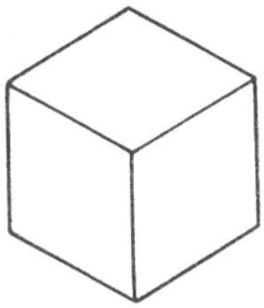


Fig. 87

171. Haltet nun einen Würfel so vor euch hin (ein Auge müßt ihr zudrücken) daß ihr die Fig. 87 zu erkennen glaubt.

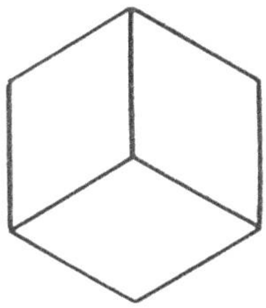
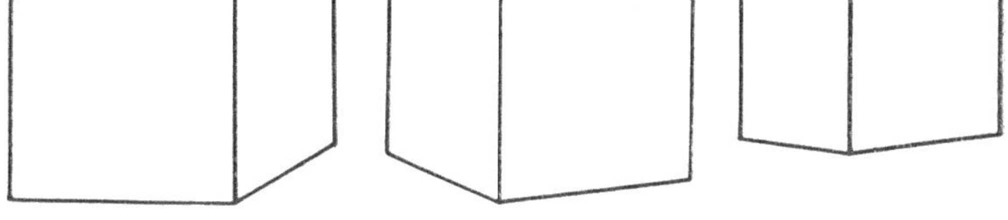


Fig. 88

172. Könnt ihr den Würfel auch so halten, daß ihr Fig. 88 seht?

173. Ihr sollt also in den Figuren Nr. 87 und Nr. 88 nicht ebene Gebilde sehen, sondern die Bilder von Würfeln, also Gebilde, welche gleichsam aus dem Papier hervortreten.

174. Die nachstehende Figurenreihe zeigt euch noch andere Würfelbilder.



175. Versucht, ob ihr eueren Würfel wirklich so halten könnt, daß ihr jede der Figuren von Nr. 174 zu erkennen glaubt.

176. Bei welcher der drei Figuren könnt ihr euch den Würfel am besten vorstellen?

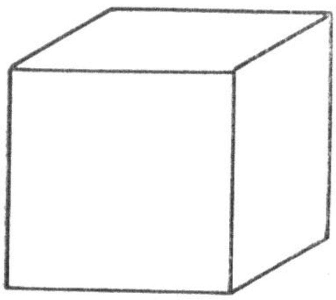


Fig. 89

177. Die nebenstehende Fig. 89 ist die am häufigsten verwendete Darstellungsform eines Würfels. Sie hat aber einen rechten Schönheitsfehler an sich. Wie muß man nämlich den Würfel vor sich hinnehmen, damit man die Vorderfläche als ein Quadrat sieht? Wieviel sieht man dann noch von der Seitenfläche?

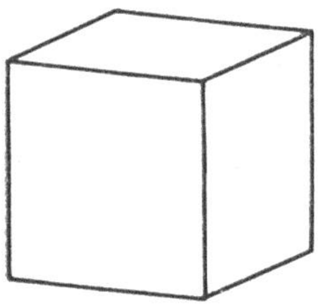
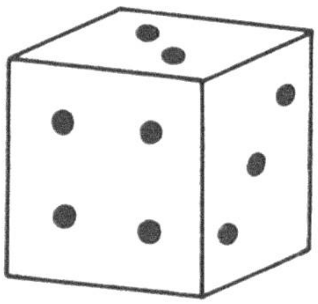


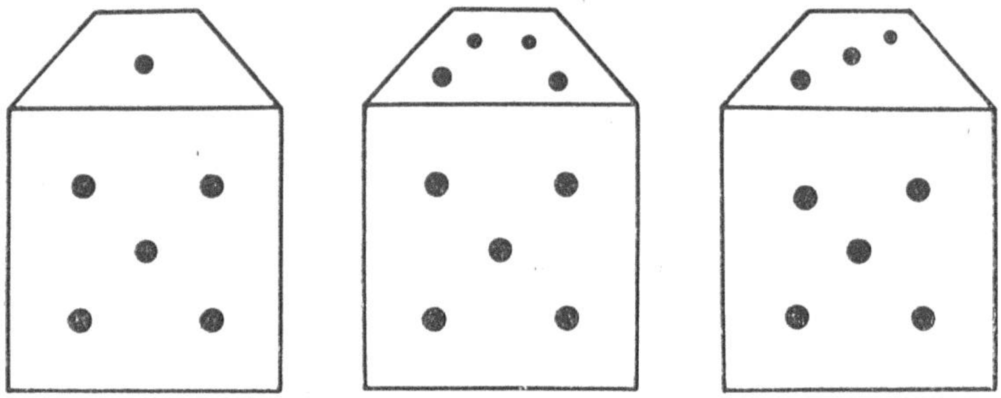
Fig. 90

178. Ein schöneres Bild ist in Fig. 90 wiedergegeben. Aber bei einem solchen Bilde muß man gut aufpassen. Wo sind die rechten Winkel?



180. Hier ist ein Spielwürfel abgebildet. Oder stimmt's etwa nicht? Prüfe einmal deine Spielwürfel etwas näher und zeichne einige Bilder in dein Geometrieheft, vor allem auch die mit der größten und der kleinsten sichtbaren Augensumme!

181. Gib, ohne deinen Würfel anzusehen, für die nachstehend gezeichneten Würfel die Augenzahlen „links", „rechts", „unten" und „hinten" an.



182. Stelle dir einen Kartonwürfel her, bei welchem du statt der Augenpunkte die betreffenden Ziffern auf die Seiten-, die Grund- und die Deckfläche schreibst, wie es die Figur 91 zeigt.

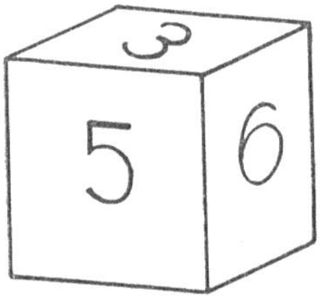


Fig. 91

Es sei ferner angenommen, daß die Ziffer 1 hinten links und die Ziffer 2 hinten rechts ebenfalls senkrecht geschrieben seien.

183. Nun stoßen wir durch die Mitte von Seitenfläche „5" und Seitenfläche „2" eine Stricknadel und drehen den Würfel um 90^0 im Sinne des Uhrzeigers, sodaß wir die neue Ansicht durch die Figur 92 wiedergeben können. Denk dir die Drehung um weitere 90^0 fortgesetzt, und nachher nochmals! Zeichne die zugehörigen Ansichten!

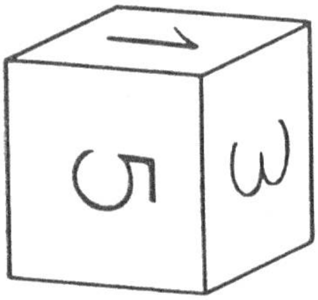


Fig. 92

184. Nach wievielen Drehungen bekommt man wieder die Ansicht von Figur 91 bei Nr. 182?

185. Stecke jetzt die Nadel durch die Mitte von „3" und „4"! Drehe auch und skizziere die 4 Stellungen.

186. Kann man von Figur 91 ausgehend die Nadel noch auf eine Art durchstoßen? Ja? Wie?

187. Wie oft kann man wohl überhaupt einen Würfel durch Drehung mit sich selbst zur Deckung bringen? Man findet in Büchern die Zahl 24. Stimmt das? Könnte man es noch auf eine andere Art anschaulich machen?

190. Wir wollen nun einen Würfel von 13 cm Kantenlänge mit cm-Würfelchen ausfüllen, wie das durch die Figur 93 veranschaulicht ist. Wie viele cm^3 längs einer Kante? Wie

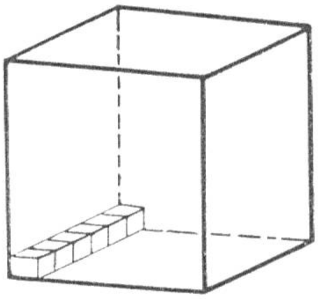


Fig. 93

viele Stäbchen auf der Grundfläche?

1 Platte enthält 13×13 cm$^3 = 169$ cm^3. Wie viele Platten sind aufeinander zu schichten, um den Würfel zu füllen? Gesamtzahl der eingelegten cm^3

$= 13 \cdot 169$

$= 13 \cdot 13 \cdot 13$

$= \mathbf{2197}$

Gesetz: **Man findet die Maßzahl des Rauminhaltes eines Würfels, indem man mit der Kantenmaßzahl a rechnet: $a \cdot a \cdot a$.**

191. Wie groß sind die Rauminhalte der Würfel mit den nachstehend genannten Kantenmaßzahlen?
4 cm , 6 cm , 8 cm , 1,2 dm , 2 m , 14 mm , 5,1 cm?

192. Vergleicht die Rauminhalte von zwei Würfeln, deren Kanten sich verhalten wie 1 : 2. (Zum Beispiel: Kante des kleinern Würfels: 6 cm).

193. Führe die selbe Untersuchung durch für die folgenden drei Würfel:

$k_1 = 12$ cm , $k_2 = 24$ cm , $k_3 = 36$ cm.

Stelle die Vergleichszahlen der Kanten und der Rauminhalte zusammen!

194. Welches sind wohl die Kantenlängen der Würfel mit folgenden Rauminhalten:

a) 343 cm^3	e) 125 mm^3
b) 1000 dm^3	f) 729 m^3
c) 64000 l	g) 8000 l
d) 2744 m^3	h) 4096 dm^3

195. Vergleiche m^3, dm^3, cm^3 mit dem mm^3!

196. In einem km^3 sollen eine ganze Billion dm^3 Platz haben!* Ist das möglich?

197. Vergleiche durch eine Ansichtzeichnung die Größe von dm^3 und cm^3, zeichne den kleinern Würfel in die hintere untere Ecke des größern.

* Weißt du übrigens, daß 30000 Jahre noch keine ganze Billion Sekunden sind?

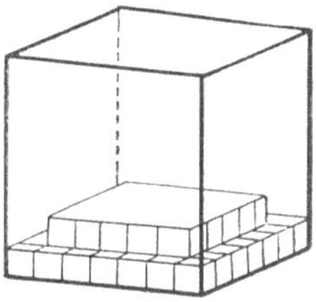


Fig. 94

198. Ueber der Grundfläche eines Würfels von 7 cm Kantenlänge wird aus cm-Würfelchen eine Treppe aufgebaut, so wie die Figur 94 es zeigt. Was läßt sich da herausrechnen?

199. Versuche noch den Inhalt einer andern Treppe zu bestimmen!

200. Die nebenstehende Figur 95 ist das photographische Bild eines Würfels, der in geschickter Art aus 12 Jaßkarten zusammengefügt worden ist. Jede Fläche ist doppelt. Lege zwei Spielkarten gleichmäßig quer übereinander, biege die vorstehenden Enden der untern Karte zu aufstehenden Ohren um, mach dasselbe mit allen 12 Karten. Jetzt füge so zusammen, daß sich die Karten bei den Ohren halten.

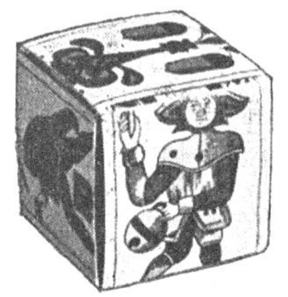


Fig. 95

201. Du weißt, daß man aus Zeichnungspapier oder einem ziemlich kräftigen Schreibpapier einen Würfel noch auf ein-

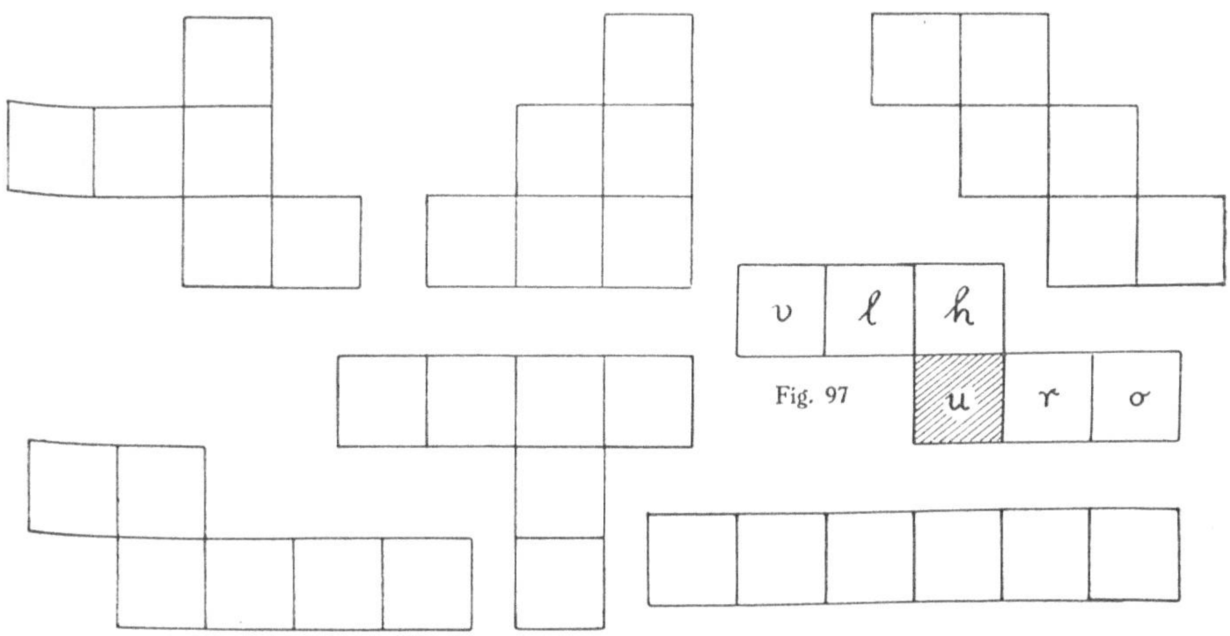


Fig. 97

fachere Art bauen kann. Du weißt wohl noch, was man unter dem Netz eines Würfels versteht.

Zeichne eines, schneide es aus und klebe!

202. Schau dir jetzt einmal die vorstehenden Netze an. Was meinst du zu diesen?

203. Zeichne dir diejenigen heraus, welche brauchbar sind und bezeichne die 6 Flächen so, wie es in der vorstehenden Figur 97 geschehen, wobei stets als Grundfläche die schraffierte zu betrachten ist.
(u = unten, o = oben, v = vorn, h = hinten, l = links, r = rechts).

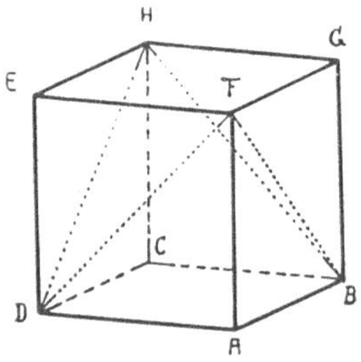


Fig. 98

204. Wie lang ist in einem Würfel von 3 cm Kantenlänge die gestrichelte Linie FBHDF?

Die Länge soll durch Zeichnung bestimmt werden.

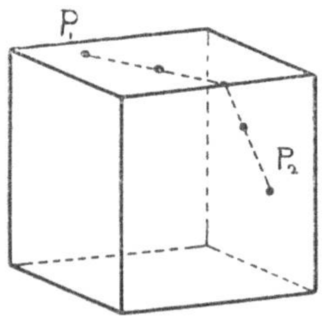


Fig. 99

205. Die Kantenlänge eines Würfels sei 4 cm. Eine Fliege läuft auf der Oberfläche des Würfels auf dem kürzesten Wege vom Punkte P_1 zum Punkte P_2. Läßt sich wohl dieser kürzeste Weg durch eine Zeichnung in wahrer Länge darstellen?

206. Gib, ohne lange zu überlegen, die Antwort auf die folgende Frage: Wieviele Oktavheftchen haben in einem m^3 Platz?

207. Ein Hohlwürfel aus Eisenblech hat einen Hohlraum von genau 1 m^3 (10/10/10 dm). Er wird mit Wasser gefüllt und dieses unter 0 Grad abgekühlt. Wenn nun das Wasser beim Gefrieren sich um $^1/_{11}$ seines Raumes dehnt, wie schwer ist dann 1 m^3 Eis?

208. Wenn ein Würfel aus Sonnenblumenmark bei 2 cm Kantenlänge 1 g wiegt, wie schwer wäre 1 dm^3?

209. Stelle dir cm-Würfelchen aus Holundermark und aus Sonnenblumenmark her und vergleiche ihre Gewichte!

210. Karl Maag mag Maggis Suppenwürfel sehr gerne. Er möchte, daß seine Mutter einen ganzen m^3 solcher Würfel in der Küche hätte!

211. Stellt euch aus Kistenholz ein genau würfelförmiges Kistchen ohne Deckel her, dessen Kanten innen gemessen genau 30 cm lang sind. (Kubikfuß!) Wie kann man mit Hilfe dieser Kiste das Gewicht von 1 m^3 Sand- oder Kies bestimmen?

212. Wie schwer ist 1 m^3 Wasser?
1 m^3 Gartenkies?
1 m^3 Sand?
1 dm^3 Weizenkörner?
1 dm^3 Quecksilber?
1 m^3 Kork?
1 m^3 Holundermark?
1 m^3 Sonnenblumenmark?
1 dm^3 Schnee?

214. Nach einer Angabe im schweizerischen geographischen Lexikon hat der Zürichsee einen Inhalt von rund 4 km^3. Der geschiebereiche Po bringt alljährlich etwa 46'000'000 m^3 Schlamm ins Adriatische Meer. Wie lange brauchte er da, um den Zürichsee auszufüllen?

215. Wenn man in einem luftleeren Raum von 1 km^3 einen cm^3 H_2O so verdampfen könnte, daß der Dampf den ganzen Raum gleichmäßig ausfüllen würde, wie schwer wäre dann 1 cm^3 von diesem Wasserdampf?

Zusammenfassung.

1. Ein Würfel ist ein von 6 gleichen Quadraten begrenzter Körper; er hat 8 Ecken und 12 gleich lange Kanten.

2. Ein Kubikmeter (auch Meterwürfel genannt) ist ein Würfel, dessen Kanten 1 m, also 10 dm lang sind. Er hat Raum für 1000 dm^3 oder 1 Million cm^3.

3. Der Kubikmeter, der Kubikdezimeter und der Kubikzentimeter sind Raummaße. 1 dm^3 = 1 Liter.

   $1\ m^3 = 1000\ dm^3$

   $1\ dm^3 = 1000\ cm^3$

   $1\ cm^3 = 1000\ mm^3$

4. Rauminhalt eines Würfels: $W = a \cdot a \cdot a$
   Oberfläche eines Würfels: $O = 6\,a^2$.

5. Bei Verdoppelung der Kantenlänge wächst der Rauminhalt eines Würfels auf das 8-fache an, die Oberfläche auf das 4-fache.

6. 1 cm^3 Wasser wiegt 1 g.
   1 dm^3 Wasser wiegt 1 kg.
   1 m^3 Wasser wiegt 1 t.